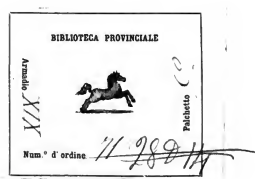

FONDO PIZZOFALCONE
NAZIONALE
B. Prov.
XVI
401
BIBLIOTECA
VITT. EM. III
NAPOLI


BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio XIX
Palchetto C
Num.° d' ordine 11 280 14

TRAITÉ
THÉORIQUE ET PRATIQUE
DE
L'ART DE BÂTIR.

IMPRIMERIE DE FAIN, RUE RACINE, PRÈS L'ODÉON.

TRAITÉ

THÉORIQUE ET PRATIQUE

DE

L'ART DE BÂTIR.

PAR J. RONDELET,

Architecte, chevalier de la légion-d'honneur; membre de l'Institut royal de France; du Comité consultatif des Bâtimens de la Couronne; Inspecteur général et membre du Conseil des Bâtimens Civils auprès du Ministre de l'Intérieur; Professeur de Stéréotomie à l'École spéciale d'Architecture; de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Lyon, et de plusieurs autres Sociétés savantes.

TOME TROISIÈME.



CINQUIÈME LIVRAISON.

A PARIS,

CHEZ L'AUTEUR, ENCLOS DU PANTHÉON.

M. DCCC. XIV.

TRAITÉ
THÉORIQUE ET PRATIQUE
DE
L'ART DE BÂTIR.

LIVRE CINQUIÈME.

SECTION PREMIÈRE.

DANS les livres précédens, nous avons traité des constructions en maçonnerie et en pierre de taille, considérées sous le rapport de l'art ; il va être question dans celui-ci de la science qui doit les diriger, pour en déterminer les formes et les dimensions, relativement à la solidité.

ARTICLE PREMIER.

De la théorie.

Quid sit architectura et de architectis instituendis. Caput primum, lib. I.

Architectura est scientia pluribus disciplinis, et variis eruditionibus ornata, cujus judicio probantur omnia, quæ è cæteris artibus perficiuntur, opera. Ea nascitur ex fabricâ, et ratiocinatione.

Fabrica est continuata ac trita usûs meditatio, quæ manibus perficitur è materiâ cujuscunque generis opus est ad propositum deformationis.

Ratiocinatio autem est, quæ res fabricatas solertiâ acratione proportionis demonstrare atque explicare potest.

Itaque architecti qui sine litteris contenderunt, ut manibus essent exercitati, non potuerunt efficere, ut haberent pro laboribus autoritatem.

VITRUVE en parlant de l'architecture, Livre I, chap. I, s'exprime ainsi :

L'architecture est une science qui comprend plusieurs préceptes et diverses connaissances, au moyen desquels elle peut apprécier les ouvrages des autres arts qu'elle dirige ; cette science est le résultat de la pratique et de la théorie.

La pratique est l'objet des opérations manuelles nécessaires pour donner à la matière la forme qu'elle doit avoir, pour quelque genre d'ouvrage que ce soit.

La théorie est la science qui peut expliquer et démontrer les procédés et la justesse des proportions des ouvrages exécutés.

C'est pourquoi les architectes qui, sans instruction, ont voulu suivre cette carrière, ne sont jamais parvenus, quelque exercés qu'ils fussent dans la pra-

tique des arts, à faire des ouvrages qui puissent être cités pour exemple.

Qui autem ratiocinationibus et litteris solis confisi fuerunt, umbram non rem persecuti videntur. At qui utramque perdidicerunt, (uti omnibus armis ornati) citiùs cum autoritate quod fuit propositum, sunt assequuti.

Mais aussi ceux qui ne se sont occupés que de raisonnemens abstraits et de littérature, paraissent avoir plutôt suivi l'ombre que l'objet. Quant à ceux qui se sont également appliqués à la théorie et à la pratique, ayant toutes les connaissances nécessaires, ils sont parvenus à faire des ouvrages dignes de servir de modèle.

Tous les auteurs qui, depuis Vitruve, ont parlé de la théorie et de la pratique, les ont considérées indépendamment l'une de l'autre. Les uns pour faire valoir la théorie, se sont plu à présenter la pratique comme une routine aveugle qui ne fait les choses que par imitation, sans raisonnement ni principes. Les autres, par opposition, ne trouvent dans la théorie que des raisonnemens abstraits, dont l'application n'est pas d'une grande utilité dans les arts.

Mais ces deux extrêmes n'existent pas; parmi les praticiens les moins instruits, il ne s'en trouve aucun assez borné pour être réduit à une imitation servile, d'autant plus que, dans l'art de bâtir, il ne se trouve presque jamais de cas parfaitement semblables, soit pour la forme, la disposition ou les qualités des matériaux.

Quant à la théorie, nous allons d'abord expliquer ce qu'on entend par ce mot, et son origine.

Le mot théorie vient du grec θεωρία, que Vitruve tra-

duit en latin par *ratiocinatio*, et qu'il définit en disant que c'est la science qui explique et qui démontre les opérations des arts. Ce mot peut être traduit en français par *raisonnement*. Cependant, on pourrait plutôt dire que le raisonnement est le moyen dont se sert la théorie pour faire connaître le résultat de ses observations; car la vraie signification de θεωρία est contemplation et méditation profonde.

Ainsi le premier objet de la théorie doit être l'observation; en effet, pour pouvoir raisonner juste sur une matière quelconque et en bien juger, il faut avant tout la bien connaître. Mais cette connaissance dépend de beaucoup d'autres qu'il est difficile de réunir.

D'abord, il faut examiner le motif qui fait entreprendre un édifice, les dispositions qu'il doit avoir pour remplir sa destination, les matériaux qu'on doit y employer, les formes et les dimensions de chacune de ses parties, tant pour l'usage que pour la solidité, relativement à la charge ou aux efforts qu'elles peuvent avoir à soutenir.

La difficulté de réunir toutes les connaissances nécessaires pour bien juger d'un édifice nous a fait imaginer de considérer la théorie sous plusieurs rapports principaux, qui peuvent être considérés séparément. D'après cette idée, nous pensons que ce serait à ceux qui font bâtir, ou à ceux pour qui l'édifice est destiné, à juger si le projet qu'on leur présente remplit le but qu'ils se sont proposé.

L'arrangement ou la disposition des pièces pour produire, en plan et en élévation, un ensemble agréable, doit être un des principaux objets de l'architecte. La décoration a aussi sa théorie et ses principes, pour l'har-

monie des formes et le choix des ornemens. Vitruve en parle au deuxième chapitre du premier livre. Plusieurs autres auteurs ont fait des dissertations fort longues à ce sujet ; mais comme c'est plutôt le goût et le génie qui produisent le beau, que l'esprit, on remarque que ce ne sont pas toujours ceux qui en ont le plus parlé qui ont le mieux réussi.

Nous n'avons à considérer dans ce traité que la théorie qui a rapport à la construction.

L'objet de cette partie essentielle de l'art de bâtir est d'examiner les parties d'un édifice relativement à la solidité ; d'examiner les moyens d'exécution et d'économie, en ayant égard à l'espèce des matériaux, à leur nature, leur propriété et la manière dont ils sont mis en œuvre.

Cet examen se fait par le moyen du calcul, de la géométrie et des principes de mécanique. Cependant ces opérations ne constituent pas seules la théorie ; mais elles servent, par l'exactitude dont elles sont susceptibles, d'appui au raisonnement, pour parvenir à déterminer les résistances ou les efforts qui résultent de la combinaison des parties d'un édifice.

Il est certain que les principes de mathématiques, appliqués à des mesures, des quantités, et à des expériences bien faites, peuvent beaucoup contribuer au progrès de l'art de bâtir, en lui facilitant les moyens de juger d'avance du résultat de certaines opérations difficiles ; mais pour faire ces applications d'une manière utile, il faut, outre les connaissances des mathématiques, avoir encore celles des procédés des arts, et des moyens ingénieux employés dans des cas extraordinaires.

La plupart des savans qui se sont occupés des questions

relatives à l'art de bâtir, afin de rendre leurs formules plus générales, ont fait abstraction des procédés de l'art et des qualités des matières. Ils ont cru pouvoir y suppléer par des hypothèses plus ou moins probables; mais il est évident que, malgré l'exactitude démontrée de leurs opérations, le résultat est toujours conditionnel, c'est-à-dire qu'il n'approche de la vérité qu'en raison de ce que leur hypothèse est plus ou moins fondée. Ce n'est qu'en admettant des faits au lieu d'hypothèses, et en ayant égard aux circonstances qui précisent l'état de la question, qu'on obtient des résultats justes sur lesquels on peut compter. On doit encore faire observer qu'il y a beaucoup de choses qui ne peuvent être connues que par l'expérience.

Les principes de mathématiques et le calcul appliqués d'une manière convenable, peuvent bien faire connaître la stabilité, l'effort ou la résistance des parties d'un édifice, relativement à leur poids et à leur forme; mais ils ne peuvent pas, seuls, déterminer le degré de stabilité de force ou de résistance qui constitue la solidité de l'ensemble de ces parties, eu égard à leur position, à la manière dont elles sont construites, et au sol sur lequel elles sont établies : car, en faisant abstraction de ces circonstances, on démontrerait qu'un mur isolé et d'à-plomb, pourrait être élevé à une hauteur indéfinie, quel que fût le rapport de la largeur de sa base avec cette hauteur; c'est-à-dire qu'il pourrait avoir en élévation plus de cent fois son épaisseur, prise par le bas. Cependant l'expérience prouve que, dans cette position, sa plus grande hauteur ne saurait être portée à plus de douze ou quinze fois cette épaisseur, et que les murs isolés qu ont plus d'élévation

sont renversés par l'effet de la moindre inégalité de tassement, provenant soit de leur construction ou du sol sur lequel ils sont établis.

Avant de proposer les moyens de déterminer les épaisseurs qui conviennent aux murs et autres points d'appui des édifices, il est à propos de parler des fondemens sur lesquels ils doivent être établis.

ARTICLE II.

De la manière de fonder les édifices, et de la solidité.

Dans l'art de bâtir, on doit considérer les fondemens comme la partie la plus essentielle d'un édifice, parce qu'elle sert de base à toutes les autres. C'est principalement de la manière dont ils sont établis que dépend la solidité. Les fautes ou les négligences qu'on met à leur exécution sont souvent irréparables, et peuvent causer la ruine d'un édifice, ou occasioner des accidens graves qui entraînent toujours à de grandes dépenses.

La première opération à faire avant de construire un édifice sera donc de chercher à connaître la nature du terrain sur lequel les fondemens doivent être établis.

Ainsi, lorsqu'il se trouve auprès de l'endroit où l'on veut bâtir quelques édifices de même genre, déjà construits, il faut examiner la manière dont ils ont été fondés, l'état où ils se trouvent, afin de juger si les procédés qu'on y a employés sont convenables, et de pouvoir obvier aux inconvéniens qui peuvent être résultés de quelque omission

ou de quelque négligence, et éviter les ouvrages superflus. Outre ces renseignemens, il faut encore s'assurer si le sol sur lequel on doit s'établir est de même nature dans toute son étendue; car souvent il change à très-peu de distance, soit parce qu'il a été fouillé, ou par d'autres circonstances. Il faudra sonder le terrain pour connaître les différentes couches dont il est composé parallèlement à la surface du sol; leur épaissenr et leur densité, qui varient, les rend susceptibles de se comprimer plus ou moins sous le fardean.

Les conches qui forment le fond le plus solide sont celles qui ne sont pas susceptibles de compression, tels sont les rocs, les masses de pierres qui n'ont pas été fouillées en dessous; ensuite le gravier, les terrains pierreux, le gros sable mêlé de terre, le tuf et les terres franches et compactes qui n'ont pas été remuées.

Les mauvais terrains sont ceux qui sont susceptibles d'un affaissement considérable, tels que les terres légères et poreuses, celles qui ont été fouillées; les terres marécageuses, limoneuses, tourbeuses, bitumineuses; les terrains glaiseux, les sables mouvans, et ceux au travers desquels l'eau bouillonne. Il faut remarquer que comme les bonnes ou mauvaises couches se trouvent à tontes sortes de distances du sol, ce n'est pas le plus ou moins de profondeur des fondations qui donne une plus grande solidité.

Vitruve, en plusieurs endroits de son ouvrage, parle des précautions qu'il faut prendre pour fonder solidement les édifices.

De fundamentis murorum et turrium. Cap. V, lib. I.

Tunc turrium murorumque fundamenta sic sunt facienda, uti fodiantur (si queant inveniri) ad solidum et in solido quantum ex amplitudine operis pro ratione videatur, crassitudine ampliore quàm parietum qui suprà terram sunt futuri, et ea impleantur quàm solidissimâ structurâ.

Substructionis fundationes eorum operum fodiantur (si queant inveniri) ab solido, et in solidum, quantum ex amplitudine operis pro ratione videbitur, extruantur: quæ structura per totum solum quàm solidissima fiat.

Supraque terram parietes ex-

Au chapitre cinquième du premier livre, à l'occasion des murs et des tours formant l'enceinte des villes, il dit:

Alors on procédera aux fondemens des murs et des tours, de cette manière: on creusera une tranchée jusqu'au terrain solide (si on peut le trouver), et dans le solide même; on lui donnera une étendue proportionnée à la grandeur de l'ouvrage. Les fondemens doivent avoir une épaisseur plus grande que celles des murs qui seront élevés au-dessus. Pour former ces fondemens, on remplira la tranchée de maçonnerie faite le plus solidement qu'il sera possible.

Et au chap. III du troisième livre, à l'occasion des temples, il ajoute:

Il faut d'abord creuser les fondations jusque sur le solide, ou dans le solide (si on peut le trouver), ensuite on établira sur le fond, la maçonnerie des fondemens, à laquelle on donnera l'épaisseur que l'on jugera nécessaire en raison de l'ouvrage: ces constructions faites le plus solidement possible, doivent s'étendre sur toute sa surface.

Au-dessus de ces fondemens,

truantur sub columnis, dimidio crassiores, quàm columnæ sunt futuræ, uti firmiora sint inferiora superioribus, quæ stereobatæ appellantur : nam excipiunt onera. Spirarumque projectoræ non procedant extra solidum.

Item suprà parietis ad eundem modum crassitudo servanda est, intervalla autem concameranda aut solidanda fistucationibus, uti distineantur.

Sin autem solidum non invenietur, sed locus erit congestitius ad imum, aut paluster, tunc is locus fodiatur, exinaniaturque et palis alneis, aut oleagineis, aut robusteis ustulatis configatur, sublicæque machinis adigantur quàm creberrimæ, carbonibnsque expleantur intervalla palorum, et tunc structuris solidissimis fundamenta impleantur. Extructis autem fundamentis, ad libramentum stylobatæ sunt collocandi. Supra stylobatas columnæ disponendæ, quemadmodum snprà scriptum est.

à compter du niveau du sol extérieur, on établira les murs qui doivent porter les colonnes, leur épaisseur sera égale à une fois et demie le diamètre du bas des colonnes, afin que ce soubassement appelé *stéréobate* par les Grecs (à cause de la charge qu'il soutient), soit assez large pour recevoir la saillie des bases.

On observera la même précaution pour les murs du temple. Les intervalles entre les murs seront voûtés ou remplis de terre massivée avec la machine à battre les pieux.

Mais si après avoir creusé à une certaine profondeur, on ne trouvait au lieu de fond solide, que des terres rapportées ou marécageuses, alors, après avoir vidé la terre, on plantera dans le fond des pieux de bois d'aune, d'olivier ou chêne dur, dont le bout soit un peu brûlé; on les enfoncera, avec des machines, très-près les uns des autres, et après avoir rempli leurs intervalles avec du charbon, on établira dessus la maçonnerie faite de manière à former des fondemens très-solides. Sur ces fondemens arasés de niveau, on placera les stylobates qui doivent porter les colonnes, en les

disposant comme nous l'avons ci-devant indiqué.

De fundamentis theatrorum. Cap. III, lib. V.

Au chapitre III du cinquième livre, à l'occasion des théâtres, il dit :

Fundamentorum autem si in montibus fuerit facilior erit ratio : sed si necessitas coegerit in plano aut palustri loco ea constitui, solidationes substructionesque ita erunt faciendæ, quemadmodum de fundationibus ædium sacrarum in tertio libro est scriptum.

Si le théâtre doit être sur un endroit élevé, la manière d'établir ses fondemens sera bien facile; mais si on est contraint, par quelque circonstance, de le placer sur un terrain plat ou marécageux, il faudra pour les établir solidement, suivre les procédés que nous avons indiqués au troisième livre, en parlant de la manière de fonder les temples.

De firmitate et *fundamentis ædificiorum.* Cap. XI, lib. VI.

Enfin, au chapitre XI du sixième livre, où il traite spécialement de la stabilité et des fondemens des édifices, il s'exprime ainsi :

Ædificia quæ plano pede instituuntur, si fundamenta eorum facta fuerint, ita uti in prioribus libris de muro et theatris à nobis est expositum, ad vetustatem ea erunt sine dubitatione firma. Sin autem hypogea concamerationesque instituentur, fundationes eorum fieri debent crassiores, quàm quæ in superioribus ædificiis structuræ sunt futuræ, eorumque parietes, pilæ columnæ

Si les édifices qu'on élève au-dessus du rez-de-chaussée sont faits comme nous l'avons expliqué dans les livres précédens en parlant des murs et des théâtres, il n'y a pas de doute que ces édifices ne se maintiennent solides jusqu'aux temps les plus reculés. Si l'on fait des constructions souterraines et des voûtes, elles doivent avoir plus d'épaisseur que celles des parties au-dessus. Les murs, les points

ad perpendiculum inferiorum medio collocentur, uti solido respondeant. Nam si impendentibus onera fuerint parietum aut columnarum, non poterunt habere perpetuam firmitatem: præterea inter limina secundùm pilas et antas, postes si supponentur, erunt non vitiosæ. Limina enim et trabes structuris cùm sint oneratæ, medio spatio pandantes, frangunt suâ lysi structuras. Cum autem subjecti fuerint et subcuneati postes, non patiuntur insidere trabes, neque eas lædere. Item administrandum est, uti levent onus parietum fornicationes, cuneorum divisionibus, et ad centrum respondantes earum conclusuræ. Cum enim extra trabes, aut liminum capita arcus cuneis erunt conclusi, primùm non pandabit materies levata onere: deinde si quod è vetustate vitium cæperit, sine molitione fulturarum faciliter mutabitur.

d'appui et les colonnes de l'étage supérieur doivent être élevés perpendiculairement au milieu de ceux des parties inférieures, afin que les parties solides se répondent. Car si la charge des murs et des colonnes était en porte-à-faux, ils n'auraient ni solidité, ni durée. Indépendamment de cette disposition, il est à propos de soutenir la trop grande portée des linteaux ou poitrails par des décharges pour les rendre plus fermes; car, lorsque ces linteaux ou poitrails sont trop chargés, ils fléchissent dans le milieu, et causent des ruptures et des désunions dans les constructions qu'ils soutiennent. Mais au moyen des décharges angulaires, fig. 1, planches LXVIII, qu'on peut établir au-dessous, les constructions ne souffrent plus de dommage, et les pièces de bois se trouvent soulagées. On peut aussi les décharger du poids des murs, en faisant des arcs divisés en voussoirs, dont les joints tendent à un même centre. Les premiers voussoirs de l'arc étant au delà des bouts des linteaux ou des poitrails, se trouveront renfermés dans le segment de l'arc, et par ce

moyen ces pièces de bois étant déchargées du fardeau, ne pourront plus plier. De plus, si dans la suite elles venaient à être détruites par vétusté, elles pourraient être changées sans avoir besoin d'étayement.

Itemque pilatim aguntur ædificia et cuneorum divisionibus coagmentis ad centrum respondentibus, fornices concluduntur. Extremæ pilæ in his latiores spatio sunt faciundæ, uti vires eæ habentes resistere possint, cum cunei ab oneribus parietum pressi, per coagmenta ad centrum se prementes extruderint incumbas. Itaque si angulares pilæ erunt spatiosis magnitudinibus continendo cuneos, firmitatem operibus præstabunt.

On construit aussi des édifices sur des piliers réunis par des arcades divisées en voussoirs, dont les joints tendent au centre; alors, il faut que les piliers des extrémités (fig. 2) soient plus larges que les autres, afin de leur donner la force nécessaire pour résister aux efforts des voussoirs chargés du poids des murs; et comme les voussoirs du milieu ne se soutiennent que par leurs joints qui, en tendant au centre, repoussent les coussinets ou premiers voussoirs. C'est pourquoi si les piliers des angles ont une masse assez grande, ils contiendront cet effort, et procureront à l'ouvrage la stabilité qui lui convient.

Cùm in his rebus animadversum fuerit uti ea diligentia in his adhibeatur, non minùs etiam observandum est, uti omnes structuræ perpendiculo respondeant, neque habeant in ullâ parte proclinationes.

Lorsqu'on aura apporté dans toutes ces choses les précautions qu'elles exigent, il faudra encore observer avec le même soin, que toutes les constructions soient élevées bien d'aplomb, sans déverser d'aucune part.

Maxima autem esse debet cura substructionum quòd in his infinita vicia solet facere terræ congestio. Ea enim non potest esse semper uno pondere, quo solet esse per æstatem : sed hybernis temporibus recipiendo ex imbribus aquæ multitudinem crescens, et pondere et amplitudine disrumpit et extrudit structurarum septiones.

Itaque ut huic vitio medeatur, sic erit faciendum, uti primum pro amplitudine congestionis crassitudo structuræ constituatur : deindè in frontibus anterides sive erismæ sint, unà struantur, eæque inter se distent tanto spacio, quanto altitudo substructionis est futura, crassitudine eâdem quâ substructio.

Procurant autem ab imo, plus quam crassitudo constituta fuerit substructionis ; deindè contrahantur gradatim, ita uti summam habeant prominentiam quanta operis est crassitudo.

Prætereà introrsùs contra terrenum utidentes conjuncti muro serratim struantur, uti sin-

On doit, surtout, porter la plus grande attention aux murs de revêtement qui se font contre les terres, parce qu'ils sont sujets à une infinité d'accidens. D'abord, ces terres ne peuvent pas toujours avoir un poids égal à celui qu'elles ont en été ; car les pluies qui les pénètrent pendant l'hiver, en augmentant leur volume et leur poids, tendent à détruire et à renverser les constructions qui les soutiennent.

Voici comment il faudra faire pour remédier à ces inconvéniens. D'abord, on déterminera l'épaisseur du revêtement en raison du volume de terre à soutenir, ensuite on distribuera sur chaque face des contreforts ou éperons, construits en même temps que le mur. Leur distance sera égale à la hauteur du revêtement, et ils auront une même épaisseur.

Ces contreforts s'élèveront depuis le bas, où leur longueur sera plus grande que l'épaisseur du revêtement, en diminuant par degré, en sorte que leur saillie, par le haut, soit égale à cette épaisseur (fig. 3).

Indépendamment de ces contreforts, on construira à l'intérieur, contre le terrain à sou-

guli dentes ab muro tantum discedant, quanta altitudo futura erit substructionis. Crassitudinis autem habeant dentium structuræ uti muri. Item in extremis angulis cùm recessum fuerit ab interiore angulo, spatio altitudinis substructionis in utramque partem signetur, et ab his signis diagonios structura collocetur, et ab eâ mediâ altera conjuncta cum angulo muri.

Ita dentes et diagoniæ structuræ non patientur totâ vi premere murum, sed dissipabunt retinendo impetum congestionis.

Quemadmodum opera sine vitiis opporteat constitui et uti caveatur incipientibus exposui: namque de tegulis aut tignis, aut asseribus immutandis, non eadem est cura, quemadmodum de his, quod ea quamvis sint vitiosa, faciliter mutantur. Itaque nec solida quidem putantur esse, quibus rationibus hæc poterunt esse firma, et quemadmodum instituantur, exposui.

tenir, des parties de mur disposées en dents de scie, dont la longueur soit égale à la hauteur du revêtement, et qui aient une même épaisseur. Pour former celles des angles, on tracera, à une distance de chaque angle intérieur, égale à la hauteur du revêtement, des lignes qui marqueront les extrémités du mur en diagonale qu'on doit établir pour fortifier chacun de ces angles, et sur le milieu de ce mur, on en construira un autre qui se terminera à l'angle.

Cette disposition des murs en diagonale et en dents de scie, empêchera, en divisant les terres, que tout l'effort de leur poussée ne se porte contre les revêtemens.

L'objet que je me suis proposé dans ce chapitre, a été d'indiquer à ceux qui entreprennent de grandes constructions, le moyen de les bien faire, et les défauts qu'ils doivent éviter. Quant à ce qui concerne les toits et les planchers, ils n'exigent pas les mêmes précautions, parce qu'on peut facilement changer les parties vicieuses qui peuvent s'y trouver, telles que les tuiles, les solives ou les planches. C'est pourquoi on ne les place pas dans la classe

des constructions solides, dont nous venons de parler, en indiquant les moyens de les rendre durables.

Quibus autem copiarum generibus oporteat uti, non est architecti potestas : ideo quòd non in omnibus locis omnia genera copiarum nascuntur, uti in proximo volumine est expositum.

Relativement au genre de matériaux qu'il faudrait employer, cela ne dépend pas toujours de l'architecte, parce que, comme nous l'avons déjà remarqué dans le livre précédent, on ne trouve pas dans tous les pays les mêmes matériaux.

Præterea in domini est potestate, utrum lateritio, au cementitio, an saxo quadrato velit ædificare.

D'ailleurs il est libre au propriétaire qui fait bâtir, d'employer les briques, les moellons ou les pierres de tailles.

Itaque omnium operum probationes tripartito considerantur, id est, fabrili subtilitate, magnificentiâ et dispositione.

C'est par cette raison qu'on peut considérer les jugemens que l'on porte de toutes sortes d'ouvrages, sous trois points de vue différens; savoir, par rapport à la délicatesse du travail, la magnificence et la disposition.

Cùm magnificenter opus perfectum aspicietur, ab omni potestate impensæ laudabuntur; cùm subtiliter, officinatoris probabitur exactio; cùm verò venustate proportionibus et symetriis habuerit autoritatem, tunc fuerit gloria architecti.

En voyant un ouvrage fait avec magnificence, c'est la grandeur de la dépense qui excite l'étonnement. S'il est exécuté avec délicatesse, on admire le talent de l'ouvrier; mais si cet ouvrage est digne d'être cité pour exemple par sa beauté, la juste proportion et l'ordonnance de toutes ses parties, il fait la gloire de l'architecte.

Hæc autem rectè constituun-

Pour parvenir à ce point, un

tur, cùm is et à fabris, et ab idiotis patiatur accipere se consilia, namque omnes homines, non solùm architecti, quod est bonum possunt probare, sed inter idiotas et eos hoc est discrimen, quòd idiota, nisi factum viderit, non potest scire quid futurum sit : architectus autem, simul animo constituerit antequàm inceperit, et venustate, et usu, et decore quale sit futurum, habet definitum.

architecte ne doit pas dédaigner de prendre des conseils des ouvriers et des particuliers : car les architectes ne sont pas les seuls qui puissent juger de ce qui est bon. Cependant, il y a cette différence entre les particuliers et les architectes, c'est que les premiers ne peuvent juger de ce que sera un ouvrage que lorsqu'il est exécuté, au lieu qu'un architecte, dès qu'il a conçu un projet, peut se faire une idée de sa beauté, de son usage et de sa convenance, avant qu'il soit commencé, comme s'il était achevé.

Quas res privatis ædificiis utiles putavi, et quem ad modum sit faciendum, quàm apertissimè potui perscripsi. De expolitionibus autem eorum, ut sint elegantes, et sine vitiis ad vetustatem in sequenti volumine exponam.

Après avoir expliqué dans ce livre, le plus clairement qu'il m'a été possible, les choses qui m'ont paru utiles aux édifices privés : je me propose de traiter dans le suivant des enduits, en indiquant les vices qu'il faut éviter pour les faire beaux et durables.

Les passages de Vitruve que je viens de citer, et surtout ce dernier chapitre, renferment ce qu'il y a de plus essentiel à dire sur les précautions à prendre pour donner aux édifices une solidité convenable, c'est pourquoi je l'ai traduit en entier. Il paraît que c'est dans cette source qu'ont puisé tous les auteurs qui, après lui, ont écrit sur l'art de bâtir, tels que Léon-Baptiste Alberti, Scamozzi, Philibert Delorme, qui ont été copiés par une infinité d'autres.

La figure 4 représente le plan d'une partie de mur de terrasse antique, tirée de la ville Adrienne près Tivoli; elle soutient une grande esplanade qui était environnée de portiques, et désignée sous le nom de Pécile. Contre ce mur, dont la plus grande élévation est de 50 pieds, sont adossés des logemens qui servaient pour la garde prétorienne; le dessus de ces logemens formait le sol des portiques supérieurs, ce mur est élégi par des vides demi-circulaires B, B, de 14 à 15 pieds de diamètre, voûtés en niches avec un double mur au-devant, et d'autres vides C, C, afin d'isoler celui qui forme le fond de ces chambres, pour les garantir de l'humidité. Ces logemens appelés *les cent chambres*, à cause de leur nombre, forment deux étages voûtés au-dessus l'un de l'autre; les chambres EE, ont chacune 18 pieds et demi de long, sur 14 pieds et demi de large, elles sont séparées par des murs pleins, formant éperons au mur de terrasse : elles n'ont qu'une porte sur la face, et sont voûtées en berceau d'un éperon à l'autre; chacune répond à un des vides pratiqués dans l'épaisseur du mur de terrasse. Ces deux rangs de chambres voûtées, formaient quatre étages au moyen de planchers intermédiaires soutenus par des corbeaux de pierre, qui existent encore.

ARTICLE II.

De la solidité.

Nous avons dit au livre précédent, page 14 en parlant des constructions en pierres de taille, qu'elles pouvaient être considérées cemme un assemblage de corps pesans qui se soutiennent mutuellement dans un état de repos, au-dessus de l'équilibre. Il en est de même de toutes les autres parties d'un édifice; tout ce qui tend à diminuer leur stabilité les rend moins solides et peut causer leur ruine.

Dans toutes sortes d'édifices, il y a deux causes qui tendent à les détruire, l'une est le tassement et l'autre la poussée, toutes les deux sont le résultat de la pesanteur. Dans le premier cas, les corps agissent verticalement avec toute l'énergie de leur poids, pour presser, comprimer, et quelquefois écraser ceux qui les soutiennent.

Dans le second cas, la pesanteur ne pouvant agir librement, selon la direction qui lui est naturelle, tend à écarter les obstacles qui l'empêchent de la suivre.

Du tassement.

Le tassement est l'effet qui résulte de l'action verticale de la pesanteur sur des matières susceptibles de compression, tels que la plupart des terrains, le mortier, le plâtre et autres matières servant à réunir les pierres dans les ouvrages de maçonnerie.

L'effort de la pesanteur qni cause le tassement, agit en raison inverse de l'étendue des surfaces; ainsi l'effort d'un poids de 1200 kilogrammes sur une surface carrée, dont chaque côté serait d'un mètre, est quadruple de celui que ce même poids exercerait sur une snrface aussi carrée, dont chaque côté serait de deux mètres; d'où il résnlte que pour les superficies de même forme, cet effort est en raison inverse du carré de leurs côtés homologues, en sorte que si ces superficies étaient des cercles, l'effort qu'elles soutiendraient serait en raison inverse du carré de leur rayon ou de leur diamètre.

Par rapport au tassement qui peut résulter des différentes espèces de terrains, ou des sols sur lesquels doivent être établis les fondemens des édifices, il dépend de leur degré de compressibilité; car des sols qui ne seraient pas snsceptibles de compression, tels que ceux formés par des rocs ou des masses de carrière, n'éprouveraient aucun tassement.

Dans les sols compressibles, c'est moins le tassement que son inégalité qui devient dangereux, parce qu'il occasione des ruptures et des désunions qui peuvent causer la ruine d'nn édifice. Pour éviter cet inconvénient, il faut que la superficie des fondemens des murs on des points d'appui, augmente en raison de lenr charge. La plupart des accidens qui arrivent aux grands édifices, et aux bâtimens ordinaires, viennent de ce que sonvent les fondemens des points d'appui, qui portent des charges doubles ou triples de ceux des parties environnantes, occupent quelquefois des superficies moindres, ce qui les rend susceptibles d'un tassement plus considérable.

Comme le tassement des terrains n'est que l'effet du

rapprochement de leurs parties, par l'effort de la charge, on peut le prévenir en les battant avec un mouton, ou avec une pièce de bois ferrée par le bas, pesant environ 100 livres, soulevée par deux hommes, ainsi que je l'ai vu pratiquer avec succès par un constructeur habile, qui préférait ce moyen aux plates-formes et au pilotage, dans les terrains dont la fermeté était douteuse.

Pour se faire une idée de cette opération, il faut savoir que la charge d'un mur mitoyen de 60 pieds de hauteur et de 18 pouces d'épaisseur, n'est que d'environ 8 milliers par pied superficiel, et qu'elle ne va pas à 10 milliers avec celle du toit et des planchers; mais comme l'épaisseur en fondation a toujours 1 pied de plus, cette charge se réduit pour le sol des fondations à environ 6 milliers par pied superficiel: c'est à peu près l'effet que peut produire la pièce de bois dont nous venons de parler. Le nombre des battues doit être en raison de la résistance du terrain; il est à propos que la dernière se fasse sur le premier rang de moellons ou de libages posé sur le sol, préalablement battu et nivelé.

Cette idée de battre le terrain pour le consolider, et la nécessité de connaître, dans plusieurs autres circonstances la force du choc d'un corps qui tombe de différentes hauteurs, m'ont engagé à répéter des expériences que j'avais déjà tenté plusieurs fois, sans avoir pu en déduire des résultats sur lesquels on puisse compter, parce que la réaction occasionée par le choc, ne permet pas de saisir la juste valeur d'un effort qui n'a, pour ainsi dire, pas de durée.

Après avoir reconnu par une infinité d'essais, l'insuffisance de ces moyens et de plusieurs autres employés par diffé-

rens auteurs, tels que les plateaux de balance, les leviers, j'ai pensé que le dynamomètre imaginé par M. Regnier, garde du dépôt et archives de l'artillerie, à Paris, pouvait donner des résultats plus certains, par la raison que l'effort se fait sentir plus immédiatement sur cet instrument, et que l'impression subite qu'il éprouve est indiquée au même instant par une aiguille qui reste fixe, au point de division qui indique l'effort : cet instrument est représenté par la fig. 4 *bis*, planche LXVIII.

Les expériences ont été faites de deux manières, qui ont donné à peu près les mêmes résultats.

Par la première, on accrochait un plateau de balance au dynamomètre, à une distance un peu plus grande que la hauteur d'où devait tomber le corps. On suspendait au même point le corps qui devait tomber, avec une ficelle très-mince, et à une hauteur déterminée au-dessus du plateau de balance; on brûlait ensuite cette ficelle, afin de n'occasioner aucun mouvement capable de déranger la direction verticale que devait suivre le corps pour tomber sur le plateau.

Par la seconde manière, on a supprimé le plateau, en attachant le corps à une ficelle un peu plus longue que la hauteur d'où il devait tomber; on relevait ensuite le corps, qu'on tenait suspendu par une seconde ficelle beaucoup plus mince; en sorte que la différence de longueur de ces deux ficelles exprimait la hauteur de la chute : on brûlait la petite ficelle; et le corps retenu à la fin de sa chute par la grande, communiquait au dynamomètre, auquel il était attaché, la même impression que sur un plateau de balance. Dans la première manière, on diminuait de l'expression du choc indiqué par l'aiguille,

le poids du plateau de balance : dans la seconde, on prenait l'expression entière.

Les expériences faites à des hauteurs au-dessous de 15 pieds par la première manière, ont donné des résultats plus forts que par la seconde, mais pour les plus grandes hauteurs, les deux manières ont donné à peu près les mêmes résultats.

Ces expériences ont été faites avec des boulets de fer de trois grosseurs différentes. Le premier pesait 9 livres et demie, ou 4 kilogrammes 650 grammes.

Le second pesait 6 livres $\frac{1}{4}$, ou 3 kilogrammes 60 grammes.

Le troisième, 3 livres $\frac{3}{4}$, ou un kilogramme 840 grammes.

J'ai fait d'abord plusieurs expériences préliminaires, afin de parvenir à connaître le moyen le plus convenable de faire usage du dynamomètre. Ces premiers essais m'ont appris qu'il est difficile d'évaluer les chocs qui résultent des chutes au-dessous d'un demi-mètre. Ce n'est que d'après des expériences faites de mètre en mètre, que j'ai pu obtenir des résultats assez justes pour pouvoir être comparés avec la théorie. Ainsi la boule de fer pesant 9 livres $\frac{1}{2}$, ou 4 kilogrammes 650 grammes, en tombant successive-d'un mètre, 4 mètres, 9 mètres et 16 mètres de hauteur, a produit des chocs exprimés par 94, 186, 280, et 373 kilogrammes, qui sont à très-peu de chose près entre eux comme les racines 1, 2, 3 et 4 des hauteurs d'où ils sont tombés, ainsi que l'indique la théorie.

Le boulet de 6 livres $\frac{1}{4}$ ou 3 kilogrammes 60 grammes a donné en tombant des mêmes hauteurs 61, 119, 182, et 243 kilogrammes, qui diffèrent peu de la raison des

racines des hauteurs. Enfin le boulet de 3 livres $\frac{3}{4}$, ou d'un kilogramme 840 grammes, donne plus de différence, car les racines des hauteurs étant comme 1, 2, 3 et 4, la force des chocs a été 37, 70, 108 et 142.

Après avoir fait un très-grand nombre d'expériences, depuis un mètre de hauteur jusqu'à vingt, qui ont donné des résultats qui approchent plus ou moins de la loi indiquée par la théorie, j'ai pris pour dresser les tables suivantes, le résultat moyen des expériences faites à 5 mètres de hauteur, parce que ce sont celles qui différaient le moins entre elles. J'ai marqué par des étoiles les résultats de ces calculs qui s'accordent avec l'expérience.

En calculant ces tables, j'ai trouvé que lorsque les chocs sont au poids du corps qui les produit, comme la suite naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, etc., les carrés de ces nombres qui, d'après la théorie, doivent exprimer les hauteurs de leurs chutes, pourraient être indiqués par une échelle de parties égales dont l'unité est, à très-peu de chose près, une ligne ou 2 millimètres $\frac{1}{4}$, en sorte que dix fois le poids devrait correspondre à 100 lignes de hauteur, 20 fois à 400, et 30 fois à 900 lignes, ou 6 pieds 3 pouces. Cependant, comme la résistance de l'air diminue l'effort en raison des hauteurs des chutes, j'ai cherché à connaître, par de nouvelles expériences, de combien il faudrait augmenter la hauteur de la chute, pour obtenir des chocs qui suivent exactement la progression des nombres, en prenant le poids pour unité. J'ai trouvé que pour 38 fois le poids, il fallait que la hauteur fût de 1588 lignes (11 pieds 4 lignes), au lieu de 1444 lignes (10 pieds 4 lignes) que donne la théorie, en faisant abstraction de la résistance de l'air, c'est-à-dire

un pied de plus, et pour 80 fois, la différence était d'environ 4 pieds ; c'est d'après ces comparaisons et beaucoup d'autres que j'ai établi la colonne C.

Dans les deux tables ci-après, les colonnes marquées B, indiquent le carré du nombre de fois que le poids du corps est répété dans la première colonne A. Ces carrés sont exprimés dans la première table en millimètres, et dans la seconde en lignes, sans avoir égard à la résistance de l'air.

Les colonnes marquées C, indiquent en mêmes mesures les hauteurs desquelles les corps doivent tomber, pour produire les effets indiqués par les colonnes D, E et F, exprimés dans la première table en kilogrammes et grammes, et dans la seconde en livres.

Malgré le grand nombre d'expériences et de calculs que j'ai faits, pour parvenir aux résultats que contiennent ces tables, je ne les donne que comme un essai que de nouvelles expériences faites par des savans d'un ordre supérieur pourront perfectionner. Je me suis déterminé à les publier, parce que je les crois suffisantes pour l'usage ordinaire, parce que je ne connais aucune table de ce genre, et qu'elles peuvent être d'une très-grande utilité dans l'art de bâtir.

Première table, qui indique les différentes hauteurs desquelles un corps doit tomber, pour que la force du choc forme une progression arithmétique dont la différence soit égale au poids de ce corps.

Les colonnes marquées A indiquent la progression naturelle des nombres qui donnent la force du choc, en multipliant le poids du corps par chacun de ses termes.

Les colonnes B indiquent les carrés des nombres des colonnes précédentes, lesquels expriment, d'après la théorie, les espaces parcourus, en prenant 2 millimètres ¼ pour unité.

Les colonnes C indiquent les espaces trouvés par l'expérience, pour que la force du choc augmente dans la raison des nombres indiqués par les colonnes A.

Les colonnes D expriment la force du choc pour un boulet de fer pesant 4650 grammes.

Les colonnes E expriment la force du choc pour un boulet de fer pesant 3060 grammes.

Les colonnes F expriment celle pour un boulet de même matière pesant 1840 grammes.

A	B	C	D	E	F
	Millim. et 100es.	Millim. et 100es.	Kilog. et gram.	Kilog. et gram.	Kilog. et gram.
1	2.25	2.25	4.65	3.06	1.84
2	9.02	9.46	9.30	6.12	3.68
3	20.31	21.61	13.95	9.18	5.52
4	36.10	38.80	18.60	12.24	7.36
5	56.39	60.90	23.25	15.30	9.20
6	81.21	87.97	27.90	18.36	11.04
7	110.53	120.23	*32.55	*21.42	*12.88
8	144.37	157.24	37.20	24.48	14.72
9	182.73	198.98	41.85	27.54	16.56
10	225.58	246.33	46.50	30.60	18.40
11	272.95	298.22	51.15	33.66	20.24
12	324.84	355.28	55.80	36.72	22.08
13	381.23	417.10	60.45	39.78	23.92
14	442.14	484.10	*65.10	*42.84	*25.76
15	507.57	556.05	69.75	45.90	27.60
16	577.49	632.75	74.40	48.98	29.44

A	B	C	D	E	F
	Millim. et 100es.	Millim. et 100es.	Kilog. et gram.	Kilog. et gram.	Kilog. et gram.
17	651.93	714.64	79.05	52.02	31.28
18	730.81	801.50	83.70	55.08	33.12
19	814.35	893.31	88.35	58.14	34.96
20	901.33	990.00	93.00	61.20	36.80
21	994.83	1091.82	*97.65	*64.26	*38.64
22	1091.80	1198.51	102.30	67.32	40.48
23	1193.33	1310.18	106.95	70.38	42.32
24	1299.36	1426.81	111.60	73.44	44.16
25	1409.79	1548.62	116.25	76.50	46.00
26	1524.94	1674.98	120.90	79.50	47.84
27	1644.31	1806.50	125.55	82.62	49.68
28	1768.37	1942.98	130.20	85.68	51.52
29	1896.95	2084.44	134.85	88.74	53.36
30	2029.85	2230.84	*139.50	*91.80	*55.20
31	2165.20	2382.41	144.15	94.86	57.04
32	2309.77	2538.97	148.80	97.92	58.88
33	2456.41	2600.69	153.45	100.98	60.72
34	2607.74	2866.94	158.10	104.04	62.56
35	2763.39	3038.18	*162.75	*107.10	*64.40
36	2923.36	3214.37	167.40	110.16	66.24
37	3088.03	3395.93	172.05	113.22	68.08
38	3257.42	3582.26	*176.70	*116.28	*69.92
39	3431.13	3772.90	181.35	119.34	71.76
40	3609.33	3969.82	186.00	122.40	73.60
41	3792.05	4171.03	190.65	125.46	75.44
42	3979.29	4377.42	195.30	128.52	77.28
43	4171.03	4588.36	199.95	131.58	79.12
44	4367.29	4804.47	204.60	134.64	80.96
45	4568.07	5025.35	*209.25	*137.70	*82.80
46	4773.34	5251.35	213.90	140.76	84.64
47	4983.13	5482.39	218.55	143.82	86.48
48	5197.44	5718.35	223.20	146.88	88.32
49	5416.25	5959.91	227.85	149.94	90.16
50	5639.58	6205.58	232.50	153.00	92.00
51	5867.43	6455.99	237.15	156.06	93.84
52	6099.77	6711.89	241.80	159.12	95.68
53	6336.63	6973.69	*246.55	*162.18	*97.52
54	6578.01	7239.42	251.10	165.24	99.36
55	6823.89	7510.34	255.75	168.30	101.20
56	7047.22	7786.24	260.40	171.36	103.04
57	7329.24	8066.86	265.05	174.42	104.88
58	7588.62	8352.47	169.70	177.48	106.72
59	7852.55	8642.84	274.35	180.54	108.56
60	8120.80	8938.99	*279.00	*183.60	*110.40
61	8393.15	9239.89	283.65	186.66	112.24
62	8671.02	9545.36	288.30	189.72	114.18
63	8932.90	9856.18	292.95	192.78	116.02
64	9239.89	10171.78	297.60	195.84	118.86

A	B	C	D	E	F
	Millim. et 100e.	Millim. et 100e.	Kilog. et gram.	Kilog. et gram.	Kilog. et gram.
65	9530.69	10492.56	302.25	198.90	119.70
66	9826.41	10817.85	306.90	201.96	121.54
67	10126.43	11148.33	311.55	205.02	123.38
68	10430.97	11483.99	316.20	208.08	125.22
69	10740.03	11823.41	320.85	211.14	127.06
70	11053.58	12169.99	*325.50	*214.20	*128.80
71	11371.45	12520.32	330.15	217.26	130.64
72	11693.84	12875.45	334.80	220.32	132.48
73	11939.72	13235.10	339.45	223.38	134.32
74	12352.94	13601.54	344.10	226.44	136.16
75	12688.87	13971.95	348.75	229.50	138.00
76	13029.69	14347.10	353.40	232.56	139.84
77	13374.83	14727.43	*358.05	*235.62	*141.68
78	13724.49	15111.72	362.70	238.68	143.52
79	14078.65	15502.99	367.35	241.74	145.36
80	14437.33	15892.20	372.00	244.80	147.20
81	14800.33	16298.39	376.65	247.86	149.04
82	15167 82	16703.54	381.30	250.92	150.88
83	15540.23	17118.16	385.95	253.98	152.72
84	15916.99	17528.72	*390.60	*257.04	*154.56
85	16298.39	17948.31	395.25	260.10	156.40
86	17684.14	18210.35	399.90	263.16	158.24
87	17074.41	18794.69	404.55	266.22	160.08
88	17469.14	19238.67	409.20	269.28	161.92
89	17895 52	19678.76	413.85	272.34	163.76
90	18191.24	20123.83	*418.50	*275.40	*165.60

Deuxième table, qui indique les différentes hauteurs desquelles un corps doit tomber pour que la force du choc forme une progression arithmétique dont la différence soit égale au poids de ce corps.

Dans cette table, les colonnes marquées A indiquent la progression naturelle des nombres qui donnent la force du choc, en multipliant le poids du corps par chacun de ses termes.

Les colonnes B indiquent les carrés des nombres de la colonne précédente, qui expriment les espaces parcourus, en prenant une ligne pour valeur de l'unité.

Les colonnes C expriment, aussi en lignes, les espaces indiqués par l'expérience, pour que la force du choc augmente selon la progression des nombres naturels.

Les colonnes D indiquent les mêmes espaces exprimés en pieds, pouces et lignes.

Les colonnes E indiquent la force du choc, pour un boulet de fer pesant 9 livres ½.

Les colonnes F indiquent la force du choc pour un boulet de fer pesant 6 livres ¼.

Les colonnes G indiquent celle pour un boulet de même matière pesant 5 li. ¾.

A	B	C	D	E	F	G
	Lignes.	Lignes.	Pi. po. lig.	Livres.	Livres.	Livres.
1	1	1.	0. 0. 1.	9 ½	6 ¼	3 ¾
2	4	4.2	n. 0. 4.2	19	12 ½	7 ½
3	9	9.6	0. 0. 9.6	28 ½	18 ¾	11 ¼
4	16	17.2	0. 1. 5.2	38	25	15.
5	25	27.	0. 2. 3.	47 ½	31 ¼	18 ¾
6	36	39.	0. 3. 3.	57	37 ½	22 ½
7	49	53.3	0. 4. 5.3	* 66 ½	*43 ¾	*26 ¼
8	64	69.7	0. 5. 9.7	76	5n	3n
9	81	88.3	0. 7. 4.3	85 ½	56 ¼	33 ¾
1n	100	109.2	0. 9. 1.2	95	62 ½	37 ½
11	121	132.25	0.11. 0.2	1n4 ½	68 ¾	41 ¼
12	144	157.5	1. 1. 1.5	114	75	45
13	169	184.9	1. 3. 4.9	123 ½	81 ¼	48 ¾
14	196	214.6	1. 5.10.6	*133	*87 ½	*52 ½

A	B	C	D	E	F	G
	Lignes	Lignes.	Pi. po. lig.	Livres.	Livres.	Livres.
15	225	246.5	1. 8. 6.5	142 ½	93 ¾	56 ¼
16	256	280.5	1.11. 4.5	152	100	60
17	289	316.8	2. 2. 4.8	161 ½	106 ¼	63 ¾
18	324	355.3	2. 5. 7.3	171	112 ½	67 ½
19	361	396.	2. 9. 0.	180 ½	118 ¾	71 ¼
20	400	438.9	3. 0. 6.9	190	125	75
21	441	484.	3. 4. 4.	*199 ½	*131 ¼	*78 ¾
22	484	531.3	3. 8. 3.3	209	137 ½	82 ½
23	529	580.8	4. 0. 4.8	218 ½	143 ¾	86 ¼
24	576	632.5	4. 4. 8.5	228	150	90
25	625	686.5	4. 9. 2.5	237 ½	156 ¼	93 ¾
26	676	742.6	5. 1.10.6	247	162 ½	97 ½
27	729	800.9	5. 6. 8.9	256 ½	168 ¾	101 ¼
28	784	861.4	5.11. 9.4	266	175	105
29	841	924.2	6. 5. 0.2	275 ½	181 ¼	108 ¾
30	900	989.1	6.10. 5.1	*285	*187 ½	*112 ½
31	961	1056.2	7. 4. 0.2	294 ½	193 ¾	116 ¼
32	1024	1125.6	7. 9. 9.6	304	200	120
33	1089	1197.2	8. 3. 9.2	313 ½	206 ¼	123 ¾
34	1156	1270.9	8. 9.10.9	323	212 ½	127 ½
35	1225	1346.9	9. 4. 2.9	*332 ½	*218 ¾	*131 ¼
36	1296	1425.	9.10. 9.	342	225	135
37	1369	1505.4	10. 5. 5.4	351 ½	231 ¼	138 ¾
38	1444	1588.	11. 0. 4.	*361	*237 ½	*142 ½
39	1521	1672.8	11. 7. 4.8	370 ½	243 ¾	146 ¼
40	1600	1759.8	12. 2. 7.8	380	250	150
41	1681	1849.	12.10. 1.	389 ½	256 ¼	153 ¾
42	1764	1940.4	13. 5. 8.4	399	262 ½	157 ½
43	1849	2034.	14. 1. 6.	408 ½	268 ¾	161 ¼
44	1936	2129.8	14. 9. 5.8	418	275	165
45	2025	2227.8	15. 5. 7.8	*427 ½	*281 ¼	*168 ¾
46	2116	2328.	16. 2. 0.	437	287 ½	172 ½
47	2209	2430.5	16.10. 6.5	446 ½	293 ¾	176 ¼
48	2304	2535.1	17. 7. 3.1	456	300	180
49	2401	2642.	18. 4. 2.	465 ½	306 ¼	183 ¾
50	2500	2751.	19. 1. 3.	475	312 ½	187 ½
51	2601	2862.	19.10. 6.	484 ½	318 ¾	191 ¼
52	2704	2975.7	20. 7.11.7	494	325	195
53	2809	3091.4	21. 5. 7.4	*503 ½	*331 ¼	*198 ¾
54	2916	3209.2	22. 3. 5.2	513	337 ½	202 ½
55	3025	3329.3	23. 1. 5.3	522 ½	343 ¾	206 ¼
56	3136	3451.6	23.11. 7.6	532	350	210
57	3249	3576.	24.10. 0.	541 ½	356 ¼	213 ¾
58	3364	3702.9	25. 8. 6.7	551	362 ½	217 ½
59	3481	3831.6	26. 7. 3.6	560 ½	368 ¾	221 ¼
60	3600	3962.7	27. 6. 2.7	*570	*375	*225
61	3721	4096.	28. 5. 4.	579 ½	381 ¼	228 ¾
62	3844	4231.5	29. 4. 7.5	589	387 ½	252 ½

A	B	C	D	E	F	G
	Lignes.	Lignes.	Pi. po. lig.	Livres.	Livres.	Livres.
63	3969	4369.2	30. 4. 1.2	598 ½	393 ¾	236 ¼
64	4096	4509.1	31. 3. 9.1	608	400	240
65	4225	4651.2	32. 3. 7.3	617 ½	406 ¼	243 ¾
66	4356	4795.5	33. 3. 7.5	627	412 ½	247 ½
67	4489	4942.	34. 3.10.	636 ½	418 ¾	251 ¼
68	4624	5090.8	35. 4. 2.8	646	425	255
69	4761	5241.7	36. 4. 9.7	655 ½	431 ¼	258 ¾
70	4900	5394.9	37. 5. 6.9	*665	*437 ½	*262 ½
71	5041	5550.2	38. 6. 6.2	674 ½	443 ¾	266 ¼
72	5184	5707.8	39. 7. 7.8	684	450	270
73	5329	5867.5	40. 8.11.5	693 ½	456 ¼	273 ¾
74	5476	6029.5	41.10. 5.5	703	462 ½	277 ½
75	5625	6193.7	43. 0. 1.7	712 ½	468 ¾	281 ¼
76	5776	6360.	44. 2. 0.	722	475	285
77	5929	6528.6	45. 4. 0.6	*731 ½	*481 ¼	*288 ¾
78	6084	6699.4	46. 6. 3.4	741	487 ½	292 ½
79	6241	6872.4	47. 8. 8.4	750 ½	493 ¾	296 ¼
80	6400	7047.6	48.11. 3.6	760	500	300
81	6561	7225.	50. 2. 1.	769 ½	506 ¼	303 ¾
82	6724	7404.6	51. 5. 0.6	779	512 ½	307 ½
83	6889	7586.4	52 8. 4.4	788 ½	518 ¾	311 ¼
84	7056	7770.4	53.11. 6.4	*798	*525	*315
85	7225	7956.6	55. 3. 0.4	807 ½	531 ¼	318 ¾
86	7396	8145.	56. 6. 9.	817	537 ½	322 ½
87	7569	8335.6	57.10. 3.6	826 ½	543 ¾	326 ¼
88	7744	8528.5	59. 2. 8.5	836	550	330
89	7921	8723.5	60. 6.11.5	845 ½	556 ¼	333 ¾
90	8100	8920.8	61.11. 4.8	*855	*562 ½	*337 ½

Troisième table qui indique le nombre de fois que le poids doit être répété, pour exprimer la force du choc de tiers de mètre en tiers de mètre, ou de pied métrique en pied métriq.					
Tiers de mètre.	Pieds métriq.	Force du choc.	Tiers de mètre.	Pieds métriq.	Force du choc.
⅓	1	11.61	10.⅓	31	64.50
⅔	2	16.41	⅔	32	65.53
1.0	3	20.09	11.0	33	66.55
⅓	4	23.19	⅓	34	67.55
⅔	5	25.93	⅔	35	68.54
2.0	6	28.40	12.0	36	69 51
⅓	7	30.67	⅓	37	70.47
⅔	8	33.24	⅔	38	71.41
3.0	9	34.77	13.0	39	72.35
⅓	10	36.65	⅓	40	73.27
⅔	11	38.44	⅔	41	74.18
4.0	12	40.15	14.0	42	75.07
⅓	13	41.78	⅓	43	75.96
⅔	14	43.36	⅔	44	76.84
5.0	15	44.88	15.0	45	78.71
⅓	16	46.31	⅓	46	78.57
⅔	17	47.78	⅔	47	79.43
6.0	18	49 16	16.0	48	80.26
⅓	19	50.51	⅓	49	81.08
⅔	20	51.82	⅔	50	81.91
7.0	21	53.04	17.0	51	82.71
⅓	22	54.34	⅓	52	83.52
⅔	23	55.57	⅔	53	84.34
8.0	24	56.76	18.0	54	85 20
⅓	25	57.93	⅓	55	86.21
⅔	26	59.08	⅔	56	86 80
9.0	27	60.20	19 0	57	87.46
⅓	28	61.30	⅓	58	88.21
⅔	29	62.39	⅔	59	88 97
10.0	30	63.45	20.0	60	89.72

Quatrième table qui indique le nombre de fois que le poids doit être répété, pour exprimer la force du choc de pied en pied.			
Pieds.	Force du choc.	Pieds.	Force du choc.
1	11.47	31	63 68
2	16.20	32	64.70
3	19.82	33	65.75
4	22.90	34	66.69
5	25.59	35	67.66
6	28.02	36	68.61
7	30.28	37	69.56
8	32.37	38	70.50
9	34.33	39	71.41
10	36.19	40	72.32
11	37.96	41	73.23
12	39.63	42	74.12
13	41.25	43	75.00
14	42.80	44	75.83
15	44.30	45	76 71
16	45.76	46	77.56
17	47.17	47	78.40
18	48.53	48	79.23
19	49.86	49	80.05
20	51.15	50	80 86
21	52.41	51	81 10
22	53.65	52	82.46
23	54.86	53	83.25
24	56.03	54	84.03
25	57.19	55	84.81
26	58.32	56	85 57
27	59.42	57	86.33
28	60.51	58	87.08
29	61.60	59	87.83
30	62.64	60	88 57

* La troisième table est divisée en deux parties: la première exprime les chocs des corps tombant, de tiers de mètre en tiers de mètre, que j'ai aussi désignés par pieds métriques.

La seconde exprime les mêmes chocs en pieds de Paris.

Pour faire usage de ces tables, il faut multiplier le poids du corps par l'expression du choc qui se trouve vis-à-vis la hauteur d'où il tombe.

Premier exemple.

Si l'on veut connaître la force du choc d'un corps pesant 40 kilogrammes, tombant de trois mètres de hauteur, on multipliera 40 par $34 \frac{77}{100}$, qui indique dans la troisième table, le nombre de fois que le poids doit être répété pour exprimer cet effet; l'opération donnera 1390 kilogrammes et 8 hectogrammes.

Deuxième exemple.

De même, si l'on veut connaître la force du choc d'un poids de 120 livres tombant de 12 pieds de haut, on multipliera 120 par $39 \frac{63}{100}$, pris dans la quatrième table, et on trouvera pour l'expression de cette force, 4755 livres $\frac{6}{10}$.

Troisième exemple.

Pour connaître la force de percussion d'un mouton ordinaire à battre les pieux, pesant 750 livres, tombant de 5 pieds de haut, on cherchera dans la quatrième table, la force qui répond à une chute de 5 pieds, qu'on trouvera exprimée par $25 \frac{59}{100}$: multipliant le poids du mouton par cette quantité, on aura 19192 pour la force de percussion que l'on cherche.

Quatrième exemple.

On veut connaître le tassement que pourrait occasioner sur un terrain ordinaire un pilier de 4 pieds de superficie de base, dont la charge, en y comprenant son poids, est de 60 milliers.

En supposant ce pilier sans empatement, c'est-à-dire que la superficie en fondation est la même que sa base au rez-de-chaussée, il est évident que chaque pied superficiel soutiendra 15 milliers.

Pour produire cet effet, on pourra prendre une sonnette ordinaire dont le mouton pèse 750 livres; ensuite, après avoir divisé 15 mille par 750, on cherchera dans la seconde table à quelle hauteur répond le quotient 20, et on trouvera 3 pieds 6 lignes $\frac{9}{10}$; c'est-à-dire que pour produire un effort égal à celui qu'occasionerait sur le terrain, le pilier avec sa charge, il faudra faire tomber le mouton de cette hauteur. La mesure de l'enfoncement qu'il aura produit sera celle du tassement que causerait la charge de ce pilier.

Il faut remarquer que si l'on fait tomber le mouton de la même hauteur, une seconde fois sur le même endroit, l'enfoncement, à compter de celui produit par le premier choc, sera beaucoup moins considérable; qu'à la troisième fois, il sera encore moindre, et qu'il irait toujours en diminuant, en sorte qu'après un certain nombre de coups, l'enfoncement ne serait presque plus sensible. D'où il résulte qu'on peut affermir un sol en le battant avec un mouton de manière à ce qu'il ne produise presque pas de tassement sous une charge déterminée.

Autre remarque.

Nous avons fait voir, dans l'exemple précédent, que l'effort d'un pilier de quatre pieds de superficie de base, sans empatement, chargé de 60 milliers, serait de 15 milliers par pied superficiel; mais si l'on pose ce pilier sur une assise qui forme tout autour un empatement de 6 pouces, il est clair que la surface qui pose sur le terrain sera de 9 pieds au lieu de 4, ce qui réduira l'effort de la pression à 6444 au lieu de 15 mille, c'est-à-dire à moins de moitié; et comme le tassement est en raison de la pression, il sera moitié moindre.

Si au lieu d'un seul empatement on en forme deux de chacun 6 pouces, la surface portant sur le terrain sera de 16 pieds et la pression de 3750, figure 5 : ainsi il est possible de diminuer la pression d'un point d'appui, en augmentant la superficie de sa base qui pose sur le terrain. Ce moyen est très-utile pour égaliser la charge, et empêcher l'inégalité du tassement, qu'il est très-essentiel d'éviter, parce que, comme nous l'avons déjà remarqué, cette inégalité occasione quelquefois des désunions et des ruptures dangereuses qui peuvent causer la ruine des édifices.

Un mur continu, tel qu'un mur mitoyen, produit souvent une moindre pression sur le terrain, qu'un point d'appui isolé, qui, outre son poids, reçoit la charge des parties environnantes; mais comme il est toujours possible d'évaluer à peu de chose près le poids des parties d'un édifice, il en résulte qu'on peut aussi proportionner l'empatement de leur fondation, de manière que la pression

soit partout uniforme. C'est au défaut contraire qu'il faut attribuer les accidens qui arrivent aux constructions nouvellement achevées.

De l'épaisseur des fondemens.

Vitruve se contente de dire que les fondemens doivent avoir plus d'épaisseur que les constructions qu'on doit établir dessus. Palladio pense qu'il faut donner aux fondemens des murs le double de leur épaisseur au rez-de-chaussée. Scamozzi n'indique que le quart en sus, et le sixième au moins. Philibert Delorme leur donne la moitié en sus; Mansard a suivi cette règle aux Invalides

Il est étonnant que ces auteurs et tous ceux qui les ont copiés, n'aient pas fait attention que l'étendue des fondemens sur le terrain, doit être plutôt en raison de la charge que de l'épaisseur des murs. Ainsi dans les combinaisons représentées par les fig. 5, 6, 7 et 8, planche LXIX, les cubes qui forment leur base, étant également chargés, compriment le sol sur lequel ils posent avec une même force. Souvent un mur, ou massif fort épais, presse moins le terrain en raison de sa grande superficie, qu'un mur beaucoup plus mince, parce que la raison qui détermine à leur donner une plus grande épaisseur est souvent pour résister à des efforts latéraux, tels que la poussée des terres ou des voûtes.

La fig. 17 pl. LXVIII indique un moyen proposé par Léon-Baptiste Alberti, pour relier les fondemens de plusieurs points d'appui isolés, afin de diminuer l'effet de la pression, en le faisant porter sur une plus grande surface. Ce moyen consiste à construire dans les intervalles des piliers des arcs

renversés qui renvoient une partie de la charge sur les espaces intermédiaires. On a fait usage de ce procédé pour les fondemens des colonnes intérieures du Panthéon français.

Léon-Baptiste Alberti ne regarde pas les fondemens comme faisant partie des constructions établies dessus. Selon lui, ce n'est que la base sur laquelle elles doivent être posées. Il motive son opinion, en disant que si le sol était suffisamment solide, tel que le roc ou une masse de carrière, il serait inutile d'en faire. Ainsi, d'après ce savant auteur, les fondemens ne sont autre chose que des bases artificielles pour suppléer au défaut de fermeté des terrains; en sorte que s'il était possible de leur procurer par un antre moyen la fermeté suffisante, ils seraient inutiles; s'il ne s'agissait que de la pression verticale qu'exerce le poids, on pourrait les éviter, dans certains cas, mais cet effort étant presque toujours combiné avec quelque autre, il est prudent d'en établir, même sur les sols les plus fermes.

D'après les difficultés de charger immédiatement un terrain d'un poids assez considérable pour équivaloir à la pression d'une construction, même moyenne, la manière la plus simple d'y suppléer nous a paru être la chute des corps. Lorsque l'usage du mouton que nous avons proposé, n'est pas praticable, on peut se servir d'une solive ferrée par le bout et d'une moindre superficie de base, ou d'une demoiselle à paveur, car la force du choc étant en raison inverse de la superficie de la base, il en résulte qu'une pièce de bois qui n'aurait que le quart ou la sixième partie du mouton, peut produire le même choc avec un quart ou un sixième de son poids, et dispenser d'une sonnette. Quatre hommes, au lieu de seize qu'exige

un mouton, produiront le même effet sur une superficie quatre fois moindre, avec moins d'effort, parce qu'ils auront de moins à surmonter le frottement du mouton et de la poulie.

J'ai remarqué à ce sujet que les hommes appliqués à soulever cette solive, de même que celui qui se sert de la demoiselle à paveur, (une demoiselle pèse environ 50 livres) produisent un plus grand effet que si la solive ou la demoiselle tombait naturellement de la hauteur à laquelle ils les élèvent, lorsque cette hauteur n'est pas plus grande qu'un tiers de mètre, parce qu'involontairement ils s'appuient ou pressent le corps dans sa chute en proportion de l'effort qu'il a fallu pour l'élever. C'est par cette raison qu'on frappe avec un marteau un coup plus fort que si on le laissait tomber de la hauteur où on l'élève pour frapper.

On peut conclure de tout ce qui vient d'être dit, que le principal objet des fondemens doit être l'affermissement du terrain sur lequel ils posent, et que toutes les opérations doivent se diriger à ce but essentiel; car la bonté des constructions qu'on établit sur un sol mal affermi ne peut jamais procurer de vraie solidité à un édifice.

Des fondations sur le roc ou sur les masses de carrière.

Malgré la solidité apparente de ces deux espèces de sol, il y a encore des précautions à prendre pour établir dessus des constructions solides. Il faut d'abord s'assurer si sous le roc ou la masse apparente de carrière, il ne se trouve pas des cavités, et si leur épaisseur est assez forte pour soutenir, sans se rompre, le poids des constructions qu'on se propose d'établir dessus. Lorsque le roc ou la

masse ont peu d'épaisseur, ou lorsqu'il se trouve des cavités, il faut les remplir de maçonnerie ou les soutenir par des arcs. Quand on commença à bâtir l'église du Val-de-Grâce, on crut établir les fondemens d'une manière très-solide, en les posant sur une masse de carrière; mais à peine fut-on hors de terre, qu'une partie de l'édifice s'affaissa considérablement. Après quelques recherches, on trouva que la partie sur laquelle elle avait été fondée, avait été *fouillée*, et on fut obligé de soutenir le ciel de cette partie de carrière par des constructions faites en dessous.

Lorsqu'on s'est assuré que le roc sur lequel on doit fonder est solide, on commence par faire dresser de niveau les parties sur lesquelles doivent poser les premières assises. Si le roc est trop inégal, on le divise par banquettes de niveau, planche LXVIII, figure 8; et afin que les parties basses ne soient pas dans le cas de tasser, il faut, s'il est possible, les construire en pierre de taille ou libages posés sans mortier, à la manière des anciens, jusqu'à la hauteur de l'arasement général. Si l'on est obligé de construire en maçonnerie de moellons et mortier, il faut avoir soin de la battre par assise, pour diminuer autant que possible l'effet du tassement.

Lorsqu'on sera parvenu à l'arasement général, il sera à propos de laisser reposer l'ouvrage pendant quelque temps, pour que la maçonnerie puisse acquérir une certaine consistance avant de construire dessus.

Si le rocher est trop inégal, on peut fonder par encaissement avec de petites pierres et les débris des rocs maçonnés à bain de mortier, fait avec de bon sable et de la

chaux nouvellement éteinte, comme le béton, ou la maçonnerie de blocage, fig. 6 et 7, planche *idem*.

Si cette construction est bien faite et battue comme nous l'avons indiqué à l'article VI de la troisième section du second livre, page 340 et suivantes, elle formera un banc d'une seule pièce, plus ferme et plus solide que le meilleur sol; capable de remédier à tous les vices des terrains sur lesquels il sera établi. Il faut que l'épaisseur et la largeur de cette couche de maçonnerie soient proportionnées au degré de consistance du sol.

La fermeté d'un sol, tel que le roc, peut aussi permettre de n'établir les fondemens que sur des points d'appui éloignés les uns des autres et réunis par des arcs, ainsi que l'ont pratiqué les Romains dans plusieurs substructions de ce genre, qui soutiennent des parties de chemins et édifices antiques.

Des fondemens sur le bon fonds.

Nous avons déjà dit qu'indépendamment des rocs et des masses de carrières qui n'ont pas été fouillées, on compte parmi les fonds solides, le gravier, les terrains pierreux, le gros sable mêlé de terre, le tuf, et les terres franches et compactes qui n'ont pas été remuées. Comme ces différens sols sont plus ou moins compressibles, ils ont besoin d'être éprouvés. Bullet propose un moyen qui a quelque rapport à celui que nous avons indiqué. Après avoir parlé des trous ou puits d'épreuve qu'on peut creuser dans le terrain pour connaître les couches dont il est formé, il ajoute :

« Il y a un autre moyen de connaître si le terrain sur

» lequel on veut fonder, a assez d'épaisseur, et s'il n'y a pas
» de manvaises terres en dessous; il faut avoir une pièce
» de bois, comme une grosse solive de 6 ou 8 pieds, et
» battre la terre avec le bout: si elle résiste au coup et que
» le son paraisse sec et clair, on peut s'assurer que le ter-
» rain est ferme; mais si en frappant la terre, elle rend
» un son sourd et sans aucune résistance, on peut con-
» clure que le fond n'en vaut rien.»

Cette épreuve peut bien donner une idée de la fermeté du terrain, mais on ne peut pas, comme par le moyen que nous avons indiqué, l'apprécier pour proportionner la largeur des fondemens au degré de consistance du sol.

Dans les bons fonds, comme ceux dont il est ici question, on peut proportionner le nombre des retraites ou empatemens au degré d'enfoncement de la solive dans le sol. S'il résiste au coup et rend un son clair, une seule retraite peut suffire.

Lorsqu'on veut fonder solidement, il faut que la première assise soit faite en libages, c'est-à-dire en grandes pierres sans paremens, dont les lits soient dressés et piqués à la grosse pointe. On pose cette assise, après avoir bien nivelé et battu le sol, sur un lit de mortier, ou après avoir arrosé le terrain avec un lait de chaux. Cette première assise doit être battue à la hie ou demoiselle; le surplus peut être construit en gros moellons posés à bain de mortier et battus à mesure, avec des chaînes en libages sous les points d'appui et les parties les plus chargées, en proportionnant, comme nous l'avons déjà dit, leur épaisseur à la charge qu'ils ont à soutenir.

Lorsqu'on est obligé d'établir des fondemens sur des terres légères ou poreuses, et qui ont été remuées, il faut

préalablement les battre jusqu'au refus du mouton ou autre machine dont le choc soit proportionné à la charge des constructions qu'on doit établir dessus. Sur ce sol bien battu, on construira les fondemens comme nous l'avons indiqué pour les bons sols.

Le moyen de battre le sol est souvent préférable et moins coûteux que le pilotage, parce que le resserrement que produit d'abord ce dernier moyen, occasione un frottement si considérable, qu'il s'oppose à l'enfoncement des pilots, de manière qu'ils ne cèdent plus au choc du mouton, quoiqu'ils n'aient pas atteint le bon sol. Ce resserrement soulève pour ainsi dire l'épaisseur de terre dans laquelle on enfonce les pieux en buttant contre les terres voisines; mais ces terres, venant à céder à la longue, la couche soulevée s'abaisse sous l'effort continuel de la charge, et occasione des tassemens dont on est surpris, surtout lorsqu'on a pris toutes les précautions nécessaires pour faire ce pilotage selon l'usage adopté : au contraire, il faut observer que le battage d'un terrain compressible et de la maçonnerie des fondemens établis dessus, effectue d'avance le tassement dont ils sont susceptibles, et les rend assez fermes pour résister à la charge qu'ils doivent soutenir, sans crainte de réaction.

Les sables mobiles et ceux pénétrés d'eau au travers desquels elle bouillonne, ont besoin d'être renfermés et desséchés.

On peut, pour cette opération, faire usage de pilotis et de palplanches, pourvu qu'ils puissent pénétrer assez avant dans la couche de terrain au-dessous, pour résister aux effets de la mobilité du sable, et faciliter l'épuisement de l'eau, s'il en est pénétré.

Le meilleur moyen d'établir des fondemens solides sur cette espèce de sol, est d'étendre sur toute la superficie de l'enceinte formée par les pieux ou les palplanches, une forte couche de beton ou de maçonnerie en blocage à bain de mortier, comme nous l'avons ci-devant indiqué. Sur cette couche bien battue, nivelée et arasée, on posera à un pied ou deux en retraite, une assise de forts libages aussi à bain de mortier, et battus pour servir de base aux fondemens des murs ou points d'appui. C'est la manière que les anciens Romains ont presque toujours suivie pour fonder leurs édifices, et surtout lorsque le terrain ne paraissait pas avoir assez de fermeté.

Ce moyen convient également pour les terres marécageuses et les fondemens dans l'eau, en formant l'enceinte d'un double rang de pieux réunis par des palplanches et remplis de glaise ou de terre franche, pour faire cette espèce d'enceinte, à laquelle on donne le nom de *batardeau*, pl. LXVIII, fig. 9 et 10. On pratique dans les pieux, plantés à très-peu de distance les uns des autres, des rainures dans lesquelles on fait entrer des palplanches ou madriers en bois de chêne taillés en pointe par le bas. La largeur intérieure de cette espèce d'encaissement, peut être depuis 1 mètre jusqu'à 4 mètres, en raison de sa grandeur et de la force de l'eau.

On forme aussi les batardeaux entre deux files de pilotis, éloignés environ d'un mètre les uns des autres : au devant de ces pilotis on applique des espèces de moises ou traverses doubles entre lesquelles on fait entrer les palplanches pour les maintenir dans la direction qu'elles doivent suivre. Cet arrangement est exprimé par les figures 9 et 10. Pour que les palplanches joignent mieux, au lieu de faire

les joints droits, ou les fait angulaires, de manière que les uns forment des angles saillans et les autres des angles rentrans; la saillie ou le renfoncement de l'angle du milieu peut être du tiers de l'épaisseur du madrier ou palplanche, figure A.

Lorsqu'un batardeau est bien fait, il est impénétrable à l'eau, de sorte qu'on peut vider l'espace qu'il renferme, même au milieu d'une rivière, sans craindre que l'eau filtre au travers, et établir sur le fond des fondemens solides pour des piles de pont, des culées et autres ouvrages dans l'eau ou dans des terrains qui en sont pénétrés, tels que des marais, avec autant de facilité que sur des terrains secs.

Lorsqu'il n'y a pas d'impossibilité à faire des batardeaux, ce moyen de fonder à sol découvert est beaucop plus sûr que les caissons imaginés pour s'en dispenser.

M. Tardif, ingénieur des ponts et chaussées, a publié en 1757 une nouvelle méthode de former des batardeaux par encaissement, dont on peut tirer un parti avantageux, pour établir dans les terrains sablonneux, dans les marais, les rivières, et même dans la mer, à la proximité des côtes, des fondemens solides. Ce moyen consiste en un bâti de charpente, dont la figure 11, planche LXVIII, exprime le profil. Ce bâti forme une enceinte creuse, composée à l'extérieur de poteaux assemblés dans un sol ou pièce de bois horizontale, taillée en biseau, armée en dessous d'une garniture de fer à branches pour l'arrêter à cette pièce. Le biseau est prolongé à l'intérieur par de petits liens assemblés dans une autre pièce de bois horizontale, plus élevée d'environ 3 pieds : dans cette dernière, sont assemblés d'autres poteaux éloignés de deux pieds : des

premiers. Cet assemblage de doubles poteaux entretenus par des liens et des moises à différentes hauteurs, produit des espèces de fermes représentées par la fig. 11.

Ces fermes se placent à environ 6 pieds de distance les unes des antres pour former l'encaissement, dont le plan est déterminé par les sablières du bas. On recouvre les rangs de poteaux intérieurs et extérieurs avec de fortes planches ou madriers jointifs, posés en travers, et arrêtés sur chaque poteau; ce qui forme une enceinte creuse qu'on remplit de maçonnerie.

Cette espèce d'encaissement a l'avantage de pouvoir se monter sur place et de former des batardeaux, sans avoir besoin de battre des pieux ni palplanches; opération ordinairement très-longue, difficile et coûteuse, surtout lorsqu'il s'agit de fonder dans l'eau.

Pour fonder dans le sable mouvant ou dans un terrain vaseux, on commence par monter la charpente de l'encaissement; et après avoir garni de planches la partie inférieure formant biseau, et l'avoir remplie de maçonnerie, on creuse tout autour à l'intérieur, le plus également qu'il est possible. A mesure que l'encaissement s'enfonce, on continue à garnir de planches et de maçonnerie la partie formant l'enceinte, jusqu'à ce qu'on soit parvenu au fond solide. Après avoir fini de vider l'espace que renferme l'enceinte des sables et mauvaises terres, et fait les épuisemens nécessaires, on établit sur le sol bien nivelé et battu, s'il est possible, la maçonnerie des fondemens.

Si le terrain ne peut pas se battre, et s'il n'a pas la fermeté nécessaire, on étendra sur le fond une couche de beton, ou de maçonnerie de blocage faite avec de la chaux nouvellement éteinte. Ayant ensuite dressé et nivelé

cette couche, on posera dessus une assise de gros libages posés à bain de mortier et bien battus. Ce moyen est préférable aux plate-formes et grillages de charpente, parce qu'il a le double avantage de consolider le terrain en se moulant exactement sur sa surface, qui devient plus ferme tant par l'effet du battage que par l'humide du mortier dont elle se pénètre. Le temps ne peut qu'augmenter la solidité de cet ouvrage, tandis qu'il détruit les plate-formes de charpente : car il n'en est pas de même de ces bois, comme des pieux dont la partie enfoncée dans la terre est bien souvent conservée, tandis que les têtes et les sablières sont détruites.

Pour les fondations dans l'eau, comme celles des piles de pont, il suffit de planter quelques pieux à 3 ou 4 mètres de distance les uns des autres, qui serviront à diriger l'encaissement et à le soutenir, tandis qu'on remplit de maçonnerie la partie creuse formant l'enceinte, pour le faire descendre à mesure, jusqu'à ce qu'il ait atteint le fond. Alors on draguera tout autour à l'intérieur pour faire entrer le sabot dans le sable ou le terrain du fond, afin de pouvoir épuiser l'eau du milieu.

La partie de l'encaissement au-dessus du fond de la rivière peut être remplie de glaise, au lieu de maçonnerie, pour mieux s'opposer au filtrage de l'eau, parce que cette partie qui ne sert que de batardeau, se retranche lorsque la construction de la pile est élevée au-dessus du niveau de l'eau. On laisse le surplus au-dessous du fond pour consolider les fondemens et les garantir des affouillemens.

Les figures 12 et 13 représentent le plan et la coupe d'une pile de pont fondée de cette manière. La partie A

du plan, fait voir l'encaissement avec les moises et étressillonnemens pour résister à la poussée de l'eau et des terres ou sables mouvans, avant que les fondemens et les remplissages autour soient faits.

La partie B indique l'érigement de la pile et les remplissages de maçonnerie autour, jusqu'au niveau du fond de la rivière.

Les moises et autres étayemens de l'intérieur se suppriment à mesure qu'on élève la pile; on pourrait même s'en passer en faisant les grands côtés du caisson un peu courbes à l'extérieur au lieu de les faire droits, afin de résister à la pression de l'eau, qui tendrait alors à les raffermir plutôt qu'à les détruire.

L'espace marqué E dans le plan et le profil, compris entre l'intérieur du caisson et la pile, n'est que d'environ un pied et demi ou un demi-mètre.

Des fondemens sur la glaise.

L'expérience a fait connaître qu'il était dangereux de creuser ou de piloter dans la glaise, et qu'on pouvait établir dessus, d'une manière solide, les fondemens d'un édifice, en y posant un grillage de charpente recouvert de plate-formes. On cite pour modèle en ce genre, le moyen employé par le grand Blondel pour fonder la Corderie de Rochefort. Ce bâtiment élevé de deux étages, a 4 toises de largeur dans œuvre, sur 216 toises de longueur, non compris les pavillons des deux extrémités. En faisant fouiller le terrain sur lequel il est établi, il trouva au-dessous de la première couche, qui était de terre noire couverte de gazon, une masse de glaise de 10 à 12 pieds

d'épaisseur dont le dessus était très-ferme, mais qui s'amollissait ensuite peu à peu, en sorte que le fond n'était qu'une vase à demi-liquide; le mauvais terrain sous la glaise s'étendait à une si grande profondeur, qu'on ne put pas en trouver le fond. Cependant cet édifice était trop considérable, pour oser suivre la pratique du pays, c'est-à-dire de poser les premières assises immédiatement sur le sol, l'expérience leur ayant fait connaître que les deux pieds de bonne terre, affermie et liée par les racines des herbages, suffisait pour soutenir les murs des maisons ordinaires.

Après plussieurs recherches et informations faites sur la manière de fonder sur la glaise, Blondel se décida à établir les fondemens de son édifice sur un grillage de charpente, formé de pièces de bois de 10 à 11 pouces de gros, assemblées à queue d'aronde tant plein que vide. Ce grillage s'étendait non-seulement dans toute la longueur des murs de face, mais encore sous des murs de traverse qui ne s'élevaient qu'à la hauteur du sol, que Blondel avait cru nécessaire d'établir, de 4 toises en 4 toises, pour lier les fondemens des murs de face ensemble.

Sur ce grillage enfoncé de son épaisseur dans la glaise, on forma un plancher de niveau, dans toute son étendue, avec des madriers jointifs de trois à quatre pouces d'épaisseur, chevillés sur les pièces de bois de grillage. C'est sur ce plancher qu'on a établi la première assise de libages pour le fondement des murs; et afin de n'occasioner aucun tassement inégal, on eut l'attention de construire tous les murs ensemble et par assise générale, c'est-à-dire de n'en commencer une nouvelle qu'après avoir entièrement achevé celle de dessous dans tout son

pourtour, au moyen de toutes ces précautions, on parvint à élever cet immense édifice, sans qu'il en résultât le moindre accident, et il subsiste encore sans qu'il lui en soit arrivé.

La manière de fonder sur la tourbe est absolument la même. Cette méthode est encore employée avec succès, sur les terrains vaseux et marécageux, sans autre préparation que d'établir le grillage dessus. Mais il faut pour cela que l'épaisseur et la consistance du terrain vaseux soient partout les mêmes, afin que le tassement se fasse également, de manière que toutes les parties élevées dessus conservent leur à plomb.

Les bons constructeurs ne font presque plus d'usage des pilotis que pour fixer les fondemens sur le terrain, lorsqu'il s'agit d'ouvrages construits le long des rivières et sur les bords de la mer, et ils les placent plutôt en avant que dessous.

Des fondemens dans la mer.

Vitruve, en parlant des ports, fait le détail des différens moyens employés par les anciens Romains pour fonder les môles dans la mer.

Liv. V, Cap. XII.

Eæ autem structuræ, quæ in aquâ sunt futuræ, videntur sic esse faciendæ, uti portetur pulvis à regionibus, quæ sunt à Cumis continuatæ ad promontorium Minervæ, isque miscea-

Il s'explique ainsi livre V, Chapitre XII.

Quand aux constructions qui doivent être dans l'eau, voici comment il convient de les faire. On fera venir de cette poudre (pouzzolane) qui se trouve depuis Cumes jusqu'au promon-

tur uti in mortario duo ad unum respondeant: deindè tunc in eo loco, qui definitus erit, arcæ stipitibus robustis et catenis inclusæ in aquam demittendæ, destinandæque firmiter. Deindè inter eas ex transtillis inferior pars sub aquâ exæquendâ et purgandâ, et cæmentis ex mortario materiâ mixtâ (quemadmodùm suprà scriptum est) ibi congerendum donicum compleatur structuræ spatium quod fuerit inter arcas. Hoc autem munus naturale habent ea loca, quæ suprà scripta sunt.

toire de Minerve; on en broiera deux parties avec une de chaux, pour faire le mortier; ensuite, dans l'endroit qui aura été déterminé, on formera des caisses avec de forts poteaux, on les fera couler dans l'eau, où on les entretiendra solidement, dans la direction qu'elles doivent avoir, avec des chaines ou des traverses; et après avoir égalisé et nettoyé la partie sous l'eau de l'enceinte formée par ces caisses, on la remplira avec des moellons et du mortier préparé comme nous venons de le dire. Nous avons expliqué les propriétés naturelles de ce mélange dans ce que nous avons écrit précédemment. (Voy. liv. II, p 273.)

Sin autem propter fluctus aut impetus aperti pelagi, destinatæ arcæ non potuerint contineri, tunc ab ipsâ terrâ, sive crepidine pulvinus quam firmissimè struatur. Isque pulvinus exæquatâ struatur planicie minus quam dimidiæ partis: reliquum, quod est proximè litus, proclinatum latus habeat.

Mais si l'endroit, par sa position, est tellement exposé à la violence des flots, qu'il ne soit pas possible de contenir les caisses, alors on établira sur la terre ou sur le bord du rivage une plate-forme le plus solidement qu'il sera possible.

Deindè ad ipsam aquam et latera, pulvino circiter sesquipedales margines struantur æquilibres ei planitiæ, quæ suprà scripta est. Tunc proclinatio ea impleatur arenâ et exæ-

Pour former une plate-forme, il faut que le terrain soit disposé de manière que moins de la moitié soit de niveau, et le surplus en pente du côté de la mer. On construira de ce côté

quetur cum margine in planitiâ pulvini.

Deindè insuper eam exæquationem pila quam magna constitata fuerit, ibi struatur, eaque eum erit extrncta, relinquatur ne minùs quam duos meuses ut siccescat.

Tunc autem suceidatur margo quæ sustinet arenam. Ità arena flnetibus subruta efficiet in mare pilæ precipitationem. Hàc ratione quotiescunque opus fuerit, in aquam poterit esse progressus.

In quibus autem locis pulvis non nascitur, his rationibus erit faciendum, uti arcæ duplices relatis tabulis et catenis colligatæ in eo loco, qui finitus erit, constituantur, et inter destinatas cretâ meronibus ex ulvâ palustri factis calcetur.

et en retour, des murs d'environ un pied et demi d'épaisseur, pour contenir le sable dont on le remplira, pour égaliser la partie en pente avec celle de niveau.

Sur cette plate-forme soutenue ainsi de niveau, on construira un massif de maçonnerie aussi grand qu'on le jugera convenable. Après qu'il sera achevé, on le laissera reposer, au moins pendant deux mois, pour qu'il sèche.

Au bout de ce temps, on démolira les murs qui soutiennent le sable. Alors les flôts de la mer venant à l'entraîner, le massif se précipitera dans la mer; et en répétant ce moyen autant de fois qu'il sera nécessaire, on pourra avancer les constructions dans l'eau.

Dans les endroits où il ne se trouve pas de cette poudre (pouzzolane), il faudra s'y prendre de cette manière : on renfermera l'espace où l'on veut fonder, par une double enceinte creuse, comme des caisses formées de planches entretenues par des traverses (fig. 15 et 16). Le creux de cette enceinte sera rempli avec de l'argile et des paquets d'herbes des marais, appelées *ulva*, bien foulés.

Cum ità benè calcatum et quàm densissimè fuerit, tunce cochleis, rotis, tympanis collocatis, locus qui in ea septione finitus erit, exinaniatur, sicceturque, et ibi inter septiones fundamenta fodiantur.

Si terrena erunt usque ad solidum crassiora quàm murus qui suprà futurus erit, exinaniatur, siccetur que, et tunc structura ex cæmentis, calce et arenâ compleatur. Sin autem mollis locus erit, palis ustulatis alneis, aut oleagineis, aut robusteis configatur et carbonibus compleatur : quèmadmodùm in theatrorum et muri fundationibus est scriptum.

Deindè tunc quadrato saxo murus ducatur juncturis quàm longissimis, uti maximè medii lapides coagmentis contineantur. Tunc qui locus erit inter murum, ruderatione sive structurâ compleatur. Ita erit uti possit turris insuper ædificari.

Ce remplissage étant bien corroyé pour le rendre le plus dense qu'il sera possible, on se servira de vis *d'Archimède*, de roues et de tympans placés dans cette enceinte pour en épuiser l'eau, et lorsqu'elle sera mise à sec, on creusera les fondations dans l'intérieur.

On donnera à ces foudations creusées jusqu'au solide, plus de largeur qu'au mur qui doit être établi dessus. Après l'avoir vidée et desséchée, on la remplira de maçonnerie faite de moellons à bain de mortier de chaux et de sable. Si le fond n'est pas solide, on y enfoncera des pieux de bois d'aune, d'olivier ou de chêne, dont on aura brûlé le bout, et après les avoir recouverts de charbon, on fera le reste comme nous l'avons ci-devant expliqué pour les fondemens des murs et des théâtres. (Pag. 10 et 11 de ce livre.)

Sur ces fondemens on élèvera un mur avec des paremens en pierres de taille qui fassent beaucoup de liaisons l'une sur l'autre, en sorte que les joints des unes répondent au milieu des autres; le surplus sera rempli en béton ou en maçonnerie de blocage. De cette manière il sera possible d'établir au-dessus des tours très-solides.

Observation.

Perrault et la plupart des commentateurs de Vitruve n'ont pas saisi le véritable sens du texte de cet auteur, parce qu'ils ont voulu l'expliquer par la manière employée par les modernes pour faire les batardeaux, avec des poteaux rainés des deux côtés et des palplanches enfoncées en terre comme les pilotis.

Les enceintes ou encaissemens dont parle Vitruve, pour fonder dans la mer, n'étaient que des espèces de caisses sans fond, qu'il désigne par le mot *arcæ inclusæ*. Lorsqu'ils devaient employer le mortier de pouzzalane et des moellons jetés ensemble sans épuiser l'eau de l'encaissement, ils le formaient d'un seul rang de forts poteaux, *stipitibus robusteis*, reliés par des traverses. On les descendait dans l'eau où ils étaient fortement retenus par des chaînes pour les fixer jusqu'à ce qu'ils fussent remplis, *in aquam demittendæ, et catenis destinandæque firmiter*.

Le mortier de pouzzolane ayant la propriété de durcir dans l'eau, et de faire corps avec les moellons ou petites pierres, il n'était pas nécessaire que les poteaux fussent joints avec assez de précision pour exiger des poteaux rainés et des palplanches; il suffisait qu'ils le fussent assez pour retenir les petites pierres ou graviers mêlés avec le moellon.

Le marquis de Galliani, un des traducteurs de Vitruve, pense de même. Dans une note sur ce chapitre, il dit en parlant de ces poteaux rainés et des palplanches :

« Perrault, qui pensait que cet usage était antique, a

» prétendu que *arca* signifiait une pièce de bois rainée
» des deux côtés; mais tout ce qu'il dit dans une très-
» grande note pour tâcher d'adapter les paroles de
» Vitruve à son opinion, nous paraît ttiré aux cheveux.»
Il conclut par dire « qu'il lui semble très-clair que *arca*,
» lorsqu'on lui donne l'épithète *inclusa*, ne peut signi-
» fier autre chose que la clôture ou enceinte que forment
» les poteaux.»

L'autre espèce d'encaissement approche davantage de notre manière de faire les batardeaux. C'était comme des doubles caisses revêtues de planches : *uti arcæ duplices relatis tabulis*, arrêtées par des chaînes à l'endroit où devait se faire la maçonnerie, *catenis colligatæ in eo loco qui finitus erit*, fig. 15 et 16.

L'intervalle entre les deux enceintes était rempli d'argile et d'une espèce d'herbe désignée sous le nom d'*ulva palustris*, liée par paquets et foulée, *inter destinatas cretâ meronibus ex ulvâ palustri factis calcetur.*

Plusieurs interprètes et traducteurs, et entre autres Philander et Barbaro, et d'après eux Perrault, prétendent que par *meronibus*, il faut entendre des sacs faits avec la plante désignée par *ulva palustris*, et remplis d'argile; mais ce moyen me paraît moins propre à l'objet qui était de remplir exactement l'intervalle de la double enceinte en foulant la glaise: d'ailleurs les éditeurs et les commentateurs ne sont pas d'accord sur ce mot; les uns lisent *heronibus*, et d'autres *pheronibus*. C'est vraisemblablement un mot technique qui aura été mal écrit par les copistes, et qui peut à la rigueur indiquer une espèce de sac.

Quant au moyen de construire des massifs de maçonnerie sur le bord du rivage, fig. 14, Perrault a confondu la plate-forme indiquée par *pulvinus*, avec le massif de maçonnerie désigné par *pila*, quoique Vitruve ait eu soin de les distinguer en s'exprimant ainsi : *ab ipsâ terrâ sive crepidine pulvinus quàm fortissimè struatur*, c'est-à-dire sur la terre même, ou le bord du rivage, on construira le plus solidement possible une plate-forme.

Au reste, cette manière d'opérer, représentée par la figure 14, peut servir, en la modifiant en raison des circonstances, dans des cas extraordinaires.

Bélidor, dans la seconde partie de son *Architecture hydraulique*, s'est beaucoup étendu sur tout ce qui a rapport aux différentes manières de fonder dans l'eau, et surtout dans la mer; il cite à ce sujet les travaux de ce genre faits à Dunkerque, Cherbourg, Toulon et autres ports. Comme il a fort bien traité cette partie, nous en avons extrait ce qui peut servir de complément à ce que nous avons déjà dit, en y ajoutant quelques observations. Au premier volume de la seconde partie (1), il dit à l'occasion des batardeaux :

« Quand on ne peut mettre à sec l'endroit où l'on
» veut établir un batardeau, comme cela arrive dans les
» grosses rivières et aux ports de la mer Méditerranée,
» où il n'y a pas de flux et reflux, il se fait alors par
» encaissement. L'on plante deux files de pilots, l'une
» parallèle à l'autre, placés à une distance proportionnée
» à la hauteur de l'eau, entretenus avec des liernes et
» entretoises; ensuite on enfonce dans l'intérieur du

(1) Chap. VII, section II, page 125.

» batardeau, le long de ces pilots, des files de palplan-
» ches, formant un coffre que l'on remplit de glaise,
» ou d'autre terre liante, ou même du crayon qui devient
» aussi solide que la glaise, quand il est bien corroyé,
» figures 9 et 10.

Mais auparavant on enlève avec des dragues la vase qui est dans le fond, pour y asseoir le massif du batardeau, à une profondeur plus basse que celle du lit de la mer ou de la rivière, afin d'empêcher que l'eau ne filtre par le fond, comme cela arriverait immanquablement, parce que répondant aux plus grandes colonnes d'eau, elles y agissent plus puissamment que sur le reste de la hauteur. La fiche que l'on donne aux pilots doit dépendre de la qualité du terrain; c'est pourquoi il faut s'en assurer par des sondes faites avec soin.

« 220. Pour bien employer la glaise, on la réduit d'abord
» en morceaux gros comme un œuf, afin de l'éplucher
» et de voir si elle ne comprend pas de sable ou de petits
» graviers. Ensuite on l'arrose pour la battre et la corroyer
» avec les pieds sur un plancher, ce qui ne se fait que
» le lendemain qu'elle a été humectée, prenant garde
» qu'elle ne le soit ni trop, ni trop peu; l'on en fait des
» pains que l'on jette au fond du batardeau, d'où l'eau
» sort à mesure qu'on le remplit; les ouvriers la battent lit
» par lit avec des demoiselles à long manche, tant qu'on soit
» parvenu à deux pieds au-dessus du niveau de l'eau
» extérieure, et plus haut encore si c'est dans la mer,
» de crainte qu'étant agitée elle ne passe au-dessus. »

A défaut de glaise, on peut employer de la terre; plus elle sera forte et grasse, mieux elle vaudra : il faut prendre garde qu'il ne s'y trouve ni branche ni racine,

ni cailloux ni graviers, on la jette dans le batardeau par lits d'un pied d'épaisseur, qu'on réduit en la battant, à 8 pouces.

Si l'on a des terres sablonneuses ou graveleuses, il faut pratiquer du côté où il doit soutenir l'eau, un corroy de glaise d'au moins deux pieds d'épaisseur, et qui descende à un pied et demi au-dessous du fond.

Les batardeaux en terres, doivent avoir une épaisseur égale à la profondeur de l'eau, depuis 3 pieds jusqu'à 9; mais on ne leur donne jamais moins de 3 pieds. Pour les profondeurs au-dessus de 9 pieds, on se contente d'ajouter un pied pour 3 pieds de profondeur de plus; ainsi pour 12, 15, 18, 21 pieds, etc., on donne 10, 11, 12, 13 pieds d'épaisseur.

Lorsque les batardeaux sont remplis de glaise, il suffit de leur donner pour épaisseur les deux tiers de la hauteur de l'eau, à partir de 3 pieds jusqu'à 9, et d'augmenter cette épaisseur pour les profondeurs au-dessus de 9 pieds, comme nous l'avons ci-devant indiqué. C'est plutôt l'expérience que le calcul qui a déterminé ces épaisseurs. On pourrait cependant les fixer d'une manière plus méthodique, par le moyen du triangle rectangle ABC, fig. 18, dont la base BC serait égale au tiers de la hauteur AB. On tirera d'un point D pris à volonté, une parallèle à la base qu'on supposera égale à 3 pieds, ou un mètre, et d'après cette hypothèse on divisera la hauteur DB en pieds ou parties de mètre, pour correspondre aux différentes hauteurs au-dessus de 3 pieds, à partir du point D; ainsi 4 *a* tirée du point 4 parallèlement à la base, indiquera l'épaisseur pour 4 pieds de profondeur; 5 *b* pour 5 pieds, etc.

On pourra même régler cette épaisseur relativement à la consistance de la terre; ainsi pour la glaise, on tirera une parallèle $f\,g$, à DB, à 2 pieds du point E, et on prendra les épaisseurs à partir de la ligne $f\,g$. Pour 6 pieds de profondeur, au lieu de 6 c, on prendra $h\,c$.

On pense qu'il serait avantageux de donner à l'épaisseur du batardeau la forme de trapèze, plutôt que celle d'un rectangle, en mettant la pente en dehors, surtout lorsque le batardeau doit être exposé à l'action des flots de la mer, afin de leur donner moins de prise, et de diminuer l'effort du choc. L'épaisseur du batardeau doit être augmentée en raison de sa longueur et de sa situation plus ou moins exposée à cet effort.

ARTICLE III.

Des pilotis, des grillages de charpente, et des caissons.

La manière de fonder sur pilotis a été presque exclusivement employée par les modernes, pour toutes les constructions dans l'eau. Bélidor, à l'occasion des piles de pont, dit (1) qu'à moins qu'on ne rencontre un banc de roc d'une épaisseur suffisante, et partout d'une égale solidité, il faudra indispensablement piloter et établir de bons grillages de charpente. Il y a cependant beaucoup de circonstances où l'on peut s'en dispenser. Les anciens ne faisaient usage de pilotis, que lorsque le fond

---

(1) Architecture hydraulique, seconde partie, page 448.

était absolument mauvais, et qu'il n'était pas possible d'atteindre un sol plus solide. Au lieu de plate-forme de charpente, ils préféraient une couche de béton ou de maçonnerie de blocage qu'ils étendaient sur un lit de charbon, pour conserver les têtes des pieux enfoncés ou coupés au niveau du terrain. Cette couche de maçonnerie acquérait plus de force en raison de son ancienneté, au lieu que les plates-formes composées de bois, qui se touchent immédiatement, finissent par se détruire, et les remplissages de moellons de grillages par être pénétrés par les eaux qui filtrent au travers.

Ce moyen de fonder sur un grillage et pilotis ne peut être regardé que comme un expédient imaginé pour les pays aquatiques, tels que la Hollande, et que nous avons adopté lorsque nous avons voulu imiter leurs canaux, leurs écluses et autres ouvrages hydrauliques, sans faire attention si le sol ne permettait pas de faire usage des moyens plus solides et plus durables. La facilité que présente ce moyen pour l'exécntion l'a fait employer presque partout indistinctement, quoique plus coûteux; en effet, rien n'est si simple que de distribuer des pilotis en quinconce à trois ou quatre pieds de distance : de les recouvrir d'un grillage en charpente arrêté sur la tête des pilotis, et après avoir rempli les cases qu'ils forment en moellons, de le recouvrir dans toute son étendue d'un plancher de madriers arrêtés sur les pièces de bois du grillage : cela fait, on établit dessus, avec confiance, une construction en pierres de taille, en ayant soin de cramponner celle de la première assise.

Dans la suite, pour économiser la dépense des batardeaux, on a trouvé des moyens pour couper les pieux

sous l'eau à une même hauteur ; et au lieu de plate-forme, on a imaginé de grands caissons, à l'imitation de ceux employés pour le pont de Westminster à Londres. Ce moyen, modifié en raison des circonstances, est devenu le moyen unique : toutes les piles des ponts nouvellement construits sont fondés de cette manière indifféremment sur toute sorte de sol.

Nous ne pouvons nous empêcher de faire observer que ce mélange de bois et de maçonnerie ne peut jamais produire la solidité et la durée sans borne des constructions toutes en maçonnerie, à la manière des anciens qui forment avec le temps des masses indestructibles. Ceux qui voudraient n'attribuer cette propriété qu'au mortier des anciens Romains n'ont qu'à consulter les ingénieurs et les architectes qui ont eu occasion de faire démolir des masses de maçonnerie en fondation d'une certaine importance, depuis 40 à 50 ans seulement, avec du mortier ordinaire.

Lorsqu'on est obligé de piloter et d'établir des grillages de charpente, il vaut encore mieux supprimer le plancher de madriers, et le remplacer par une couche de béton pour lier la maçonnerie des cases du grillage avec celle au-dessus, après l'avoir bien battu et recouvert les pièces de bois avec la poudre de charbon. Sur cette couche bien nivelée et massivée, et retenue autour par des pièces de bois formant encaissement, on posera en retraite une assise de libages à bain de mortier, qui n'auront pas besoin d'être cramponnés s'ils sont mis en place avec soin, et battus à la hie, sans s'embarrasser du niveau du lit supérieur qu'on redressera, s'il est nécessaire, en faisant un dérasement général.

Maçonnerie par encaissement dans l'eau.

Dans les départemens méridionaux et le long des bords de la Méditerranée, où les ouvriers entendent bien les constructions en mortier, on se contente, pour bâtir dans l'eau, de former des encaissemens comme ceux que l'on fait pour les batardeaux, figures 9 et 10, entre deux files de pilotis avec des palplanches auxquelles on donne une épaisseur proportionnée à la hauteur de l'eau, à la poussée de la maçonnerie, et à la profondeur qu'il faut creuser au-dessous du sol pour enlever la vase du fond jusqu'au terrain solide : ces palpanches devant être enfoncées à deux pieds dans le bon terrain.

Après avoir vidé la vase et atteint le fond solide, on jette dans cet encaissement alternativement, un lit de béton et un lit de pierres arrangés le plus également qu'il est possible, et battus avec des demoiselles à long manche, en continuant ainsi jusqu'au-dessus du niveau de l'eau.

Lorsque ces travaux sont finis en automne, on les laisse reposer pendant l'hiver, afin de donner le temps à la maçonnerie de faire corps. Alors on pose une assise de libage, comme nous l'avons ci-devant indiqué, sur laquelle on établit les constructions en pierre de taille, en moellons ou en brique qui doivent former la partie hors de l'eau. C'est de cette manière qu'on a bâti à Toulon en 1748, une des jetées pour la nouvelle darse.

Bélidor, qui suivit cette construction, remarque qu'on n'a pas à craindre, comme dans les ouvrages revêtus en pierres de taille, qu'une des pierres venant à se détacher,

soit suivie de plusieurs autres, et que successivement tout ce qui est dans l'eau tombe en ruine; qu'on doit compter pour beaucoup l'économie des batardeaux, et des épuisemens qui causent quelquefois autant de dépense que la chose même; et il ajoute : N'a-t-on pas lieu d'être surpris qu'une pratique dont les anciens ont fait un si bon usage, ne soit guère suivie que sur les côtes de la Méditerranée ? Cependant elle pourrait l'être également dans l'Océan et les rivières, pour fonder un quai; les piles d'un pont, aux endroits qui ne sont jamais à sec, et où il reste toujours une grande profondeur d'eau; ce moyen étant préférable dans bien des cas aux fondations faites à sec dans des caisses qu'on fait couler à fond.

S'il s'agit d'établir dans la mer un fort ou une jetée qui ait beaucoup de largeur, on commence par les murs du tour, sans se mettre en peine des terres-pleins que l'on fait ensuite en remplissant le milieu de toutes sortes de matériaux. On donne à ces murs une épaisseur proportionnée à la profondeur de l'eau : le parement intérieur s'élève d'à plomb, et celui de l'extérieur avec un talus d'un cinquième ou d'un sixième.

Manière dont le béton a été préparé pour les jetées de la nouvelle darse de Toulon.

« (1) Après avoir choisi un emplacement uni et
» bien battu, l'on prend douze parties de pouzzolane et
» six parties de sable bien grainé et non terreux : après
» les avoir mêlés, on forme une bordure circulaire de

(1) Architecture hydraulique, deuxième partie, tome II, page 186.

» 5 à 6 pieds de diamètre. On remplit l'intérieur de 9 » parties de chaux vive bien cuite, concassée avec une » masse de fer, pour qu'elle s'éteigne plus vite, ce qui » se fait en y jetant peu à peu de l'eau de la mer, » pour les ouvrages maritimes, et en la remuant de » temps en temps avec le dos de plusieurs rabots de » fer; dès qu'elle est réduite en pâte, on y incorpore » la pouzzolane et le sable. Le tout étant bien mêlé, l'on » y jette 13 parties de recoupes de pierres et trois » de mâche-fer concassé, lorsqu'on est à portée d'en » avoir, ou bien on se contente d'employer 16 parties » au lieu de 13 de recoupes et de brocailles de pierres, » ou de cailloux dont la grosseur ne doit point surpasser » celle d'un œuf de poule. On remue à force de bras » toute cette composition pendant une heure, en la pro- » menant çà et là avec des pelles, pour en mieux incor- » porer les parties, après quoi on en forme des tas » auxquels on laisse faire corps pendant 24 heures en » été dans les pays chauds; mais en hiver il lui faut » quelquefois trois ou quatre jours, observant de la » conserver à couvert de la pluie, et de ne l'employer » que quand elle est assez ferme, pour ne pouvoir être » enlevée qu'avec la pioche. »

Au défaut de pouzzolane, on peut employer la terrasse de Hollande, la cendrée de Tournay, le ciment d'eau forte, ou la poudre de tuileaux pilés. Au lieu d'eau de mer, on peut se servir avec avantage d'eau douce, dans laquelle on aura laissé séjourner pendant quelque temps de vieilles ferrailles.

Dans beaucoup d'endroits, le mortier ordinaire de chaux et sable, mêlé de pierrailles, suffit, et fait corps

moins vite, mais avec le temps il acquiert la même dureté : l'objet essentiel est de bien éteindre la chaux, en n'y employant que la quantité d'eau nécessaire, et ayant soin de la bien broyer avec le sable avant qu'elle soit refroidie.

Les pierres à demi calcinées, qui n'ont pas pu se dissoudre en éteignant la chaux, étant pulvérisées, équivalent au meilleur ciment, de même que les pierres argilleuses auxquelles on fait éprouver une demi-cuisson. Le béton fait de toutes ces matières, employé un peu ferme, s'étend et s'affaisse lorsqu'il est au fond de l'eau.

Lorsque l'eau a une certaine profondeur, pour que le béton ne se délaye pas trop en tombant, on peut faire usage d'une caisse semblable à celle dont on s'est servi à Toulon pour les constructions dont nous venons de parler. Le fond est à charnière ou tourillon d'un côté, et arrêté de l'autre par un mentonnet ou déclic, qu'on peut faire jouer par le moyen d'nne ficelle ou petite chaîne, lorsque la caisse est descendue à deux où trois pieds au-dessus du fond de l'eau, ou au-dessus de la maçonnerie de béton dont il est déjà couvert. Le fond de la caisse est retenu du côté où il peut s'ouvrir par des bouts de chaînes, de manière à former, quand il est ouvert, un plan incliné d'environ 45 degrés, sur lequel s'écoule le béton. Il faut que la caisse soit bien unie et calfeutrée en dedans; et pour que le béton ne s'attache pas au fond, on le recouvre d'un lit de sable ou de gravier fin. Cette caisse peut avoir trois ou quatre pieds sur tous sens. Elle est suspendue à un singe ou treuil avec des roues à chevilles, posé sur un châssis à

rouleaux placé sur l'encaissement, afin de pouvoir le faire avancer à mesure qu'on opère, fig. 1, pl. LXIX bis.

Des jetées faites avec des encaissemens, ou coffres de charpente.

Pour faire des ouvrages solides, en employant ce moyen, il faut que le remplissage soit fait de manière à se passer dans la suite de son enveloppe, lorsque le temps vient à la détruire; étant faits en bonne maçonnerie, ils sont souvent préférables aux ouvrages en pierres de taille; mais si, au contraire, il n'est formé qu'en pierres ou autres matières sèches qui ne peuvent former corps sans intermédiaire, tout se détruit avec l'encaissement.

Lorsqu'on se décide à faire ce remplissage en maçonnerie, il faut disposer l'encaissement de manière qu'aucune pièce de bois ne traverse à l'intérieur, parce qu'en le divisant, elle empêcherait de former une masse continue. On peut citer pour exemple les jetées du port de Dunkerque, dont parle Bélidor au second tome de la deuxième partie de son *Architecture hydraulique*, page 104, où il dit :

« Voulant suivre successivement ce qui a été exécuté » à Dunkerque pour bonifier le port, l'on saura qu'en» viron vingt ans après qu'on eut formé les jetées de » fascinage, l'on entreprit de les faire plus solides, en » les construisant avec des coffres remplis de pierres. » Comme il s'agissait de rendre ces jetées capables d'une » grande résistance, par un assemblage de charpente » bien entendu, sans en multiplier les pièces mal à » propos, les plus habiles ingénieurs qui devaient avoir

» la direction de ce travail s'appliquèrent à produire des » dessins de ce qu'on pouvait faire de mieux : ils étaient » ensuite exposés à l'examen de M. de Vauban, etc. »

Les fig. 2, 3, 4, représentent les trois profils de charpente qui furent approuvés par M. de Vauban pour être exécutés. Ces fermes sont aussi bien combinées qu'elles puissent être, en les considérant comme ouvrage de charpente ; mais nous pensons, comme Bélidor, que ces ouvrages sont moins propres que les massifs de maçonnerie, pour résister aux efforts des vagues qui communiquent aux constructions de ce genre, un mouvement qui fait jouer tous les assemblages, et leur ôte avec le temps leur stabilité primitive.

Les remplissages en pierres sèches, tel bien faits qu'ils puissent être, n'empêchent pas cet effet comme une bonne maçonnerie de blocages à bain de mortier, qui dispense de tous les assemblages intérieurs, et qui forme avec le temps, lorsqu'elle a été bien faite, une masse indestructible.

Des caissons employés pour fonder les piles du pont de Westminster.

Ce pont est composé de treize arches (1) en plein cintre, dont la naissance est élevée d'un pied au-dessus des basses eaux. Celle du milieu, qui est la plus grande, a 76 pieds de diamètre. Les piles qui la soutiennent ont 17 pieds d'épaisseur. La largeur des autres arches de

(1) Architecture hydraulique de Bélidor, deuxième partie, tome second, page 199.

droite et de gauche, diminue en progression de chacune quatre pieds, et leurs piles d'un pied.

L'endroit de la Tamise où ce pont est élevé, a six pieds de profondeur, dans le temps des basses eaux, et quinze pieds dans les grandes crues; celle des moyennes eaux est d'environ onze pieds. A trois ou quatre pieds au-dessous du fond, est un banc de gravier d'une épaisseur considérable, sur lequel on a établi le fondement des piles.

M. Labelie, ingénieur suisse, qui fut chargé de la construction de ce pont, imagina des caissons pour fonder les piles, parce qu'il prévit la difficulté d'établir des batardeaux ordinaires sur un fond de gravier, au travers duquel l'eau aurait toujours filtré, de manière à ne pas pouvoir venir à bout d'épuiser l'eau de son enceinte, telle bien faite qu'elle pût être.

Ces caissons avaient 80 pieds de longueur, 30 de largeur et 16 de hauteur, afin d'avoir autour des piles un espace suffisant pour manœuvrer.

Pour éviter les difficultés et les frais pour les lancer à l'eau, on les fit construire sur un échafaud dressé sur la rivière même, près du bord et dans l'endroit le plus commode pour le mettre à flot, comme un grand bateau plat dont il avait la forme, afin de le conduire à l'endroit où il devait être fixé.

Le fond du caisson était formé par un fort grillage de charpente en bois de chêne, et les côtés avec de longues pièces de bois de sapin écarries, d'un pied de grosseur, posées horizontalement les unes sur les autres, bien jointes et arrêtées avec des chevilles, et de plus recouvertes à l'extérieur avec des madriers de même bois de trois pou-

ces d'épaisseur, posées verticalement pour croiser les pièces de bois horizontales. Ces côtés avaient par le bas 18 pouces d'épaisseur, réduits à 15 par le haut; ils étaient réunis par de fortes plates-bandes de fer posées à vis, et des courbes dans les angles, placées à l'intérieur, de façon qu'ils pouvaient se démonter lorsque la pile était élevée à la hauteur des bords.

La fig. 5 fait voir la manière dont la caisse fut fixée avant de la faire échouer, après avoir creusé jusqu'au fond solide.

Pour empêcher que le courant ne chariât dans ce recreusement des vases qui auraient pu le combler, on avait planté du côté d'amont, parallèlement aux avant-becs des pieux, avec des rainures destinées à recevoir un vannage, arrêtés par des tasseaux, pour servir de contregarde.

Y indique une double rangée de pieux plus forts, avec des pièces de bois horizontales enfilées dans des anneaux, pour garantir l'ouvrage du choc des gros bâtimens.

Du côté d'aval était une semblable rangée de pieux avec des pièces de bois en travers, ainsi que le long des grands côtés, formant ensemble une enceinte qui ne laissait qu'une ouverture pour les bateaux de service.

Parmi les pieux d'enceinte, il s'en trouvait six avec des espèces de lunettes ou pièces percées, destinées à maintenir le caisson avec des cordages, et à le fixer dans la juste situation qu'il devait avoir; et pour le faire enfoncer dans l'eau également, on avait pratiqué dans une des faces un petit pertuis, fermé par une vanne, qu'on pouvait lever ou baisser à l'aide d'un cric, comme une porte d'écluse. Dans les angles obtus, on avait établi des pompes

au moyen desquelles on pouvait, en très-peu de temps, vider l'eau qu'on avait introduit, après qu'il était fixé; ou le remettre à flot s'il était mal descendu.

Quoiqu'on ne puisse pas disconvenir que ce moyen soit fort bien imaginé, pour la facilité et l'économie, on observera qu'il était possible de fonder ces piles sans caisson ni grillage de charpente, en formant des batardeaux dans le genre de ceux proposés par M. Tardif, et en couvrant le sol intérieur creusé jusque sur le gravier d'une forte couche de béton, laquelle en formant un fond imperméable à l'eau, aurait rendu possible l'épuisement. Sur cette couche bien dressée, on aurait établi une assise de gros libages posés et battus, comme nous l'avons ci-devant indiqué, qui aurait formé une plate-forme plus solide et plus durable qu'un grillage de charpente qui ne s'adapte pas si bien avec le sol.

Le motif qui a fait adopter en France cette manière de fonder les piles de pont dans des caissons, est plutôt l'économie et la facilité de l'exécution, que la solidité et la durée, qui devraient cependant être le principal but de ces sortes d'ouvrages.

Des fondemens dans l'eau, faits à pierres perdues ou par enrochement.

Ce moyen qu'on emploie quelquefois pour éviter les batardeaux et les épuisemens, a été pratiqué par les anciens pour fonder des moles ou des constructions isolées dans la mer. Ils ne les faisaient jamais en pierres sèches, ils y employaient des caisses, des bateaux, et même des navires remplis de bonne maçonnerie en chaux vive et pouzzolane, qu'ils faisaient échouer. C'est ainsi que fut fondée la partie

du mole que l'empereur Claude fit établir en pleine mer au-devant du port d'Ostie, où, entre autres, il employa le navire sur lequel Calligula avait fait venir d'Égypte un des plus grands obélisques, dont celui actuellement érigé au milieu de la place de Saint-Pierre de Rome n'est qu'un fragment.

Les fondemens à pierres perdues, sans mortier, n'ont de solidité que par leur forme et la grandeur de leur masse. Ils exigent des empatemens considérables avec des talus audelà, dont la largeur horizontale doit avoir au moins le double de leur hauteur. Pour les établir d'une manière solide, il faut contenir le premier rang de pierres jetées, par des pièces de bois retenues par des traverses, en recouvrant les assemblages pour les maintenir, par de grandes pierres entaillées qui les embrassent. Indépendamment de ce que ce moyen donne à ces cadres de charpente plus de solidité, il leur procure une pesanteur spécifique qui les fixe au fond de l'eau. On observe en jetant les pierres, de les arranger de la manière la plus propre à former une masse solide. Lorsqu'on ne veut pas y employer du mortier, il faut au moins y employer du sable, de la glaise, ou de la terre qui puisse, en remplissant les intervalles des pierres, leur donner plus d'assiette. A moins que ce ne soit pour le premier rang dans l'intérieur des cadres, il ne faut pas y employer des pierres trop grosses, qui s'arrangent toujours mal, mais d'une grandeur qui ne produise pas plus d'un quart de pied cube; celles qui ont la forme d'un polyèdre s'arrangent mieux, et forment un espèce d'*opus incertum*, qui pour ces sortes d'ouvrages, convient mieux que la disposition par assises.

Les fondemens en pierres jetées réussissent mieux dans la mer que dans les rivières, surtout lorsqu'on les fait sans mortier, parce que le courant, en agissant sans cesse dans le même sens, finit par les pénétrer et souvent par les entraîner, quand ils sont exposés à son action. On doit apporter à ces sortes d'ouvrages la plus grande célérité, et profiter du temps le plus favorable; il faut que tous les matériaux soient approvisionnés d'avance, et que l'on ait à sa disposition les bateaux, les équipages et le nombre d'hommes nécessaire pour opérer sans interruption, jusqu'à un pied au-dessous des basses eaux.

On ne peut espérer d'établir sur ces enrochemens aucune construction solide, qu'un an après qu'ils ont été faits. Pendant ce temps, l'agitation des flots de la mer leur fait éprouver l'affaissement dont ils sont susceptibles, et les pierres s'arrangent de la manière la plus convenable.

Pour les fixer invariablement, il faut les couvrir d'une bonne couche de béton, et, après avoir posé une assise de libages, on établira dessus, d'une manière solide, les constructions qu'on se propose. Ce moyen me paraît préférable aux plate-formes et aux grillages de charpente, à moins qu'il ne se trouve des circonstances qui les rendent absolument nécessaires.

SECTION DEUXIÈME.

ARTICLE PREMIER.

De la force des pierres.

Il résulte de ce que nous avons dit page 19, que tous les effets qui tendent à détruire les édifices, proviennent de la pesanteur, laquelle agit en raison inverse des obstacles qu'elle éprouve. Lorsque des corps pesans sont posés immédiatement les uns sur les autres, le résultat de leur effort est une simple pression susceptible de produire le tassement ou l'écrasement des parties qui les soutiennent.

Les fondemens qui ont une plus grande superficie de base que les parties qu'ils soutiennent, sont plutôt susceptibles de tassement que d'écrasement. Mais les points d'appui isolés au-dessus, qui supportent quelquefois de très-grands fardeaux sur une petite superficie de base, sont susceptibles de tassement et d'écrasement, lorsque la charge qu'ils ont à soutenir est plus grande que la force des matières dont ils sont formés; c'est ce qui rend la connaissance de la force des pierres très-nécessaire à un constructeur. Ce n'est cependant que de nos jours qu'on a cherché à s'en assurer par des expériences, et il a fallu pour cela une circonstance extraordinaire.

Cette connaissance avait peut-être été regardée comme inutile, parce que la plupart des pierres à bâtir ont une

force plus que suffisante pour les bâtimens ordinaires, et même pour les grands édifices.

L'épaisseur considérable que les anciens donnaient aux parties de leurs édifices, prouve qu'ils n'avaient aucune idée de la force des pierres. Ceux qui remontent à une plus haute antiquité sont les plus massifs.

Dans la suite, l'expérience apprit aux architectes à faire leurs édifices moins lourds. Les colonnes qui chez les anciens Égyptiens n'avaient que trois ou quatre diamètres de hauteur, furent portées jusqu'à neuf par les Grecs, dans les ordres ioniques et corinthiens. Les Romains donnèrent encore plus de hauteur à leurs colonnes, et plus de légèreté à leurs édifices. Mais ce fut vers la décadence de l'empire romain, sous le règne de Constantin, que des bâtisseurs sans goût, dont tout le mérite se réduisait à mettre en œuvre les colonnes et les marbres dont ils dépouillaient les plus beaux édifices antiques, poussèrent la hardiesse et la légèreté aussi loin qu'il était possible, en faisant porter à des colonnes isolées des murs d'une hauteur considérable, soutenant des combles de charpente et des couvertures en tuiles très-lourdes, comme l'ancienne Basilique de Saint-Pierre de Rome, celle de Saint-Paul, hors les murs, qui existe encore. Plusieurs architectes, enhardis par ces exemples, ont construit des édifices sur le même plan, où les colonnes portent, outre la charpente et la couverture, des voûtes et des plafonds, comme à Sainte-Marie majeure, Saint-Chrysogone, etc.

Les églises du Saint-Esprit, de Saint-Laurent de Florence, construites sur les dessins de Bruneleschi, sont encore plus hardies, à cause de l'espèce de dôme bâti sur les piliers qui forment la croisée des nefs.

L'invention des dômes, qui suivit de près ces premiers essais, occasiona encore une plus forte charge sur les piliers qui les soutenaient.

Les premiers architectes qui en construisirent, effrayés de la masse qu'ils avaient à soutenir, donnèrent à leurs piliers une superficie de base beaucoup plus considérable que celle exigée par le fardeau et la nature des pierres dont ils sont construits. Ceux qui en ont fait bâtir depuis, n'ayant pas plus de connaissance de la force des pierres que ceux qui les avaient précédés, les imitèrent. Les uns et les autres déterminèrent la forme et les dimensions de ces piliers, plutôt d'après l'idée de la disposition et de la décoration qu'ils avaient imaginées, que d'après la connaissance du fardeau qu'ils devaient soutenir; de sorte qu'on trouve une différence assez considérable entre les rapports des superficies de ces piliers et les poids dont ils sont chargés.

La charge des piliers qui supportent le dôme de Saint-Pierre de Rome, évaluée en kilogrammes, est pour chaque mètre superficiel de. . . . . 163539 kil.

Et en livres pour chaque pied superficiel de.		pied superficiel. 35,254 liv.
La charge de chaque mètre superficiel des piliers du dôme de Saint-Paul de Londres.	193498	ou 41,713
Celle *idem* des piliers du dôme des Invalides	147826	ou 31,862
Celle *idem* des piliers du dôme du Panthéon Français.	294290	ou 63,440
Celle *idem* des colonnes de la Basilique de St.-Paul hors les murs.	197609	ou 42,950

Un mètre superficiel d'un des piliers qui supportent la tour de l'église de Saint-Méry. . . . . . 294234 ou 63,325 liv.

Mais quel est le juste rapport, relativement à la solidité, qui doit se trouver entre le fardeau et la superficie des points d'appui? C'est ce qui ne peut être décidé que par des expériences sur la force des pierres. C'est aussi un des moyens dont on s'est servi, dans l'espèce de controverse qui s'est établie au sujet des accidens arrivés aux piliers du dôme du Panthéon Français.

L'origine de cette discussion date de l'an 1770, époque où M. Patte, architecte, publia un mémoire dans lequel il prétendit prouver que les piliers destinés à porter la coupole projetée alors, pour la nouvelle église de Sainte-Geneviève, n'avaient pas les dimensions suffisantes pour donner aux murs de la tour qui devait être établie au-dessus, l'épaisseur nécessaire pour résister à la poussée de la coupole que cette tour devait soutenir.

M. Gauthey, inspecteur général des ponts et chaussées, répondit à ce mémoire par un autre, sur l'application des principes de mécanique à la construction des voûtes et des dômes, imprimé en 1771.

Dans ce mémoire, M. Gauthey, après avoir réfuté celui de M. Patte, conclut par dire, que non-seulement les piliers étaient suffisans pour supporter la coupole projetée, mais qu'il était possible de s'en passer, et de ne conserver que les douze colonnes qui y sont engagées. C'est à ce sujet que cet ingénieur imagina une machine pour éprouver la force des pierres.

Cette machine était composée d'un levier de fer ajusté

dans un fort poteau de charpente, et arrêté par un boulon autour duquel il était mobile. A la face inférieure de ce levier, à environ un décimètre du boulon, était un cran dans lequel se plaçait une pièce partie en bois et partie en fer, terminée en coin par le haut, c'est sous cette pièce que se posait la pierre à écraser. A l'autre extrémité du levier, et en-dessus était un autre cran dans lequel s'ajustait un anneau portant un plateau de balance. Ce second cran était éloigné du premier d'une distance vingt-quatre fois plus grande que celle comprise entre le centre du boulon et le premier cran; d'où il résultait que lorsqu'on mettait un cube de pierre sous le coin, il soutenait un effort vingt-quatre fois plus considérable que celui qui avait lieu au droit du cran où était suspendu le plateau de balance. M. Gauthey a fait avec cette machine, cinquante expériences sur les pierres dures et tendres de Givry, près de Châlons-sur-Saône, dont il a rendu compte dans un mémoire imprimé dans le journal de physique de l'abbé Rosiers, du mois de novembre 1774.

Il résulte de ces expériences que le moindre poids sous lequel la pierre blanche de Givry s'est écrasée, répond à 7 livres [illegible] par ligne de la superficie des pierres mises en expérience, et le plus fort à 18 livres [illegible]. M. Gauthey réduit ces deux termes extrêmes, à cause de qnelques irrégularités, à 9 livres pour la moindre force, et 15 livres pour la plus grande; ce qui lui donne un résultat moyen de 12 livres, qui s'accorde assez bien avec celui de 1-1 livres [illegible] que donne la somme portée par la totalité des pierres éprouvées, divisées par leur nombre.

En adoptant le poids moyen de 12 livres par ligne,

il en résulte que le poids nécessaire pour écraser un pouce superficiel, serait de 1728 livres ou 846 kilogrammes, et pour une superficie d'un pied, 248832 ou 121803 kilogrammes, d'où il conclut qu'il serait possible de construire avec cette pierre une colonne de 286 toises de hauteur, ou 557 mètres.

Quant à la pierre dure de Givry, les expériences de M. Gauthey donnent le moindre poids pour une ligne superficielle de 18 liv. $\frac{1}{2}$, et le plus fort de 57 livres, qu'il réduit, à cause des irrégularités, à 22 liv. pour le moindre poids, et à 42 pour le fort, ce qui lui donne 32 pour la force moyenne. L'addition des poids portés par les pierres mises en expérience, divisée par leur nombre, donne 32 livres $\frac{11}{14}$; mais en adoptant le poids de 32 livres pour la force qui répond à une ligne de superficie, celle pour un pouce serait de 4608 livres, ou 2256 kilogrammes, pour un pied, 663552, ou 324807 kilogrammes équivalant à une hauteur de 670 toises, ou 1306 mètres.

M. Soufflot ayant eu connaissance de ces expériences, fit exécuter une machine, tout en fer, à peu près semblable à celle de M. Gauthey. A l'aide de cette machine, représentée par la figure première de la planche LXX, il fit, avec M. Perronet, premier ingénieur des ponts et chaussées, un très-grand nombre d'expériences auxquelles j'assistai, et dont je fus chargé de rédiger le résultat.

Dans le cours de ces expériences, je m'étais aperçu que quand le plateau de balance était chargé de plus de deux cents, le levier éprouvait autour du boulon auquel il était arrêté, un frottement considérable qui exigeait un plus grand effort pour écraser les pierres.

Une semblable machine que M. Perronet a fait faire

pour l'école des ponts et chaussées, a le même inconvénient, quoi qu'elle ait été perfectionnée.

Pour éviter ce frottement qui empêche d'obtenir des résultats justes, je fis faire en 1787 une troisième machine, (représentée par les figures 2, 3 et 4 de la même planche) dans laquelle le levier n'est pas arrêté par un boulon, il pose sur l'arête d'un appui triangulaire, indiqué par la lettre *m* fig. 4. Au-dessus de ce levier est placée une pièce de fer E portant en-dessous une languette triangulaire *n*, dont l'arête pose sur le levier à quatre centimètres de distance de l'appui triangulaire *m*. C'est sur la surface supérieure de cette pièce de fer E, que l'on place la pierre à écraser. Il résulte de cette disposition, que lorsque le levier A agit, il comprime la pierre de bas en haut.

La longueur du levier contient, depuis le point d'appui *m*, cinquante-deux divisions, égales chacune à la distance *m*, *n*, comme on peut le voir par la figure 4 faite pour suppléer à ce qui se trouve caché dans la fig. 3, où l'on ne voit que le devant de la pièce E.

Les pièces de fer marquées E D dans les fig. 2, 3, 4, entre lesquelles se place la pierre à écraser, sont ajustées à coulisse, afin de conserver leur niveau et leur aplomb pendant que le levier agit, et de produire une pression uniforme.

Cette machine, ainsi disposée, écrase les pierres plus également et sous un moindre poids que les deux précédentes.

Cependant comme le levier agit en tournant sur son point d'appui, il en résultait que lorsque la pierre à écraser exigeait un effort considérable, le mouvement du levier

faisait un peu deverser le coulisseau, ou pièce de fer E, ce qui occasionait un frottement et une plus grande pression sur le devant, qui empêchaient encore d'avoir des résultats justes.

Pour obvier à ces inconvéniens, j'ai imaginé de substituer au levier, une forte vis indiquée par la lettre *k*, dans les figures 2 et 3. A la tête de cette vis, j'ai fait ajuster un quart de cercle M. Ce quart de cercle, ainsi que la vis, sont mis en mouvement par le moyen d'une corde R, attachée d'un bout à l'extrémité *f* du quart de cercle, passant sur une poulie N, et soutenant de l'autre bout un plateau de balance P chargé de poids; l'effort de ces poids, joint au plateau de balance, en tendant à faire tourner la vis, produit une pression considérable sur la pièce D, et la pierre C placée au-dessous, finit par s'écraser.

Pour pouvoir trouver le rapport de l'effort de la vis avec le poids P qui l'occasione, indépendamment des frottemens, j'ai réuni le moyen du levier avec celui de la vis, en plaçant le levier A sur son point d'appui *m* et sous la pièce E, figures 3 et 4; ayant ensuite chargé le plateau X du levier A d'un poids tel que son effort au point Q était connu, par exemple, de cent kilogrammes, j'ai mis sur l'autre plateau des poids Y Y jusqu'à ce que l'effort au point *f* fût en équilibre avec celui qui avait lieu au point Q; et pour connaître plus précisement l'instant où l'effort *f* commence à l'emporter sur l'effort Q en soulevant le levier, je place au-dessous un bâton *g* un peu incliné, de manière à se soutenir sous le levier, sans rien porter de sa charge. Il résulte de cet arrangement, que dès que l'effort *f* devient supé-

rieur à l'effort Q, le levier se soulève et le bâton tombe; et comme le levier A fait alors l'office de peson, il est évident que pour évaluer l'effort au point *n* ou *c*, il faut multiplier l'effort Q par le nombre de fois que la partie du levier, *m n*, est contenue dans *m*, Q, et que connaissant les trois efforts C, *f*, Q, on aura le rapport de l'effort C de la vis avec l'effort *f* qui lui fait équilibre.

Ayant trouvé que l'effort du bout du levier joint au plateau de balance, pesé en Q, était de 20 kilogrammes 313 grammes, j'y ajoutai 79 kilogrammes 687 grammes pour avoir un effort de 100 kilogrammes juste. Multipliant cet effort par 52, qui indique le nombre de fois que la partie du levier, *m n*, est contenue dans *m* Q, je trouvai que l'effort de la vis en C, était de 5200 kilogrammes.

Pour balancer cet effort, il fallait mettre sur le petit plateau accroché en P un poids de 28 kilogrammes $\frac{7}{10}$, auquel ajoutant 8 kilogrammes 443 grammes pour le poids de ce plateau et de tout ce qui y tient, je reconnus que l'effort en *f* que l'on peut regarder comme causant la pression de la vis en C, était de 37 kilogrammes 143 grammes. La pression en C étant, dans ce cas, de 5200 kilogrammes, il en résulte que le rapport de ces deux efforts est exprimé par $\frac{37.143}{5200.000}$ qui se réduit à $\frac{1000}{13999}$ ou à très-peu de chose près $\frac{1}{140}$. Ayant répété la même expérience, en faisant l'effort au point Q, de 60, 80, 120, 130 et 150 kilogrammes, j'ai obtenu à très-peu de chose près le même résultat.

Les deux dernières colonnes des tables qui se trouvent à la fin du premier livre indiquant les poids sous lesquels les pierres se sont écrasées, ont été calculées d'après ce rapport. Toutes les expériences qui avaient été faites avec

la troisième machine à levier, ont été répétées avec la vis et le quart de cercle; le plus grand nombre a donné à peu près les mêmes résultats, surtout pour les pierres tendres et moyennement dures.

Les expériences faites avec la vis ne présentent aucun des inconvéniens des machines à levier, la pression se fait également sur toute la superficie des pierres éprouvées; en s'écrasant, elles se décomposent d'une manière plus régulière et plns symétrique, soit en pyramides, soit en lames ou en aiguilles.

Plus de huit cents expériences faites sur cent quarante-cinq espèces de pierres différentes, m'ont fait apercevoir des indications générales sur les qualités les plus essentielles des pierres, relativement à leur emploi dans la construction des édifices. Il résulte de ces indications, 1°. que dans toutes sortes de pierres la pesanteur, la force, la dureté, la nature du grain, la contexture plus ou moins serrée, sont des qualités qui semblent se déduire les unes des autres. Ainsi dans les pierres de même espèce, les plus pesantes sont ordinairement les plus fortes, les plus dures, celles dont le grain est plus fin, la texture la plus compacte; 2°. que les pierres dont la couleur tire sur le noir ou le bleu, sont plus dures que les grises, et celles-ci que les blanches ou rousses, et qu'en général celles qui ont les couleurs les plus claires, sont ordinairement moins fortes et moins pesantes; 3°. que les pierres dont le grain est homogène et la texture uniforme, sont plus fortes que celles dont le grain est mélangé, quoique ces dernières soient quelquefois plus dures et plus pesantes.

4°. Les qualités des pierres influent aussi sur la ma-

nière dont elles s'écrasent; celles qui ont le grain fin, la texture homogène et compacte, et qui rendent un son clair lorsqu'on les frappe, se divisent en lames ou en aiguilles : les plus fières se brisent tout à coup et avec bruit, et se réduisent en poudre.

5°. Les pierres dont le grain est moins fin, qui ont leur texture moins compacte, et qui ne résonnent que peu ou point, se décomposent en pyramides, ayant pour base les surfaces du solide, de manière que les pointes se réunissent au centre, (S. fig. 3, plan. LXX.) ou la pierre se réduit en poussière; les deux pyramides opposées ayant pour bases le dessus et le dessous du solide, chassent celles du tour; ces dernières se divisent par fentes verticales.

6°. Toutes les espèces de pierres éprouvées ont diminué sensiblement de hauteur, avant de s'écraser et même de se fendre. Cette diminution a été plus considérable dans les pierres qui se décomposent en pyramides.

7°. Lorsque les pierres avaient en hauteur plus de deux fois la largeur de leur base, les parties comprises entre les pyramides formées, se fendaient verticalement en se divisant en lames ou en aiguilles.

8°. On a éprouvé encore, qu'il faut moins de force pour faire fendre les pierres vives que pour les écraser; tandis que les pierres molles s'écrasent plutôt qu'elles ne se fendent.

9°. Mais l'indication la plus importante est celle qui fait apercevoir que la force des pierres de même genre est à peu près comme le cube de leur pesanteur spécifique. Cette indication se trouve justifiée par de nou-

velles expériences que j'ai faites pour m'en assurer et dont voici le détail.

J'ai fait scier dans un morceau de pierre de liais de 27 centimètres d'épaisseur, une tranche prise dans le sens de cette épaisseur. Dans cette tranche, j'ai fait débiter cinq rangs de cubes de chacun cinq centimètres sur tous sens; ces cinq rangs formaient ensemble la hauteur de la pierre entre les deux lits. Après les avoir exactement pesés dans l'air et dans l'eau pour avoir leur pesanteur spécifique, je les ai mis en expérience : la table suivante indique les résultats moyens des expériences faites sur trois cubes pris dans chaque rang.

I.

PIERRE DE LIAIS. RÉSULTATS MOYENS des expériences faites sur 3 cubes de chaque rang.	PESANTEUR spécifique.	POIDS en kilogram. pour écraser un cube de 25 centimètres de superficie de base.	
		Expérience.	Calcul.
1er. rang à partir du lit de dessous. . .	2340	8328	8328
2e. rang.	2353	8408	8468
3e. rang.	2403	9136	9019
4e. rang.	2386	8882	8829
5e. rang.	2364	8452	8587

Le résultat moyen de la pesanteur spécifique des cubes de ces expériences est de 2369, et celui de la force moyenne d'après l'expérience de 8641 kilogrammes, et d'après le calcul de 8646 kilogrammes.

J'ai fait les mêmes expériences sur dix-huit autres

parallélipipèdes cubiques, de 25 centimètres de superficie de base, et cinq centimètres de hauteur, comme les précédens, pris dans une tranche sciée sur la hauteur d'un bloc de pierre dure du fond de Bagneux, de l'espèce appelée banc-franc; dont on s'est servi pour la construction des parties inférieures du Panthéon Français. Ces cubes ont été débités sur six rangs, formant ensemble la hauteur entre les deux lits taillés au vif. La table suivante présente le résultat moyen des expériences faites sur trois cubes de chaque rang.

II.

Banc franc du fond de Bagneux, n°. 49 de la description, liv. I, pag. 173.	Pesanteur spécifique.	POIDS en kilogram. pour écraser un cube de 25 centimètres de base.	
		Expérience.	Calcul.
Premier rang, en partant du lit de dessus.	2203	6200	6200
2e. rang.	2229	6417	6423
3e. rang.	2255	6732	6650
4e. rang.	2207	6269	6235
5e. rang.	2165	5874	5886
6e. rang.	2116	5363	5495

On voit que les résultats indiqués dans cette table, et ceux des expériences faites sur les cubes en pierre de liais, tendent à confirmer le rapport présumé de la force des pierres de même nature, avec le cube de leur pesanteur spécifique. Il est bon cependant d'observer

que ce rapport est un peu plus grand pour les parties qui se trouvent au centre de l'épaisseur de la pierre, et un peu moindre pour celles qui approchent de la superficie des lits; mais le résultat moyen donne ce rapport juste dans la pierre de liais, et n'en diffère presque pas dans les pierres du fond de Bagneux. Dans cette dernière, la pesanteur moyenne se trouve de 2194, et la force de 6142, d'après l'expérience; et 6125 par le calcul.

III.

Roche dure de Châtillon, première qualité, tirée de la carrière de Chavastel.

RÉSULTATS moyens des Expériences faites sur les 3 cubes de chaque rang.	PESANTEUR spécifique.	POIDS en kilogram. pour écraser un cube de 25 centimètres de base. Expérience.	Calcul.
1er. rang, à partir du lit de dessus.	1977	3090	3090
2e. rang.	2239	4502	4489
3e. rang.	2298	4797	4854
4e. rang.	2307	4992	4911
5e. rang.	2396	5542	5502
6e. rang.	2350	5412	5191
7e. rang.	2342	5320	5138
8e. rang.	2312	5127	4943
9e. rang.	2213	4462	4335
10e. rang.	2005	3250	3224
11e. rang.	1945	2854	2943
12e. rang, lit de dessous.	1882	2492	2666

Cette troisième table présente le résultat des expériences sur la roche dure de Châtillon ; elles ont été faites comme les précédentes, sur des cubes de vingt-cinq centimètres de base, pris dans une tranche formant la hauteur entre les deux lits. Cette hauteur a été divisée en douze rangs de cubes. Les quantités exprimées dans cette table sont les résultats moyens des expériences faites sur trois cubes de chaque rang : ces résultats font connaître, 1°. que la force et la pesanteur de cette espèce de pierre, vont en augmentant, en partant de la surface des lits.

2°. Que le maximum de sa force et de sa pesanteur est plus près du lit de dessus que du lit de dessous.

3°. Que la force suit, à très-peu de chose près, le cube de la pesanteur spécifique, comme dans les exemples précédens.

4°. Que le poids moyen supporté par ces cubes, avant de s'écraser, a été de 4320 kilogrammes.

5°. Que la pesanteur spécifique moyenne est de 2189 ce qui donne pour le poids d'un stère ou mètre cube, 2189 kilogrammes, et pour celui d'un pied cube 153 livres 3 onces 5 gros.

Il faut remarquer que les poids sous lesquels ces pierres ont commencé à se fendre, étaient presque toujours les deux tiers de ceux sous lesquels elles s'écrasaient tout-à-fait. Les pierres de liais et celles du fond de Bagneux, commencent à éclater et à se fendre sous la moitié du poids qu'il faut pour les écraser ; ainsi le plus grand fardeau qu'on puisse confier à ces deux dernières espèces de pierres ne doit pas être plus grand que le tiers de celui sous lequel elles s'écrasent, tandis qu'on

peut porter le poids jusqu'à plus de moitié dans les pierres de roche qui sont moins fières.

IV.

Roche de Châtillon, deuxième qualité, moins dure que la précédente.

RÉSULTATS moyens des Expériences faites sur les 3 cubes de chaque rang.	Pesanteur spécifique.	POIDS en kilogram. pour écraser un cube de 25 centimètres de base.	
		Expérience.	Calcul.
1er. rang, à partir du lit de dessus. . . .	1875	2307	2307
2e. rang.	2016	2886	2868
3e. rang.	2099	3224	3236
4e. rang.	2162	3508	3537
5e. rang.	2215	3784	3803
6e. rang.	2205	3874	3752
7e. rang.	2141	3405	3434
8e. rang.	2088	3617	3641
9e. rang.	2017	2858	3872
10e. rang.	1955	2598	2615
11e. raog.	1880	2816	2325
12e. raog, lit de dessous.	1793	1970	2017

Cette table prouve, comme la précédente, 1°. que la pesanteur et la force de cette espèce de pierre vont en augmentant, depuis la surface des lits jusque vers le milieu de leur épaisseur;

2°. Que cette augmentation diffère peu de celle du cube de la pesanteur spécifique;

3°. Que le poids moyen sous lequel ces cubes se sont écrasés est de 3029 kilogrammes.

4°. Que la pesanteur spécifique ou le poids d'un mètre cube est de 2037 kilogrammes, 333 grammes, et le poids du pied cube de 142 livres 9 onces 2 gros.

Il en résulte encore qu'à superficie et pesanteur spécifique égales, cette roche est moins forte que la précédente, d'environ un huitième, probablement parce que sa texture est moins compacte.

V.

Roche de Châtillon, troisième qualité, carrière de l'Espinasse.

RÉSULTATS moyens des expériences faites sur chaque rang.	PESANTEUR spécifique.	POIDS en kilogram. pour écraser un cube de 25 centimètres de base.	
		Expérience.	Calcul.
1er. rang, à partir du lit de dessus. . . .	2019	2909	2909
2e. rang.	2044	2942	2989
3e. rang.	2127	3184	3320
4e. rang.	2199	3796	3721
5e. rang.	2223	3902	3844
6e. rang.	2179	3737	3621
7e. rang.	2139	3453	3425
8e. rang.	2097	3168	3227
9e. rang.	2029	*2961	2923
10e. rang.	1992	2714	2667
11e. rang.	1974	2610	2692
12e. rang.	1857	2179	2241

Les résultats de cette table offrent un peu plus de différence, entre la force et la pesanteur, et cette différence est en faveur des cubes des quatrième, cinquième et sixième rangs. Le poids moyen qu'il a fallu pour écraser ces cubes, a été de 3129 kilogrammes.

Le résultat moyen de la pesanteur spécifique donne, pour le poids d'un mètre cube, 2073 kilogrammes, et pour celui d'un pied cube 145 livres, 1 once 6 gros.

Il faut encore observer qu'à base, hauteur et pesanteur spécifique égales, cette espèce de roche est plus forte que la précédente d'environ $\frac{1}{11}$.

La table suivante indique les résultats des expériences faites sur des cubes en pierre de Mont-Souris, employée à la construction des piliers du dôme du Panthéon français, à partir de 6 mètres 40 centimètres au-dessus de la base. Ces cubes ont été pris comme les précédens dans une dalle ou tranche faite dans la hauteur de la pierre, entre les deux lits. Cette hauteur comprenait dix rangs de cubes, de chacun 5 centimètres de haut.

Cette table indique les résultats moyens des expériences faites sur 3 cubes de chaque rang.

VI.

Pierre de Mont-Souris, employée aux parties supérieures des piliers du dôme du Panthéon français.

RÉSULTATS moyens des Expériences faites sur 3 cubes de chaque rang.	PESANTEUR spécifique.	POIDS en kilogram. pour écraser un cube de 25 centimètres de base.	
		Expérience.	Calcul.
1er. rang, à porter du lit de dessus. . . .	2045	2731	2779
2e. rang.	2183	3328	3381
3e. rang.	2221	3591	3560
4e. rang.	2236	3611	3633
5e. rang.	2224	3566	3575
6e. rang.	2169	3359	3316
7e. rang.	2041	2755	2763
8e. rang.	2036	2732	2743
9e. rang.	2008	2607	2631
10e. rang.	1976	2491	2507

Il résulte de ces expériences, 1°. que la pesanteur moyenne d'un mètre cube est de 2114 kilogrammes, ou de 148 livres pour un pied cube.

2°. Que la force moyenne est de 3077 kilogrammes, pour une surface de 25 centimètres, tandis que le calcul fondé sur le rapport du cube des pesanteurs spécifiques donne 3089 kilogrammes.

3°. Que la force de cette pierre, à pesanteur spécifique et surface de base égales, est d'environ $\frac{1}{12}$ moins

forte que la roche de Châtillon, 3me. qualité, et à peu près de même force que celle de la seconde qualité.

Après avoir éprouvé séparément les cubes pris dans les six espèces de pierres différentes, j'ai voulu éprouver si plusieurs cubes, posés l'un sur l'autre, opposaient plus ou moins de résistance qu'un seul ; ces expériences m'ont donné les résultats indiqués dans la table ci-après.

VII.

RÉSULTATS moyens des Expériences faites sur des cubes posés les uns sur les autres.	PESANTEUR spécifique.	Poids en kil. pour des cubes de 25 cen. de superficie.
Un cube en pierre de Liais fort dure.	2388	8851
Deux cubes *idem* posés l'un sur l'autre. . . .		5411
Trois cubes *idem*, l'un sur l'autre.		4780
Un cube de pierre dure du fond de Bagneux. . .	2255	6650
Deux cubes *idem*, l'un sur l'autre.		4223
Trois cubes *idem*.		3890
Un cube en roche dure de Châtillon.	2342	5138
Deux cubes *idem*.		4010
Trois cubes *idem*.		3853
Un cube en roche *idem*, de dureté moyenne. . .	2162	3537
Deux cubes l'un sur l'autre.		2829
Trois cubes *idem*.		2752
Un cube en roche *idem*, un peu plus dure. . .	2199	3721
Deux cubes l'un sur l'autre.		2977
Trois cubes *idem*.		2890
Un prisme de même base, dont la hauteur était double, en roche dure de Châtillon.	2346	5164
Un autre *idem*, de même hauteur, composé de 4 morceaux posés l'un sur l'autre.		4431
Un autre *idem*, divisé en huit morceaux. . .		3698

Cette table fait connaître que plusieurs cubes, posés les uns sur les autres, ont moins de force qu'un parallélipipède de même base et de même hauteur, qui serait d'une seule pièce. J'ai observé que cette diminution de force vient de ce que les fentes qui précèdent l'écrasement, en se prolongeant d'un cube à l'autre, empêchent la formation des pyramides intérieures, parce qu'il faut moins de force pour faire fendre une pierre, que pour former les pyramides qui causent l'écrasement. Ainsi les pierres qui ne sont que posées les unes sur les autres, doivent céder sous un moindre poids, que celles qui sont liées par un ciment ou mortier quelconque. Cette diminution ne va pas cependant en raison du nombre des pierres posées les unes sur les autres, car on voit, relativement aux cubes en pierre de liais, que deux cubes ayant porté les trois cinquièmes environ du poids sous lequel un seul s'est écrasé, les trois réunis auraient dû n'en porter que les $\frac{1}{3}$, tandis qu'ils ont porté plus de la moitié.

Quant à la pierre dure de Bagneux, qui est un peu moins fragile que le liais, les deux cubes posés l'un sur l'autre, ont porté presque les quatre cinquièmes du poids soutenu par un seul, tandis qu'ils n'auraient dû porter, en raison de leur nombre, que les $\frac{1}{2}$ ou un peu plus de moitié.

On peut faire les mêmes remarques par rapport aux deux espèces de roches douces; mais cette différence est encore plus sensible dans les dernières expériences faites sur des parallélipipèdes en roche dure, dont la hauteur est double de la base. Celui divisé en quatre morceaux ayant porté 4431 kilogrammes, si la diminu-

tion était en raison du nombre de morceaux, le parallélipipède divisé en huit n'aurait dû porter que 2215 kilogrammes au lieu de 3698.

Plusieurs autres expériences faites sur six et sept cubes posés l'un sur l'autre, ont donné des résultats un peu plus forts, parce que les pierres cubiques se fendent plus difficilement que celles qui ont moins de hauteur que de base.

Toutes ces expériences indiquent que, dans l'évaluation de la force d'un pied-droit, il faut avoir égard à la hauteur des assises et à leur nombre; si chaque assise est composée d'une ou de plusieurs pierres, toutes ces choses influent beaucoup sur la résistance des pieds-droits, lorsque leur charge est considérable. Il faut encore observer que les pierres qui paraissent les plus fortes lorsqu'elles sont éprouvées par des machines, résistent quelquefois moins au fardeau dans les constructions en grand, en raison de ce qu'elles sont plus fières, plus fragiles et plus faciles à éclater.

Les accidens arrivés aux piliers du dôme du Panthéon français en fournissent une preuve : les parties en pierre de Mont-Souris ont résisté, tandis que celles en pierre dure de Bagneux se sont fendues, brisées et éclatées de toutes parts; cependant les expériences ne portent la force de la pierre de Mont-Souris qu'aux quatre septièmes de celle de Bagneux.

MM. Soufflot, Perronnet et Gauthey, ont fait des expériences pour découvrir si la force des pierres augmentait en raison des superficies de leurs bases, et si la forme différente des bases de même superficie, ou les différentes hauteurs sur même base, pouvaient in-

fluer sur la force. Mais comme, dans ces expériences, on a négligé de prendre la pesanteur spécifique de chaque morceau éprouvé, il s'ensuit que les résultats ne paraissent avoir aucun rapport, ni à la superficie des bases, ni à leurs formes, ni à la hauteur des pierres. Ainsi dans les expériences faites sur la pierre tendre de Givry, par M. Gauthey, on trouve que les surfaces exprimées en lignes étant 100, 144, 215, 324, 576, les forces ont été 1350, 1824, 2295, 3450, 5472, tandis que, pour être proportionnelles aux surfaces, elles auraient dû être 1350, 1944, 2916, 4376, 7776; et par rapport à la pierre dure de Givry, qui est rouge et d'une autre qualité que la pierre tendre, les surfaces étant 112, 144, 180, 240, 324, les poids supportés ont été 2808, 3408, 4008, 10152, 13440; pour être proportionnels, il aurait fallu qu'ils fussent comme 2808, 3610, 4512, 6017, 8123.

Les expériences faites par MM. Soufflot et Perronnet sur la pierre de Saillancourt de moyenne qualité, dont la pesanteur du pied cube était évaluée à 156 livres, ont donné la force moyenne entre deux expériences, pour un demi-ponce de superficie de base. 825

Pour un pouce.	1825
Pour deux pouces.	3600
Pour trois pouces.	4775
Pour quatre pouces.	6225
Pour six pouces.	10725.

Si les forces eussent été en proportion des surfaces, on aurait trouvé 825, 1650, 3300, 4950, 6600, et 9900.

J'ai répété ces expériences avec trois espèces de pierres différentes, 1°. sur la pierre franche du fond de Bagneux, avec des cubes de 9, de 16, de 25 et de 36 centimètres de superficie de base, pris dans une petite dalle de 22 centimètres de long, 10 centimètres de large, et six d'épaisseur, provenant du cœur de la pierre; le grain était fin et la texture bien égale : sa pesanteur spécifique était de 2255. Les expériences ont été faites sur deux cubes de chaque dimension; ceux de 9 centimètres de superficie de base ont porté :

	kilo.	poids moyen.
Le premier.	2228	2423
Le second.	2618	

Cubes de 16 centimètres de superficie de base.

Premier cube.	4325	4263
Second cube.	4201	

Cubes de 25 centimètres.

Premier.	6875	6650
Second.	6425	

Cubes de 36 centimètres.

Premier.	9521	9775
Second.	10029	

Pour avoir des résultats moyens, proportionnels aux surfaces, il aurait fallu 2423, 4308, 6732, et 9694, qui ne diffèrent pas beaucoup de ceux des résultats de l'expérience.

2°. De semblables cubes en pierre de Tonnerre, pris

dans un même morceau, dont la pesanteur spécifique était de 1786, mis en expérience, ont donné les résultats ci-après :

1er. cube de 9 cent. de surface.	928	1053
Second.	1178	
Premier cube de 16 centimètres.	1957	1817
Second.	1677	
Premier cube de 25 centimètres.	3023	3119
Second cube.	3215	
Premier cube de 36 centimètres.	4825	4423
Second cube.	4021	

La comparaison des surfaces donne 1053, 1872, 2925 et 4212.

La troisième espèce de pierre sur laquelle j'ai répété les expériences, est la pierre de Couflans; avec des cubes de mêmes dimensions, pris dans un même morceau dont la pesanteur spécifique était 1782, ils ont donné les résultats suivans :

Cubes de 9 centimètres de superficie de base.

Premier.	422	495
Second.	568	

Cubes de 16 centimètres.

Premier.	845	874
Second.	903	

Cubes de 25 centimètres.

Premier.	1452	1387
Second.	1322	

Cubes de 36 centimètres.

Premier.	2059	2023
Second.	1987	

Le rapport des surfaces donne 495, 880, 1375, 1980.

Toutes ces expériences prouvent que la force des pierres de même nature et de même forme, croît à peu près en même raison que la superficie de leur base.

Quant aux pierres qui ont des bases de même superficie, mais de figure différente, on a observé que celles dont la base est rectangulaire, commencent à s'écraser sous un moindre poids que les pierres à base carrée : la différence est d'autant plus grande, que les côtés contigus du rectangle sont plus inégaux, lorsqu'elles ont peu d'épaisseur; les grandes faces résistent moins, et il ne se forme pas de pyramides. Quand ces pierres ne se brisent pas en lames ou en aiguilles, il se détache par le haut des grandes faces, des parties qui produisent au milieu une espèce de biseau à deux pentes qui s'écrase successivement. Pour avoir quelques expériences à ce sujet, j'ai fait faire en pierre de Conflans, d'une dureté moyenne, trois parallélipipèdes à base carrée et trois autres à base rectangulaire de même superficie. Les côtés de ceux à base carrée avaient 4 centimètres, et pour ceux à base rectangulaire, le grand côté était de 8 centimètres et le petit côté de 2.

Le premier des parallélipipèdes à base carrée s'est écrasé

	Kilo.	Poids moyen.
sous un poids de.	864	863
Le second.	832	
Le troisième.	893	

Le premier de ceux à base rectangulaire

A porté.	828	821
Le second.	842	
Le troisième.	793	

Les résultats moyens comparés donnent pour ce cas-ci environ $\frac{1}{11}$ de moins pour les bases rectangulaires, que pour les bases carrées de même superficie.

Lorsque la différence entre les côtés est plus considérable, la diminution est encore plus grande, mais elle n'est pas sensible lorsqu'elle est moindre.

J'ai fait faire avec cette espèce de pierre, deux piliers de même forme que ceux qui supportent le dôme du Panthéon Français, pour les comparer avec d'autres à base carrée et circulaire de même superficie, c'est-à-dire de 16 centimètres. Ces piliers mis en expériences, ceux de même forme que les piliers du Panthéon, ont porté avant de s'écraser,

	kil.	poids moyen.
Le premier.	709	703
Le second.	697	

Ceux à base carrée.

Le premier.	850	856
Le second.	862	

Ceux à base circulaire.

Le premier.	912	917
Le second.	922	

Deux autres de même superficie de base, dont le plan était un triangle équilatéral, ont porté :

Le premier.	786	789
Le second.	792	

On peut conclure de ces expériences, que la forme la plus avantageuse à donner aux points d'appui est la circulaire, et que celle de ces piliers est la plus désavantageuse.

Voici d'autres expériences comparatives faites en 1774, par MM. Soufflot et Perronnet, sur des parallélipipèdes et des cylindres de même superficie de base et de même hauteur, en pierre de Saillancourt. Les parallélipipèdes sont les mêmes que ceux que nous avons cités à l'occasion de la différence des surfaces.

Parallélipipèdes.		Poids moyen.	Cylindres.	Poids moyen.
D'un demi-pouce de superfic.			*Id.*	
Premier.	925	825	925	950
Deuxième.	725		975	
D'un pouce.				
Premier.	1850	1825	1850	1875
Deuxième.	1800		1900	
De 2 pouces.				
Premier.	3675	3600	4175	4300
Deuxième.	3525		4425	
De 3 pouces.				
Premier.	4775	4775	6050	5950
Deuxième.	4775		5850	
De 4 pouces.				
Premier.	6825	6025	7000	6587
Deuxième.	5225		6175	
		17050		19662

En comparant la somme 17050 des poids moyens portés par les parallélipipèdes à 19662, qui est celle portée par les cylindres, on voit que la force des cylindres est d'environ $\frac{1}{11}$ plus grande que celle des parallélipipèdes de même superficie de base.

Les mêmes expériences faites sur des parallélipipèdes et des cylindres en pierre de Conflans, d'une dureté moyenne, ont donné les résultats ci-après :

Parallélipipèdes.		Poids moyen.	Cylindres.	Poids moyen.
Deux de 6 pouces de superficie de base.			*Id.*	
Le premier a porté. . .	4860	4785	5340	4845
Le deuxième.	4710		4350	
Deux de 4 pouces.				
Le premier.	2550	2820	3750	3345
Le deuxième.	3090		2940	
Deux de 3 pouces.				
Le premier.	2310	2385	2700	2700
Le deuxième.	2460		2700	
		9990		10890

La somme des poids moyens portée par les parallélipipèdes étant 9990,

Celle portée par les cylindres de 10890, il en résulte que leur force est comme 111 est à 121, ou comme 11 est à 12 : il faut remarquer que ce rapport est, à peu de chose près, en raison inverse des périmètres des

cercles et des carrés de même superficie. Supposons, par exemple, un cercle de 14 pouces de diamètre, sa circonférence sera $14 \times 3\frac{1}{7}$ qui donne 44, et sa superficie de 154, dont il faut extraire la racine, pour avoir le côté d'un carré de même superficie, qu'on trouvera = à $12\frac{10}{25}$, qui donne pour son contour ou périmètre $49\frac{3}{5}$; or $49\frac{3}{5} : 44 :: 12\frac{2}{5} : 11$.

Il résulte de toutes ces expériences et d'une infinité d'autres qu'il serait trop long de rapporter, que les pierres ordinaires dont on fait usage pour la construction des édifices, commencent à éclater et à se fendre sous une charge égale à un peu plus de la moitié du poids qu'il faut pour les écraser, et qu'elles s'écrasent sous un moindre poids d'une charge continuée, depuis cinq heures jusqu'à 48 heures : ainsi en supposant que la charge que doit soutenir un mur ou point d'appui, se distribue également sur toutes les parties de leur surface, il serait imprudent de leur faire porter une charge égale à la moitié de celle sous laquelle ils pourraient s'écraser, d'après les expériences citées et les tables qui terminent le premier livre de cet ouvrage; parce que l'expérience prouve qu'il est impossible, quelque précaution qu'on puisse prendre, de compter sur le degré de perfection capable de produire cet effet. D'ailleurs il faut encore avoir égard à la position des parties soutenues, qui ne sont pas toujours immédiatement posées les unes sur les autres, de manière à ne produire qu'un simple effort de pression, agissant perpendiculairement aux surfaces portantes; mais que ces parties sont souvent disposées de façon qu'il en résulte des efforts obliques tendant à renverser les pieds-droits qui les soutiennent, et à transporter sur

une partie de leur surface la charge qui devrait être répartie également sur leurs surfaces entières.

Il faut de plus avoir égard au mouvement qui se fait toujours sentir dans les édifices faits sans interruption à l'instant où les grosses constructions viennent d'être terminées, et que toutes les parties prennent leur assiette, par l'effet du tassement et des irrégularités inévitables dans les ouvrages faits avec le plus de soin, et surtout pour ceux qui ont besoin de soutiens provisoires pour les exécuter, comme les voûtes.

Toutes ces considérations rendent indispensable la connaissance de quelques principes de mécanique que nous allons exposer le plus clairement et le plus succinctement qu'il nous sera possible. Nous en ferons ensuite l'application aux parties dont les édifices se composent, afin de juger du degré de solidité qu'ils ont, ou qu'ils doivent avoir pour que leur durée puisse être égale à celle des matières dont ils sont formés.

SECTION TROISIÈME.

Des principes de mécanique.

ARTICLE PREMIER.

Des corps pesans suspendus ou soutenus, et de la combinaison des puissances ou parallélogramme des forces. *

La mécanique est une partie des mathématiques qui a pour objet les lois de l'équilibre et du mouvement des corps qui agissent en raison de leur position et de leur pesanteur. Nous avons déjà parlé de cette propriété des corps, à l'article II de la première section du troisième livre, page 14 et suivantes. Nous avons dit qu'un solide quelconque, suspendu par un fil assez fort pour le soutenir, le tend selon une direction verticale ou perpendiculaire à l'horizon.

2. Nous ajoutons que la direction de ce fil peut être détournée par un autre qui tire le corps perpendiculairement ou obliquement à cette direction, figure 1, 2 et 3, planche LXXI.

3. Lorsqu'un corps suspendu par un fil est éloigné de la direction verticale par un autre fil ou puissance horizontale D, E, fig. 1, cette puissance ne peut

augmenter ni diminuer l'effort de la pesanteur du corps; mais il est facile de concevoir que le premier fil en prenant la direction AD, aura à soutenir, outre le poids du corps, l'effort de la puissance qui l'éloigne de la direction verticale AB.

4. Si l'on prolonge la direction de la puissance horizontale jusqu'à la rencontre de la verticale, que prendrait le premier fil, s'il n'était pas détourné par le second, on aura un triangle ADB dont les côtés exprimeront le rapport du poids avec l'effort des deux fils dans le cas d'équilibre; c'est-à-dire qu'en prenant AB pour l'expression du poids, AD exprimera l'effort du fil attaché au point A, et BD celui de la puissance horizontale qui éloigne le corps de la verticale AB.

5. On peut encore connaître ces différens efforts en portant sur la verticale DH une grandeur quelconque DF pour représenter le poids du corps. Si du point F, on mène les parallèles FI, FG à la direction des fils, leurs efforts seront indiqués par les lignes ID, DG, en sorte que les trois côtés du triangle DGF semblable au triangle ADB, exprimeront le rapport du poids aux deux puissances appliquées aux fils.

6. Supposant le poids de 30 livres, si d'après une échelle de parties égales, on porte 30 parties de D en F, on trouvera DG de 21 livres pour l'effort de la puissance horizontale DE, et 35 pour l'effort oblique ID.

7. Si le poids, au lieu d'être de 30 livres, était de 100, on trouverait la valeur des puissances DG et ID, en faisant les proportions 30 : 21 : : 100 : $\frac{21 \times 100}{30}$ qui donne

70 pour l'effort DG, et 30 : 35 :: 100 : $\frac{35 \times 100}{30}$, qui donne $116\frac{2}{3}$ pour l'effort I D.

8. Lorsqu'on connaît la valeur de l'angle A D H formé par l'oblique A D avec la verticale D H, on peut trouver le même résultat en prenant D F pour sinus total; alors I F = D G devient la tangente qui se trouve dans ce cas-ci de 35 degrés, et I D la sécante, ce qui donne D F : D I : I F :: st. : t. 35 : secante 35.

9. Si l'on prend I D pour sinus total, on aura I D : I F : F D :: st. : si. 35 : si. 55.

Du Parallélogramme des forces.

10. Il faut remarquer que par l'opération que nous avons indiquée au (nº. 5), on forme une figure D I F G, à laquelle on donne le nom de parallélogramme des forces, parce que la diagonale D F peut toujours exprimer une puissance mixte susceptible de faire équilibre à deux autres F I, F G représentées par deux de ses côtés contigus I F, F G, ou les suppléer.

11. Au lieu de deux puissances qui tirent, on peut supposer deux autres qui agissent, en poussant de E en D et de A en D, figure 4. Si l'on prend la verticale D F pour exprimer le poids, et qu'on tire comme ci-devant les parallèles F G et F I aux directions des puissances, les côtés G D et D I du parallélogramme D G F I, exprimeront les forces avec lesquelles ces puissances agissent relativement à D F pour soutenir le corps; comme F I = G D, le poids et les deux puissances qui le soutiennent pourront être représentés dans le cas d'équilibre, par les trois côtés du triangle rectan-

gle D F I ; de sorte que si l'on désigne le poids du corps par H, la puissance qui pousse de G en D par E, et celle qui agit de I en D, par P, on aura la proportion continue H : E : P : : DF : FI : ID, ou, si l'on prend DF pour sinus total, comme ce sinus est à la tangente de l'angle F D I et à sa sécante.

13. Lorsque le corps suspendu est détourné de la direction verticale par une puissance C B plus élevée que le corps, figure 2, il en résulte que les puissances obliques AB, et B C soutiennent, indépendamment des efforts latéraux, chacune une partie du poids de ce corps.

14. Pour trouver les rapports de ces parties avec le poids total, on portera sur la verticale élevée du centre du corps B, une grandeur quelconque B D pour exprimer son poids, et on formera le parallélogramme D E B F, dont les côtés E B, B F, exprimeront les efforts obliques des puissances A et C. Ces lignes pouvant être considérées comme les diagonales des parallélogrammes rectangles L E I B, B H F M, se décomposent chacune en deux efforts dont un vertical soutient le corps, et l'autre horizontal l'éloigne des verticales A O, C Q. Ainsi I B exprimera l'effort vertical, ou la partie du poids que soutient la puissance E B, et H B celle soutenue par l'autre puissance B F : comme ces deux efforts agissent dans le même sens, ils doivent s'additionner, et leur somme doit représenter le poids D B : en effet I B étant égal à H D, il en résulte que B H + B I = B I + I D.

Quant aux efforts horizontaux indiqués par L B et B M, comme ils sont égaux et directement opposés, ils se détruisent.

15. Il suit de ce qui vient d'être dit, que tous les efforts

obliques peuvent se décomposer en deux autres, dont un vertical et l'autre horizontal, en prenant leur direction pour la diagonale d'un parallélogramme rectangle.

16. Relativement à leur rapport et à leur évaluation, on les trouvera facilement par le moyen d'une échelle, si la figure est tracée exactement, ou par le calcul trigonométrique, si l'on connaît les angles A B D, D B C, que forment les directions A B, B C avec la verticale B D, en prenant successivement pour sinus total les diagonales B D, B E et B F.

17. Dans la figure 5, le poids, au lieu d'être suspendu par des fils qui agissent en tirant, est soutenu par des puissances qui sont censées agir en poussant; mais comme cette disposition ne change rien au système des puissances, on peut appliquer à cette figure tout ce qui vient d'être dit pour la précédente. Il n'y a d'autre différence qu'en ce que le parallélogramme des forces se trouve audessous du poids, au lieu d'être en dessus. Ainsi I D + I B = B D, exprime la somme des efforts verticaux qui soutiennent le poids, et M B et B L, les efforts horizontaux qui se détruisent en agissant en sens contraire.

18. Dans les deux figures précédentes, la direction des puissances qui agissent en tirant ou en poussant, pour soutenir le poids, forme un angle aigu; dans celles représentées par les figures 3 et 6, les directions forment un angle obtus; d'où il résulte que dans la figure 3 la puissance C qui tire pour éloigner le poids B de la verticale A G, au lieu de contribuer à soutenir le poids B, augmente son effort par sa tendance à agir dans la même direction. Pour connaître cette augmentation d'effort, il faut faire sur B D, figures 3 et 6, qui représente

l'action verticale du poids, le parallélogramme B A D F; afin de déterminer les forces obliques B A, B F, on prendra ensuite ces côtés pour les diagonales de deux rectangles L A I B, B H F M dont les côtés B I, B H exprimeront les efforts verticaux, et L B et B M les efforts horizontaux.

19. Il faut remarquer que dans la figure 3, la puissance A B agissant de bas en haut, son effort vertical est plus grand que le poids d'une quantité I D qui sert à compenser la partie B H, que l'autre puissance B F ajoute au poids en tirant de haut en bas. De même l'effort vertical de la puissance B E, fig. 6, qui pousse de bas en haut, surpasse l'expression B D du poids d'une quantité D I, pour contre-balancer l'effort B H de l'autre puissance B F qui agit de haut en bas, en sorte que dans les deux cas il ne reste toujours que B D pour l'effort vertical du poids. Quant aux efforts horizontaux L B et B M, il est clair qu'étant égaux et directement opposés dans les deux figures, ils se détruisent.

20. Par la même raison qu'on peut décomposer une puissance en deux autres, on peut réunir deux puissances en une seule, en prenant pour son expression la diagonale du parallélogramme dont ces puissances formeraient deux côtés contigus. Prenant ensuite les deux diagonales qui résultent des quatre puissances réduites à deux, on formera un nouveau parallélogramme, dont la diagonale sera l'expression des quatre puissances.

Cette réduction est souvent utile dans l'art de bâtir, pour opposer une seule puissance à plusieurs autres qui agissent en sens contraire en concourant à un même point.

ARTICLE II.

Des Leviers.

21. Les leviers sont des barres mobiles autour d'un appui, à l'aide desquelles on peut élever un poids ou lui faire équilibre. Les différentes positions que le poids et la puissance peuvent avoir, par rapport à l'appui, ont fait distinguer trois espèces de leviers.

22. Dans les leviers de la première espèce, comme celui représenté par la figure 7, l'appui O est entre la puissance P et le poids Q.

23. Le levier de la seconde espèce, figure 8, est celui où le poids Q est placé entre l'appui O et la puissance P. Il faut remarquer que dans cette position le poids et la puissance agissent en sens contraire.

24. Dans le levier de la troisième espèce, figure 9, la puissance P est placée entre le poids et l'appui, et la puissance et le poids agissent en sens contraire.

En regardant l'appui de ces trois espèces de leviers comme une troisième pnissance qui fait équilibre aux deux autres, il y a deux cas à considérer; 1°. celui où les directions du poids et de la puissance concourent à un point R; 2°. celui où elles sont parallèles.

25. Dans le premier cas, si du point d'appui O, on mène des parallèles à ces deux directions pour former le parallélogramme O *m* R *n*, figures 10 et 11, le rapport de ces trois efforts, c'est-à-dire la puissance, le poids et l'appui, sera comme les trois côtés du triangle O *m* R ou

de son égal Q n R : ainsi on aura P : Q : R :: m R : R n : O R ; et comme on démontre en géométrie que les côtés d'un triangle sont entre eux comme les sin. des angles opposés, on aura, en prenant O R pour sin. total, P : Q :: sin. O R n : sin. O R m comme la perpendiculaire O d menée du point O sur la direction R Q, est à la perpendiculaire O f, menée du même point à la direction RP ; ce qui donne P : Q :: O d : O f et $P \times Of = Q \times Od$. Cette dernière expression donne des produits égaux, qu'on appelle momens ou énergie de la puissance, par rapport au point d'appui O. Cette propriété est la même pour les leviers droits ou angulaires, figures 10 et 11.

26. Et comme ce rapport subsiste, quelle que soit la grandeur des angles m R O et O R n des directions R Q, RP avec RO, il en résulte que s'il devenait nul, ces directions deviendraient parallèles, sans que le rapport changeât ; d'où résulte ce principe ou théorème général démontré dans tous les traités de mécanique : *Pour que deux puissances appliquées à un levier droit ou angulaire se fassent équilibre, il faut qu'elles soient en raison inverse des perpendiculaires tirées du point d'appui sur leur direction, ce qui donne des momens égaux par rapport à ce point d'appui.*

27. Puisque pour l'équilibre du levier, il suffit de produire des momens égaux, il en résulte que si l'on est libre d'augmenter ou de diminuer la puissance, on peut la placer à la distance qu'on voudra du point d'appui, ou la charger sans détruire l'équilibre. Supposons deux leviers figures 12 et 13, dont l'un est droit et l'autre angulaire, et que le poids Q est de 100 livres, le bras de levier DE de 6 pieds, son moment sera 600. Cela posé, si l'on veut

connaître quel doit être l'effort d'une puissance P placée au point C de l'autre bras de levier à une distance de 10 pieds du point d'appui, il faudra diviser 600 par 10, et le quotient 60 indiquera l'effort avec lequel cette puissance doit agir. Si au lien de la placer en C, on voulait qu'elle fût en B distant de 12 pieds du point d'appui, son effort serait $= \frac{600}{12}$ qui donne 50, et enfin si l'on voulait la transporter à un point éloigné de l'appui de 15, on aurait son effort $= \frac{600}{15} = 40$: ainsi pour transporter une puissance à un point plus ou moins éloigné du point d'appui, il faut diviser le moment du poids qu'elle doit soutenir par la distance du point d'appui prise perpendiculairement à sa direction.

ARTICLE III.

Du centre de gravité.

28. Nous avons déjà parlé du centre de gravité, au commencement du troisième livre, pag. 14 et 15, à l'occasion de la stabilité. Nous avons dit que non-seulement les corps entiers tendent par leur pesanteur à suivre une direction verticale, mais encore toutes les parties dont ils sont composés ; en sorte que si l'on suspend un corps d'une forme quelconque, par le moyen d'un fil, il prend une situation telle que le prolongement de ce fil dans l'intérieur dn corps formerait un axe autour duquel toutes ses parties se soutiennent en équilibre. Toutes les fois qu'on change le point de suspension du corps, la direction du fil pro-

longé donne un nouvel axe d'équilibre; mais ce qui est digne de remarque, c'est que tous ces axes se coupent en un même point, situé au centre de la masse du corps, lorsqu'il est composé de parties homogènes, et quelquefois en dehors comme dans les pièces qui ont beaucoup de courbure.

29. Il est aisé de voir, d'après ce qui vient d'être dit du centre de gravité, qu'il suffit pour qu'un corps solide se maintienne en repos, que son centre de gravité soit soutenu par une puissance verticale qui passe par ce point ou par plusieurs puissances obliques dont cette verticale soit la résultante; ainsi dans les figures 2 et 5, le poids soutenu par les puissances AB et BC qui tirent ou qui poussent, serait également soutenu par une puissance verticale représentée par la diagonale DB du parallélogramme qui exprime la résultante de ces forces.

30. La connaissance des centres de gravité est indispensable pour parvenir à évaluer les résistances, les efforts et le degré de stabilité d'une partie d'édifice. Il y a des circonstances où l'on peut faire abstraction de la figure des corps, surtout lorsqu'ils n'agissent que par leur poids, en supposant qu'il se trouve réuni au centre de gravité. On peut encore, pour simplifier les opérations, substituer une puissance à un poids ou un poids à une puissance.

Nous allons donner les règles les plus faciles pour déterminer le centre de gravité des lignes, des surfaces et des solides, en les supposant composés de parties pesantes et homogènes.

Du centre de gravité des lignes.

31. On peut concevoir une ligne droite composée d'une infinité de points également pesans, rangés dans une même direction; d'après cette définition, il est évident que si on le suspend par le milieu, les deux parties étant composées d'un même nombre de points égaux et placés à des distances égales du point de suspension, doivent nécessairement se faire équilibre : d'où il résulte que le centre de gravité d'une ligne droite est au milieu de sa longueur et de son volume.

32. Les points d'une ligne courbe n'étant pas dans une même direction, son centre de volume ne peut pas être le même que son centre de gravité; c'est-à-dire, qu'une courbe suspendue par le milieu, ne peut se soutenir en équilibre que dans deux situations opposées, l'une lorsque les branches de la courbe sont en bas, et l'autre lorsqu'elles sont en haut, de manière que la courbe se trouve dans un plan vertical.

33. Si cette courbe est un arc de cercle ADB, fig. 14, il est facile de voir qu'à cause de l'uniformité de sa courbure, son centre de gravité doit se trouver dans une ligne droite DC, tirée du centre C au milieu D; de plus, si l'on tire la corde AB, le centre de gravité doit se trouver entre les points D et E.

34. Supposons que par tous les points de la ligne DE, on mène des parallèles à la corde AB, qui se terminent à la courbe, et que l'on conçoive que chacune de ces lignes porte à ses extrémités les parties de courbes correspondantes, la ligne DE se trouvera

chargée de tous ces poids; et comme les portions de courbe qui répondent à chaque parallèle AB vont en augmentant à mesure qu'elles se trouvent plus près de D, le centre de gravité G doit se trouver plus proche de D que de E.

35. Pour déterminer la position de ce point sur le rayon CD, qui divise l'arc en deux parties égales, il faudra faire cette proportion : la longueur développée de l'arc ABD, est à la corde AB comme le rayon CD est à un quatrième terme exprimé par $\frac{AB \times CD}{ABD}$; c'est-à-dire, que pour avoir sur le rayon DC la distance CG du centre de gravité au centre de l'arc de cercle, il faut multiplier la corde AB par le rayon CD, et diviser le produit par le contour développé de l'arc ABD.

36. Lorsque la circonférence du cercle est entière, les axes d'équilibre étant des diamètres, il est évident que leur intersection donne pour centre de gravité le centre de la courbe. Il en est de même de toutes les courbes entières et symétriques qui ont un centre, et de tous les assemblages de lignes droites, formant des polygones réguliers et symétriques.

Du centre de gravité des surfaces.

37. Pour que les surfaces puissent avoir un centre de gravité, il faut les supposer matérielles, c'est-à-dire composées de parties solides, homogènes et pesantes.

38. Dans les surfaces planes et unies, le centre de gravité est le même que celui du volume; ainsi, le centre de gravité G d'un carré, d'un rectangle ou d'un parallé-

logramme est déterminé par l'intersection des diagonales AD, BC, fig. 15, 16, 17.

39. Le centre de gravité d'uu polygone régulier composé d'un nombre pair ou impair de côtés égaux, est le même que celui du cercle auquel il pourrait être inscrit ou circonscrit.

40. Pour trouver le centre de gravité d'un triangle quelconque, fignre 18, il faut tirer du milieu de chacun de ses côtés des lignes à l'angle opposé; le point d'intersection de ces lignes, sera le centre de gravité cherché; car en faisant pour chaque côté la supposition que la surface du triangle est composée de lignes droites parallèles à ce côté, les lignes AE, BF, et CD seront des axes d'équilibre dont l'intersection G doit donner le centre de gravité (28). On trouvera de plus que ce point est au tiers de chacun de ces axes, à partir de la base, en sorte qu'il snffit d'en tirer un seul et de le diviser en trois parties égales, le point le plus près de la base sera le centre de gravité du triangle.

41. Pour tronver le centre de gravité d'une snrface rectiligne irrégulière quelconque, telle que le pentagone ABCDE, figure 19, on le divisera en trois triangles AED, ABC, ADC, dont on déterminera les centres de gravité F, G, H. On tirera ensuite deux lignes NO, OP qui forment un angle droit, dans lequel se trouvera placé le polygone. On mnltipliera ensuite la surface de chaque triangle par la distance de son centre de gravité à la ligne ON indiqué par F*f*, G *g*, H *h*, et on divisera la somme de ces produits par la surface entière du pentagone, ce qui donnera nne distance moyenne par laquelle on mènera une parallèle indéfinie IK à ON; en faisant

la même opération par rapport à la ligne OP, on aura une nouvelle distance moyenne, pour mener une autre parallèle LO à OP, qui coupera la première en un point M qui sera le centre de gravité du pentagone.

42. Le centre de gravité d'un secteur de cercle AE BC, figure 20, doit être sur le rayon CE, qui divise l'arc en deux parties égales ; pour déterminer à quelle distance du centre C de l'arc ce point G doit se trouver, il faut, après avoir multiplié le double du rayon CE par la corde AB, diviser le produit par trois fois la circonférence A EB. Le quotient de cette division exprimera la distance CG du centre de gravité du secteur, au centre de la circonférence AEB.

43. Pour trouver le centre de gravité d'une partie de couronne DAEBF, figure 21, comprise entre deux circonférences concentriques, il faut :

1°. Chercher le centre de gravité du grand secteur A EBC et celui du petit DFG.

2°. Multiplier la superficie de chacun de ces secteurs par la distance de leur centre de gravité au centre commun C.

3°. Soustraire le plus petit produit du plus grand, et diviser le reste par la superficie de la partie de couronne DAEBF ; le quotient donnera la distance du centre de gravité G, au centre C.

44. Pour déterminer le centre de gravité d'un segment AEB, figure 22, il faut ôter le produit de la superficie du triangle ABC, multipliée par la distance de son centre de gravité au centre C, du produit de la superficie du secteur par la distance de son centre de gravité au même point C, et diviser le reste par la superficie AEB ; le quo-

tient exprimera la distance du centre de gravité G du segment au centre C, qu'on portera sur le rayon EC qui divise ce segment en deux parties égales.

45. Les méthodes que nous venons d'indiquer, suffisent pour trouver le centre de gravité de toutes sortes de surfaces planes, quelle que puisse être leur figure ; il ne faut pour cela que les diviser en triangles, en secteurs ou segmens, et opérer comme il a été dit pour le pentagone irrégulier (40).

Du centre de gravité des solides.

46. Nous supposons toujours que les solides dont il va être question, sont composés de parties homogènes, dont la pesanteur est partout uniforme. Nous avons distingué toutes les espèces de solides en deux classes principales : savoir, les solides réguliers et les solides irréguliers.

47. Les solides réguliers compris de la première classe peuvent être considérés comme composés d'élémens de même figure que leur base, posés les uns sur les autres, de manière que tous leurs centres de gravité se trouvent dans une ligne verticale que nous appellerons axe droit. Ainsi les parallélipipèdes, les prismes, les cylindres, les pyramides, les cônes, les conoïdes, les sphères et les sphéroïdes, ont un axe droit sur lequel se trouve leur centre de gravité.

48. Dans les parallélipipèdes ; les prismes, les cylindres, les sphères, les sphéroïdes, le centre de gravité est placé au milieu de l'axe droit, à cause de la similitude et de la symétrie de leurs parties également éloignées de ce point.

49. Dans les pyramides et les cônes, figures 23 et 24,

qui diminuent depuis la base jusqu'au sommet, le centre de gravité est placé au quart de l'axe, à partir de la base.

50. Dans les paraboloïdes qui diminuent moins à cause de leur courbure, le centre de gravité est placé aux tiers de l'axe depuis la base.

51. Pour trouver le centre de gravité d'une pyramide ou d'un cône tronqué, figures 23 et 24, il faut 1°. multiplier le cube du cône entier ou de la pyramide par la distance de son centre de gravité au sommet; 2°. ôter de ce produit celui de la partie MSR, qui manque au cône ou à la pyramide tronquée, par la distance de son centre de gravité au sommet; 3°. diviser le reste par le cube du cône ou de la pyramide tronquée; le quotient sera la distance du centre de gravité R de ces parties de cône ou de pyramide tronquée à leur sommet.

52. Le centre de gravité d'une demi-sphère est aux trois huitièmes du rayon qui forme sa hauteur, à partir du centre.

53. Pour trouver le centre de gravité d'un segment de sphère, figure 25, il faut faire cette proportion : le triple du rayon moins l'épaisseur du segment, est au diamètre moins les trois quarts de l'épaisseur du segment, comme cette épaisseur est à un quatrième terme qui exprimera la distance du sommet à son centre de gravité placé sur le rayon qui lui sert d'axe.

Ainsi, désignant le rayon par r, l'épaisseur du segment par e, et la distance que l'on cherche par x, on aura $3r - e : 2r - \frac{3e}{4} :: e : x$ qui donne $x = \frac{2re - \frac{3ee}{4}}{3r - e}$ *Leçons élémentaires de mécanique, par l'abbé Delacaille, p.* 118. Supposons actuellement que le rayon est de 7 pieds,

et l'épaisseur du segment de trois pieds, on aura $x = \frac{2 \times 7 \times 3 - \frac{3 \times 9}{4}}{3 \times 7 - 3}$ qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 1 + \frac{3\frac{1}{4}}{18}$ ou $1 + \frac{23}{24}$, qui sera la distance du sommet de ce segment au centre de gravité sur son axe.

54. Pour avoir le centre de gravité d'une zône de sphère fig. 26, on opérera comme nous l'avons expliqué ci-devant pour les pyramides ou cônes tronqués, c'est-à-dire qu'après avoir trouvé les centres des gravités du segment retranché, et de celui dans lequel la zône est comprise, on multipliera le cube de chacun par la distance de son centre de gravité au sommet A, et après avoir ôté le plus petit produit du plus grand, on divisera le reste par le cube de la zône.

Ainsi, en supposant, comme ci-devant, que le rayon AC est 7, que l'épaisseur de la zône est de 2, et celle du segment retranché de $1\frac{1}{2}$, on trouvera la distance du centre de gravité du segment retranché par la formule $x = \frac{2re - \frac{3ee}{4}}{3r - e}$ qui donne pour ce cas-ci $x = \frac{2 \times 7 \times 1\frac{1}{2} - \frac{3 \times 2\frac{1}{4}}{4}}{21 - 1\frac{1}{2}}$ et après avoir fait les opérations indiquées $x = \frac{103}{104}$ qui sera la distance du centre de gravité au sommet A, celle du centre de gravité du segment dans lequel se trouve comprise la zône, sera, d'après la même formule, $x = \frac{2 \times 7 \times 3\frac{1}{2} - \frac{3 \times 12\frac{1}{4}}{4}}{21 - 3\frac{1}{2}}$, qui donne, après les calculs faits, $x = 2\frac{11}{40}$ pour la distance de son centre de gravité du même point A.

55. Pour ne pas renvoyer le lecteur à des élémens de

géométrie, nous allons indiquer le moyen de trouver la solidité ou cube d'un segment et d'une zône de sphère.

I.

On démontre dans tous les élémens de géométrie, que la solidité de la sphère est égale au produit de sa superficie par le tiers du rayon, parce qu'elle peut être considérée comme étant formée d'une infinité de pyramides qui ont leur base à la superficie, et leur sommet au centre.

II.

56. Une portion de sphère telle que ABCD, fig. 25, appelée secteur, présentant d'un côté un segment de sphère BAD, et de l'autre un cône dont le sommet est au centre C, a aussi pour mesure le produit de la surface BAD, par le tiers du rayon AC ou BC, parce qu'on le suppose composé de pyramides terminées au centre, et qui ont pour base la superficie du segment BAD.

III.

57. Il est encore démontré que la superficie d'une sphère entière, est égale au produit de la circonférence de son grand cercle par son diamètre, et que celle d'un segment se trouve en multipliant la circonférence du grand cercle par la flèche AI ou AK qui mesure son épaisseur. Nous allons faire l'application de ce qui vient d'être dit, à une zône de sphère, figure 26, dont il s'agit de trouver le centre de gravité : d'abord pour le grand segment BAD, dont l'épaisseur est supposée 3 $\frac{1}{2}$.

Le rayon étant 7, le diamètre 14, la circonférence sera 44, ce qui donnera la superficie de ce segment égale à $44 \times 3\frac{1}{2}$ dont le prodnit est 154.

Celle du petit segment sera $44 \times 1\frac{1}{2}$, qui donne 66.

Le cube dn grand secteur CBAD sera $154 \times \frac{7}{3}$, qui donne $359\frac{1}{3}$.

58. Pour avoir celui du segment BAD, il faut en ôter le cube du cône BCD, égal au produit de sa base, qui est un cercle dont le rayon est BK, par le tiers de KC; à ce sujet il faut remarquer que la surface du cercle est égale au carré de son rayon multiplié par $3\frac{1}{7}$, et que la propriété du cercle donne le produit de $AK \times KL$, égal au carré de BK, rayon du cercle qui forme la base du cône; d'où il résulte qu'on aura la superficie de ce cercle en multipliant le produit de AK par KL par $3\frac{1}{7}$, c'est-à-dire $3\frac{1}{2} \times 10\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{7}$ qui donne $115\frac{1}{2}$ et que le cube du cône sera $\frac{115\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2}}{3}$ qui donne $134\frac{9}{12}$: ôtant ce cube de celui du secteur que nous avons trouvé $= 359\frac{1}{3}$, le reste $224\frac{7}{12}$, sera le cube du grand segment BAD dans lequel se trouve comprise la zône.

59. La superficie dn petit segment étant 66, on anra le cube du secteur auquel il répond, en multipliant $66 \times \frac{7}{3}$ qui donne 154; le cube du cône qu'il faut retrancher pour avoir celui de ce segment sera, d'après ce qui vient d'être dit, $= AI \times IL \times 3\frac{1}{7} \times \frac{10}{3}$ ou $1\frac{1}{2} \times 12\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{7} \times \frac{5\frac{1}{2}}{3}$ qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $108\frac{1}{28}$ pour le cube du cône, lequel étant ôté de celui du petit secteur que nous avons trouvé $= 154$, donnera le cube du segment cherché EAH, $45\frac{27}{28}$, connaissant le cube des deux segmens, la distance de leur centre de gravité

à leur sommet commun A. Pour avoir celle du centre de gravité, de la zône au même point, il faut multiplier le cube de chaque segment par la distance de son centre de gravité au point A, et après avoir soustrait le plus petit produit du plus grand, diviser le reste par le cube de la zône.

60. Ainsi le moment du grand segment, c'est-à-dire le produit de son cube par la distance de son centre de gravité au sommet A étant exprimé

par 224 $\frac{7}{15}$ × 2 [illegible], sera = 510 [illegible],
et celui du petit 45 [illegible] × [illegible] = 45 [illegible].

Différence 465 [illegible].

Cette différence divisée par le cube de la zône que nous avons trouvé = 178 $\frac{5}{15}$, donnera pour la distance du centre de gravité de cette zône au sommet A = 2 [illegible], ou à très-peu de chose près 2 $\frac{5}{10}$. Nous sommes entrés dans tous ces détails, pour en faciliter l'application aux gens de l'art, et à ceux qui n'ont pas toujours toutes les propositions de géométrie présentes à l'esprit.

Du centre de gravité des solides irréguliers.

61. Comme toutes sortes de solides, quelle que soit leur forme, sont susceptibles d'être divisés en pyramides, de même que nous avons fait voir à l'article (40) que les surfaces planes irrégulières pouvaient se diviser en triangles, il en résulte qu'on peut trouver leur centre de gravité par la même méthode. Mais au lieu de deux lignes formant un angle droit, il faut supposer deux plans verticaux NC, CF, entre lesquels est placé le solide G; fig. 27. On rapportera à chacun de ces plans les momens des

pyramides, c'est-à-dire le produit de leur cube par la distance de leur centre de gravité; on divisera la somme de ces produits, pour chaque plan, par le cube total du solide; le quotient indiquera la distance des deux autres plans BL, DM parallèles aux premiers. L'intersection de ces deux derniers plans donnera une ligne IP ou axe d'équilibre sur lequel doit se trouver le centre de gravité du solide. Pour déterminer ce point G, on imaginera un troisième plan NF, perpendiculaire aux précédens, c'est-à-dire horizontal, sur lequel on peut supposer que le solide est placé. On cherchera encore par rapport à ce plan les momens des pyramides, en multipliant leur cube par la distance de leur centre de gravité; divisant ensuite la somme de ces produits par le cube du solide entier, le quotient donnera sur l'axe la distance PG de ce troisième plan au centre de gravité du solide irrégulier.

ARTICLE IV.

Du plan incliné.

62.* Pour qu'un solide quelconque soit parfaitement soutenu, il faut que le plan sur lequel il pose soit perpendiculaire à la direction de la pesanteur, c'est-à-dire horizontal, ou de niveau, et que la verticale abaissée de son centre de gravité ne tombe pas hors de sa base.

63. Dès qu'un plan cesse d'être horizontal, les solides posés dessus tendent à glisser, à rouler ou à culbuter.

64. Comme les surfaces des corps sont plus ou moins rudes, lorsque la direction du centre de gravité ne

tombe pas hors de leur base, ils ne commencent à glisser que sur des plans dont l'inclinaison est proportionnée à l'âpreté de leur surface.

Ainsi un cube de pierre dure fine, telle que la pierre de liais, dont les surfaces sont bien dressées, ne commence à glisser que sur un plan incliné d'environ trente degrés; et les marbres polis sur un plan dont l'inclinaison est de quinze degrés.

65. Lorsqu'un solide est posé sur un plan incliné, la direction de son centre de gravité tombe hors de sa base, il culbute s'il est terminé par des surfaces droites, et il roule si la surface de ce solide qui pose sur le plan est courbe.

66. Un corps à surfaces planes peut demeurer en repos, après avoir culbuté une première fois, si la surface sur laquelle il tombe, est assez étendue pour que la direction de son centre de gravité ne tombe pas en dehors, et que l'inclinaison ne soit pas assez grande pour qu'il glisse.

67. Les solides à surfaces courbes ne peuvent se soutenir que sur un plan parfaitement horizontal, parce que les uns ne posent que sur un point, comme la sphère, et les autres sur une ligne, tels que les cylindres ou les cônes, de sorte que pour qu'ils se soutiennent il faut que la verticale abaissée de leur centre de gravité passe par le point de contact et soit perpendiculaire au plan. Ainsi dès que le plan cesse d'être horizontal, la direction du centre de gravité tombe hors du point de contact, c'est-à-dire du point ou de la ligne qui sert de base à ces solides, ils tournent, et, si la courbe est continuée, ils roulent avec une vitesse accélérée égale à celle qu'ac-

querraient ces solides, en tombant de la hauteur du plan incliné à l'endroit où ils ont commencé à se mouvoir.

68. Pour trouver la force qu'il faut pour soutenir un corps rond sur un plan incliné, il faut considérer le point de contact F, figures 28 et 29, comme le point d'appui d'un levier angulaire dont les bras seraient exprimés par les perpendiculaires tirées de ce point d'appui, à la direction de la puissance C P et de la pesanteur C D, ce qui donne (25) P : N :: F A ou F C : F D, c'est-à-dire en raison inverse des perpendiculaires F A et F D, ou F C et F D, selon que la puissance est parallèle ou oblique au plan. Et comme le triangle rectangle CFD, est toujours semblable au triangle O S H qui forme le plan incliné avec la verticale S O, et l'horizontale O H, il en résulte qu'on peut encore exprimer ce rapport en disant P : N :: O S : S H ou O H, selon que la puissance est parallèle ou non au plan incliné; c'est pourquoi on dit que dans le premier cas, elle doit être au poids comme la hauteur du plan incliné O S, est à sa longueur S H, et dans le second comme la même hauteur est à sa base O H.

Dans le premier cas, la pression du corps sur le plan est exprimée par O H, et dans le second par S H : ainsi on a P : N : F :: O S : S H : O H,

et P : N : F :: O S : O H : S H.

69. On peut remarquer que dans le premier cas, l'effort de la puissance étant parallèle au plan incliné, elle n'augmente ni ne diminue la pression sur ce plan : c'est le cas le plus favorable pour tenir un corps en équilibre sur un plan incliné.

70. Dans le second cas, la direction formant un angle aigu avec le plan, augmente inutilement sa charge.

Lorsque la direction de la puissance forme un angle obtus avec l'inclinaison du plan, en soutenant une partie du poids, elle diminue la charge du plan; mais elle exige une puissance plus grande.

71. La force qu'il faut pour soutenir sur un plan incliné le corps dont la base est formée par une surface plane, dépend, comme nous l'avons déjà dit (61), de la rudesse ou aspérité des surfaces, tant du plan incliné que de la base des corps, ce qui ne peut se trouver que par l'expérience.

72. De tous les moyens que j'ai essayés pour parvenir à évaluer cette résistance connue sous le nom de frottement, le plus simple et celui qui donne les résultats les plus justes, est de considérer l'inclinaison du plan, sur laquelle un corps, dont la direction du centre de gravité ne sort pas de la base, se soutient en équilibre, comme un plan horizontal d'après lequel on compte les degrés d'inclinaison, comme nous l'avons ci-devant expliqué au premier livre, page 80 et suivantes; d'où il résulte qu'un corps qui ne commence à glisser que sur un plan incliné de plus de 30 degrés, étant posé sur un plan incliné de 45, n'exigera pas pour se soutenir une puissance plus grande que pour soutenir un corps rond de même poids placé sur un plan incliné de 15 degrés.

73. Tout ce qui vient d'être dit sur la force qu'il faut pour soutenir un corps sur un plan incliné, peut être appliqué à un solide soutenu par deux plans, en considérant que le second plan fait l'office de la puissance qui le soutiendrait en équilibre sur le premier, en agissant selon une perpendiculaire au second plan.

74. Lorsque les directions de trois puissances telles que P G, Q G, G R concourent à un même point G, fig. 30, on

démontre en mécanique que dans le cas d'équilibre leur rapport est exprimé par les trois côtés d'un triangle formé par des perpendiculaires à leur direction; d'où il résulte que si par le centre de gravité G, d'un solide soutenu par deux plans ou par quelqu'autre point de sa direction verticale, on tire des perpendiculaires à la direction de ces puissances, on aura dans le cas d'équilibre la proportion P : Q : R :: B A : B C : A C.

75. Considérant ensuite que dans toutes sortes de triangles les côtés sont entre eux comme les sinus des angles opposés, on aura P : Q : R :: sinus B C A : sinus B A C : sinus A B C, et comme l'angle B C A est égal à l'angle C A D et C B A à B A E, on aura P : Q : R :: sinus C A D. sinus B A C : sinus B A E, c'est-à-dire que le poids est représenté par le sinus de l'angle formé par les deux plans inclinés, et que les pressions sur chacun de ces plans sont réciproquement proportionnelles aux sinus des angles qu'ils forment avec l'horizon.

ARTICLE V.

De la résistance des murs et points d'appui.

76. Soit ABCD, figure 31, un pied-droit à basse carrée dont on veut connaître la résistance, par rapport à une puissance M, qui le pousserait horizontalement de M en A ou obliquement de N en A pour le renverser, fig. 32, en le faisant tourner sur le point D. Afin de rendre l'opération plus facile, on peut considérer le solide réduit à

un plan passant par le centre de gravité G de ce pied-droit et le point D, autour duquel la puissance tend à le faire tourner; on abaissera de ce centre une verticale qui coupera la base en un point I auquel on supposera le poids du pied-droit suspendu; faisant ensuite abstraction du pied-droit, on ne considérera que le levier angulaire BDI, ou HDI, dont les bras sont déterminés par les perpendiculaires tirées du point d'appui D, d'une part à la direction verticale du poids, et de l'autre à la direction de la puissance qui pousse le pied-droit; d'après la théorie du levier ci-devant expliquée (25).

77. Il faut remarquer que la direction du poids R étant toujours indiquée par une verticale abaissée du centre de gravité, son bras de levier ID ne change pas, quelle que soit la direction de la puissance, et la hauteur à laquelle elle est appliquée; tandis que le bras de levier de la puissance varie en raison de sa position et de sa direction.

78. Pour qu'il y ait équilibre entre l'effort de la puissance et la résistance du pied-droit, il faut pour le premier cas, figure 31 où la puissance M agit selon une direction horizontale, qu'on ait la proportion $M : R :: ID : DB$, d'où l'on tire $M \times DB = R \times ID$ et $M = \frac{R \times ID}{DB}$.

79. Si la direction de la puissance est oblique comme NA, fig. 32, on aura dans le cas d'équilibre $N : R :: ID : DH$, qui donne $N \times DH = R \times ID$ et $N = \frac{R \times ID}{DH}$.

Application.

80. Pour donner un exemple, nous supposerons que la hauteur du pied-droit est de 12 pieds, sa largeur de 4, et son épaisseur d'un pied.

Le poids R du pied-droit pouvant être représenté par son cube, sera $12 \times 4 \times 1$ qui donne 48.

Son bras de levier indiqué par ID sera 2; celui de la puissance horizontale M, représenté par DB, sera 12.

D'après toutes ces valeurs, on aura $M : 48 :: 2 : 12$, qui donne $M \times 12 = 48 \times 2$ et $M = \frac{48 \times 2}{12} = 8$. C'est-à-dire que l'effort de la puissance horizontale M doit être égal à 8 pieds cubes de même pierre que le pied-droit, pour être en équilibre avec sa résistance, supposant qu'il est de pierre dure ordinaire dont le pied cube pèse moyennement 160 livres; cet effort serait égal à 1280.

81. Quant à la puissance oblique qui agit selon NA, supposant $DH = 7\frac{1}{5}$, on aura $N : 48 :: 2 : 7\frac{1}{5}$ qui donne $N \times 7\frac{1}{5} = 48 \times 2$ et $N = \frac{48 \times 2}{7\frac{1}{5}} = 13\frac{1}{3}$, tandis que l'expression de la puissance horizontale M contre le même pied-droit n'était que de 8 pieds; mais il faut remarquer que son bras de levier était 12, tandis que celui de la puissance N n'est que de 7 pieds $\frac{1}{5}$, or $13\frac{1}{3}$ par $7\frac{1}{5} = 8 \times 12 = 96$, qui est aussi égal à la résistance du pied-droit exprimée par $12 \times 4 \times 2 = 96$.

82. Il est essentiel d'observer que si l'on considère la puissance NA comme la résultante de deux autres MA et FA, la première en agissant horizontalement de M en A, tend à renverser le pied-droit, tandis que la se-

conde qui agit verticalement de F en A, s'oppose en partie à cet effet, en augmentant la résistance du pied-droit.

83. Supposons que la puissance NA fasse avec la verticale AF un angle de 53 degrés et un de 37, avec l'horizontale AM, on aura NA : FA : MA : : sin. tot. : sin. 37 deg. : sin. 53 d. : : 10 : 6 : 8. Ainsi, NA ayant été trouvé $= 13\frac{1}{3}$, on aura 10 : 6 : 8 : : $13\frac{1}{3}$: 8 : $10\frac{2}{3}$.

Il est évident que par cette décomposition de la puissance NA, la résistance du pied-droit se trouve augmentée par l'effort de la puissance FA $= 8$, laquelle agissant au point A selon la direction FA, aura pour bras de levier CD $= 4$, ce qui donne son effort $= 8 \times 4 = 32$.

La résistance du pied-droit ayant été trouvée $= 96$, deviendra par l'effet de la puissance FA $= 96 + 32 = 128$.

L'effort de la puissance horizontale M étant devenu $= 10\frac{2}{3}$, et son bras de levier étant toujours 12, son effort sera 128 égal à la résistance du pied-droit, ce qui prouve que dans cette décomposition, on a, comme ci-devant, l'effort égal à la résistance.

84. Cette proposition mérite d'être considérée avec beaucoup d'attention, parce que son application est d'une grande utilité pour parvenir à évaluer, avec exactitude, les effets des parties d'édifices qui ne se soutiennent que par des efforts obliques ou latéraux.

85. Si l'on veut trouver quel devrait être le prolongement du pied-droit pour équivaloir à l'effort vertical EA, il faut diviser son expression par ID; c'est-à-dire 8 par 2, qui donnera 4 pour ce prolongement, et on aura pour l'expression de sa résistance $12 + 4 \times 4 \times 2 = 128$, comme ci-dessus.

86. Si l'effort de la puissance est connu, et qu'on cherche l'épaisseur que doit avoir un mur ou pied-droit dont on connaît la hauteur, pour y résister, on désignera la puissance et les parties du pied-droit par des lettres différentes, afin d'indiquer les opérations à faire pour résoudre le problème. Ainsi, nommant la puissance P, la hauteur du pied-droit d, l'épaisseur que l'on cherche x, si la puissance P agit selon une direction horizontale à l'extrémité du mur ou pied-droit, son expression sera $P \times d$.

La résistance du pied-droit sera exprimée par sa superficie, multipliée par son bras de levier, c'est-à-dire par $d \times x \times \frac{x}{2}$; et comme dans le cas d'équilibre la résistance doit être égale à la poussée, on aura l'équation $p \times d = d \times x \times \frac{x}{2}$; les deux membres de cette équation pouvant être divisés par d, sans déranger leur égalité, l'équation se réduira à $p = x \times \frac{x}{2}$; et comme le second membre est divisé par 2, on peut supprimer ce diviseur sans détruire l'équation, en multipliant P qui forme le premier membre par 2, ce qui donnera $2p = x \times x$ ou xx, c'est-à-dire à un carré dont la superficie est égale à $2p$ et dont x indique le côté ou la racine, ce qui s'exprime ainsi $x = \sqrt{2p}$. Cette expression est une formule qui indique, dans tous les cas, l'épaisseur que doit avoir un pied-droit CD, pour résister à une puissance M, placée à son extrémité supérieure, et qui agirait selon une direction horizontale MA, figure 31.

87. Il est à propos de remarquer que dans cette formule, la hauteur du pied-droit n'est pas nécessaire pour trouver la valeur de x, parce que cette hauteur étant

commune au pied-droit et au bras de levier de la puissance, ne change pas son résultat : car le cube du pied-droit qui représente son poids, augmente ou diminue en même raison que ce levier. Ainsi, soit que la hauteur du pied-droit soit de 12, de 15 ou de 24 pieds, son épaisseur sera toujours la même.

Exemple.

88. Si la puissance horizontale exprimée par p dans la formule $x = \sqrt{2p}$ est 8, on aura $x = \sqrt{16}$, qui donne $x = 4$ pour l'épaisseur du pied-droit. Tant que la puissance qui agit à l'extrémité du pied-droit restera la même, cette épaisseur suffira, quelle que soit sa hauteur. Ainsi, pour douze pieds de hauteur, l'effort de la puissance sera $8 \times 12 = 96$, et la résistance $12 \times 4 \times 2 = 96$.

Si le pied-droit est de 15 pieds de haut, sa résistance sera $15 \times 4 \times 2 = 120$, et l'effort de la puissance $8 \times 15 = 120$.

Enfin si la hauteur est de 24 pieds, sa résistance sera $24 \times 4 \times 2 = 192$, et l'effort de la puissance $8 \times 24 = 192$.

89. Lorsque le point où est appliquée la puissance horizontale est moins élevé que le mur ou pied-droit, on peut indiquer dans la formule la différence par f,

et on aura $P \times d - f = d \times x \times \frac{x}{2}$,

qui devient $2pd - 2pf = dxx$,

et $2p - \frac{2pf}{d} = xx$.

Enfin $x = \sqrt{2p - \frac{2pf}{d}}$,

supposant $p = 9$,

$f = 6$,

$d = 12$,

La formule deviendra $x = \sqrt{18 - \frac{18 \times 6}{12}}$ qui donne, en faisant les calculs indiqués, $x = \sqrt{9}$; et enfin $x = 3$, qui sera l'épaisseur cherchée.

90. Lorsque la puissance NA est oblique, figure 32, on peut également trouver l'épaisseur en se servant du bras de levier DH, ou en la décomposant en deux efforts, comme nous l'avons fait ci-devant (79—81). Ainsi dans le cas de la puissance oblique (79) P sera $13\frac{1}{3}$ nommant f son bras de levier $7\frac{1}{5}$, on aura $P \times f = \frac{dxx}{2}$ qui deviendra $\frac{2Pf}{d} = xx$, et qui se réduira à $x = \sqrt{\frac{2Pf}{d}}$, dans laquelle substituant les valeurs connues, on aura $x = \sqrt{\frac{2 \times 13\frac{1}{3} \times 7\frac{1}{5}}{12}}$ qui se réduit, après avoir fait les calculs indiqués, à $x = \sqrt{16}$, qui donne $x = 4$ pour l'épaisseur du pied-droit cherché.

91. En décomposant la puissance oblique NA, fig. 32, en deux efforts, dont un MA tend à renverser le pied-droit en agissant selon une direction horizontale, et l'autre fA à l'affermir en agissant verticalement, comme nous avons déjà dit (80).

On désignera l'effort horizontal MA par p, son bras de levier égal à la hauteur du pied-droit par d, l'effort vertical fA par n; le bras de levier de ce dernier effort étant égal à l'épaisseur que l'on cherche, sera désigné par x; ce qui donnera l'équation $pd = \frac{dxx}{2} + nx$, qui se réduit à $2p = xx + \frac{2nx}{d}$; mais comme le second membre de cette équation n'est pas un carré parfait, il faut le compléter en ajoutant à chaque membre ce qui lui manque, c'est-à-dire, le carré de la moitié de la quantité $\frac{2n}{d}$ qui

multiplie x dans le second terme égal à $\frac{nn}{dd}$, ce qui donnera $2p + \frac{nn}{dd} = xx + \frac{2nx}{d} + \frac{nn}{dd}$

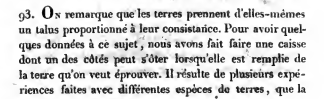
Le second membre étant devenu par cette addition, un carré dont la racine est $x + \frac{n}{d}$, on aura $x + \frac{n}{d} = \sqrt{2p + \frac{nn}{dd}}$ et enfin $x = \sqrt{2p + \frac{nn}{dd}} - \frac{n}{d}$, qui sera la formule générale pour trouver l'épaisseur cherchée, désignée par x.

Application.

92. Substituant dans cette formule les quantités connues, elle deviendra $x = \sqrt{10\frac{2}{3} + 2 + \frac{64}{144}} - \frac{8}{12}$, qui se réduit, en faisant les opérations indiquées, à $x = \sqrt{21\frac{1}{3} + \frac{4}{9}} - \frac{2}{3}$; et enfin $x = \sqrt{21\frac{7}{9}} - \frac{2}{3}$, et $x = 4$. La preuve est qu'on aura $10\frac{2}{3} \times 12 = 12 \times 4 \times 2 + 8 \times 4$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $128 = 128$; comme au paragraphe (81).

ARTICLE VI.

De la poussée des terres.



93. On remarque que les terres prennent d'elles-mêmes un talus proportionné à leur consistance. Pour avoir quelques données à ce sujet, nous avons fait faire une caisse dont un des côtés peut s'ôter lorsqu'elle est remplie de la terre qu'on veut éprouver. Il résulte de plusieurs expériences faites avec différentes espèces de terres, que la

plus mobile est le sable fin bien sec, ou le grès pulvérisé. Le talus qu'il prend, lorsqu'on ôte la dalle qui forme le côté mobile, forme un angle de 55 degrés $\frac{1}{2}$, avec un plan vertical, et de 34 $\frac{1}{2}$ avec le plan horizontal, sur lequel pose le sable ou le grès. Dans l'usage ordinaire, on suppose que les terres forment un angle de 45 degrés; c'est, à peu de chose près, l'inclinaison moyenne que prennent les terres nouvellement remuées et jetées sur la berge.

94. M. Bélidor, pour parvenir à évaluer la poussée des terres contre les murs de terrasse ou de revêtement pour les fortifications, divise le triangle EDF, figure 1, planche LXXII, représentant la masse de terre, par des parallèles à sa base ED, formant des tranches d'égale épaisseur qu'il suppose divisées en triangles égaux et semblables au grand; d'où il résulte qu'en prenant le premier triangle aFb pour unité, la seconde tranche est 3, la troisième 5, la quatrième 7, ainsi de suite, en suivant une progression dont la différence est 2.

Chacune de ces tranches étant supposée glisser sur un plan incliné parallèle à ED pour agir contre la face FD, si on les multiplie par la hauteur moyenne à laquelle elles agissent, la somme de ces produits donnera l'effort total qui tend à renverser le mur; mais comme cette somme est égale au produit du triangle total par la hauteur déterminée par la ligne tirée de son centre de gravité parallèlement à ED, c'est cette dernière méthode que nous avons suivie, parce qu'elle est beaucoup moins compliquée et plus facile, et que d'ailleurs M. Bélidor, pour rendre sa méthode moins difficile, fait des suppositions qui ne sont pas exactes.

Première application.

95. La caisse dont il a été parlé (93) a de longueur 16 pouces $\frac{1}{2}$ sur 12 pouces de large et 17 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur, mesurés dans œuvre, c'est-à-dire à l'intérieur, comme le talus que prend la poudre de grès lorsqu'elle n'est pas soutenue par la dalle de devant, forme avec l'horizon, un angle de 34 degrés $\frac{1}{2}$, la hauteur AE, fig. 1, est de 11 po. $\frac{1}{3}$, de sorte que la partie qui agit contre cette dalle est représentée par le triangle EDF.

Pour trouver par le calcul la valeur de cet effort et l'épaisseur que doit avoir la dalle pour y résister, il faut, 1°. chercher la superficie du triangle EDF $= \frac{16\frac{1}{2} \times 11\frac{1}{3}}{2}$ qui donne 93 $\frac{1}{2}$, mais comme la pesanteur spécifique, (c'est-à-dire à volume égal) de cette poudre de grès n'est que les $\frac{11}{13}$ de celle de la dalle de pierre qui soutient son effort, elle se réduira à 73 $\frac{1}{2}$ $\times \frac{11}{13}$, qui donne 81. Cette masse étant censée glisser sur le plan ED, son effort sera à son poids comme AE est à ED : : 11 $\frac{1}{3}$: 20, ce qui donne $81 \times \frac{11\frac{1}{3}}{20} = 45{,}9$; il faut considérer cet effort comme une puissance oblique qr, passant par le centre de gravité de la masse, et agissant à l'extrémité d'un levier ik. Pour parvenir à connaître ce bras de levier dont la longueur dépend de l'épaisseur de la dalle que l'on ne connaît pas encore, on remarquera que les triangles qsr, qho, et kio étant semblables, ont leurs côtés proportionnels, ainsi on aura $qs : sr :: qh : ho$; et comme $ko = hk - ho$, on aura $qr : qs :: hk - ho : \frac{\overline{hk - ho} \times qs}{qr}$.

Les trois côtés du triangle qsr sont connus à cause

de la position de l'angle q au centre de gravité du grand triangle EFD, qui donne chacun des côtés du petit triangle égal au tiers de celui du grand, auquel il correspond. Ainsi désignant le côté $q\,r$ par a,

le côté $q\,s$ par b,
le côté $r\,s$ par c,
$s\,h$ qu'on ne connaît pas par x,
$h\,k$ par f,
l'effort de la poussée 45,9 par p,
la hauteur de la dalle DF par d,

on aura $b : c :: b + x : \frac{bc+cx}{b} = h\,o$ et $h\,k - h\,o$, sera $f - \frac{bc+cx}{b}$; pour avoir $i\,k$, on fera la proportion $a : b :: f - \frac{bc-cx}{b} : \frac{bf-bc-cx}{a} = i\,k$, ce qui donnera le résultat de la poussée p, multiplié par son bras de levier $\frac{bf-bc-cx}{a} = \frac{pbf-pbc-pcx}{a} = \frac{dxx}{2}$, qui exprime la résistance de la dalle. En dégageant $x\,x$, et faisant passer dans un même membre les termes multipliés par x, cette équation devient $\frac{2pbf-2pbc}{ad} = x\,x + \frac{2pcx}{ad}$; et pour rendre la solution plus facile, faisant $\frac{2pbf-2pbc}{ad} = 2\,m$, et $\frac{2pc}{ad}$ qui multiplie x dans le second terme du second membre $= 2\,n$, on aura $x\,x + 2\,n\,x = 2\,m$; ajoutant à chaque membre le carré de n pour rendre le premier membre un carré parfait dont on puisse extraire la racine, on aura $xx + 2nx + nn = 2m + nn$, et $x + n = \sqrt{2\,m + n\,n}$; enfin $x = \sqrt{2m + nn} - n$, qui est la formule générale pour résoudre tous les problèmes de ce genre.

Reprenant les valeurs des quantités connues, exprimées

par des lettres, on aura $a = 6\frac{2}{3}$,

$b = 5\frac{1}{3}$,

$c = 3\frac{3}{4}$,

$f = 7\frac{2}{3}$,

$p = 45\frac{9}{10}$,

$d = 11\frac{1}{3}$;

$m = p\,b \times \frac{f-c}{ad}$ deviendra $m = 45{,}9 \times 5\frac{1}{3} \times \frac{7\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4}}{6\frac{2}{3} + 11\frac{1}{3}}$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $m = 12{,}70$, et $2\,m = 25{,}4$, et $n = \frac{pc}{ad}$ deviendra $\frac{45{,}9 + 3{,}75}{75{,}55} = 2{,}28$, et $n\,n = 5{,}20$.

Ainsi, la formule $x = \sqrt{2\,m + n\,n} - n$ donnera $x = \sqrt{25{,}4 + 5{,}20} - 2{,}28$; $x = \sqrt{30{,}6} - 2{,}28$; enfin, $x = 5{,}50 - 2{,}28 = 3{,}22$.

Ce résultat s'accorde autant qu'il est possible avec l'expérience, car il a fallu pour le cas dont il est question, une dalle de 3 pouces $\frac{1}{4}$ d'épaisseur pour résister à l'effort de la poussée de la poudre de grès qui renversait une dalle de 3 pouces d'épaisseur.

Par la méthode de M. Bélidor, on aurait trouvé 4 pouces $\frac{4}{10}$; mais nous avons déjà observé que dans cette méthode, l'application des principes n'est pas faite comme il convient.

Deuxième application.

96. Lorsque la même caisse est tout-à-fait remplie de poudre de grès, il faut une dalle de 5 pouces $\frac{1}{2}$ pour résister à sa poussée.

Pour appliquer la formule précédente à cet exemple, il faut d'abord chercher la superficie du trapèze BEDF,

figure 2, qu'on trouvera de $195\frac{3}{4}$, qu'il faudra multiplier par $\frac{13}{15}$ pour la réduire à une même pesanteur spécifique que la dalle, ce qui donnera $169\frac{1}{5}$. Cette masse étant censée glisser sur un plan incliné ED, son effort parallèle à ce plan sera $195\frac{1}{5} \times \frac{11\frac{1}{3}}{20}$, qui donne pour cet effort 95,76 désigné par P; ayant trouvé que dans la formule qs, désigné dans première équation par $b = 6{,}93$,

que $s\,r$ désigné par $c = 4{,}76$,

que $q\,r$ désigné par $a = 8{,}40$,

$f = 11{,}3$,

$d = 17{,}5$,

l'épaisseur de la dalle $= s\,h - x$, $m = p\,b \times \frac{f-c}{ad}$ deviendra, en substituant les valeurs, $m = 95{,}76 \times 6{,}93 \times \frac{11{,}3-4{,}76}{8{,}40 \times 17{,}50}$ et faisant les calculs indiqués, on aura $m = 29{,}52$, et $2\,m = 59{,}04$; $n = \frac{pc}{ad}$ deviendra $n = \frac{95{,}76 \times 4{,}76}{8{,}40 \times 17{,}50}$ et après les calculs faits, $n = 3{,}1$ et $n\,n = 9{,}61$, substituant ces valeurs dans la formule $x = \sqrt{2\,m + n\,n} - n$, on aura $x = \sqrt{59{,}04 + 9{,}61} - 3{,}1$; $x = \sqrt{68{,}65} - 3{,}1$. $x = 8{,}3 - 3{,}1$, et enfin $x = 5{,}2$.

On voit que le résultat de cette seconde application est encore conforme à l'expérience; c'est une nouvelle preuve de l'avantage que peut procurer l'union des principes de la théorie avec l'expérience.

Troisième application.

97. La même caisse remplie de terre ordinaire bien sèche et pulvérisée, forme un talus de 46 degrés 50 minutes; la superficie de la partie poussante est de 144

ponces $\frac{1}{2}$, mais comme le poids de cette terre, à volume égal, n'est que les $\frac{3}{4}$ de celui de la dalle qui la soutient, elle se réduit à 108. L'effort de cette masse en agissant selon la direction oblique $q\,r$, est à son poids comme AB est à BD, c'est-à-dire comme 17 $\frac{1}{3}$ est à 24, ce qui le réduit à 78 $\frac{3}{4}$.

La partie poussante étant, dans ce cas-ci, un triangle BDF semblable au petit triangle $q\,r\,s$, leurs côtés seront proportionnels. Un de ses angles étant placé au centre de gravité du grand triangle, comme dans la première application (95), chaque côté de ce petit triangle sera le tiers de celui du grand triaogle auquel il correspond.

Ainsi $q\,r$ désigné par a dont la première équation (95) sera $= 8$

$q\,s$ désigné par $b = 5\frac{1}{2}$,

$s\,r$ désigné par $c = 5\frac{5}{6}$,

s D désigné par $f = 10\frac{2}{3}$,

l'effort de la poussée désigné par $p = 78\frac{5}{9}$,

la hauteur de la dalle désigné par $d = 17\frac{1}{3}$.

D'après ces données, m de la formule exprimée par $p\,b \times \frac{f-c}{ad}$ donnera $m = 78,55, \times 5,5 \times \frac{10,66-5,83}{8 \times 17\frac{1}{3}}$ qui se réduit, d'après les calculs faits, à $m = 18,04$ et $2\,m = 36,08$.

n de la même formule, étant $= \frac{pc}{ad}$, deviendra $n = \frac{78,55 \times 5,83}{8 \times 17\frac{1}{3}}$ qui se réduit à $n = 3,2$, et $nn = 10,24$; substituant ces valeurs dans la formule $x = \sqrt{2\,m + n\,n} - n$, elle devient $x = \sqrt{36,08 + 10,24} - 3,2$, qui donne, après les calculs faits, $x = 6,8 - 3,2$, et enfin $x = 3$ pouces $\frac{6}{10}$.

Nous observons que l'expérience ne donne que 3

pouces, parce que cette terre ne coule pas aussi facilement que le grès pilé ou le sable fin : aussi les résultats de tous les essais que nous avons faits avec diverses sortes de terres, sont toujours moindres que ceux du calcul : les terres un peu humectées, coulent encore moins. La moindre inclinaison du talus formée par ces terres, a été de 46 degrés 50 et la plus grande de 54; ainsi l'inclinaison moyenne serait de 50 degrés, au lieu de 45 degrés qu'on a pris jusqu'à présent pour base du calcul de la poussée des terres. Cette dernière inclinaison doit donner des résultats beaucoup au-dessus de l'effort avec lequel elles agissent, surtout si l'on a la précaution de battre les terres le long des revêtemens, et de les relier par des lits de fascinage qui les empêchent de glisser. D'ailleurs les murs ne sont pas mobiles sur leur base, comme on le suppose pour faciliter l'application des principes.

Il faut de plus remarquer, qu'à la rigueur on devrait supprimer de la partie poussante, la tranche E*t* DV dont l'effort serait soutenu par le petit triangle DV*k* de la même terre, auquel se trouve substituée une maçonnerie plus pesante, et par conséquent plus forte; mais cette suppression rendrait la solution de ce problème beaucoup plus difficile, parce que la largeur de cette tranche dépend de l'épaisseur D*k* que l'on cherche.

Cependant comme la solidité exige que la résistance des murs soit plus forte que la poussée, on peut adopter cette hypothèse qui réunit le double avantage de produire ce résultat, et de rendre les opérations plus simples et plus faciles.

Quatrième application.

98. Lorsque les terres forment un talus de 45 degrés, figure 3, $qs=sr=b=c=\frac{d}{3}$ et $f=\frac{2d}{3}$, ce qui donne au lieu de $m=pb\times\frac{f-c}{ad}$, $m=\frac{pd}{3}\times\frac{2d-d}{3ad}=\frac{2pdd-pdd}{9ad}$ qui se réduit à $\frac{pd}{9a}$ et au lieu de $n=\frac{pc}{ad}n=\frac{pd}{3ad}$ qui se réduit à $\frac{p}{3a}$.

La surface du triangle rectangle isocel BDF, qui cause la poussée, sera $16\frac{1}{2}\times8\frac{1}{4}=136$ dont les $\frac{3}{4}$ sont 102; ce résultat qui indique le poids de la partie poussante, sera à son effort comme 10 est à 7, ce qui le réduit à 71,4, qui sera la valeur de p; a sera $=7\frac{7}{9}$.

D'après ces valeurs, on aura

$m=\frac{71,4\times16.5}{7\frac{7}{9}\times9}=\frac{1178,1}{70}=16,83$; $n=\frac{71,4}{7\frac{7}{9}\times3}=3,06$ et $nn=9,36$ ces valeurs substituées dans la formule $x=\sqrt{2m+nn}-n$ donnent $x=\sqrt{33,66+9,36}-3,06,=6,57-3,06$, et enfin $x=3$ pouces $\frac{51}{100}$.

99. En adoptant l'hypothèse que la poussée des terres se fait selon un angle de 45 degrés, on peut trouver une formule qui n'exige que la connaissance de la hauteur des terres à soutenir : ainsi reprenant, l'équation $x=\sqrt{2m+nn-n}$ dans laquelle nous avons fait voir que $m=\frac{pd}{9a}$ et $n=\frac{p}{3a}$.

Pour réduire ces expressions en d'autres qui ne contiennent que la hauteur exprimée par d, on remarquera que la superficie du profil de terre BFD qui cause la poussée, sera exprimée par $d\times\frac{d}{2}=\frac{dd}{2}$; prenant les $\frac{3}{4}$ de cette superficie pour répondre à la pesanteur spécifique de la maçonnerie du mur qui doit la soutenir, on aura $\frac{dd}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3dd}{8}$.

Cette masse agissant snr un plan incliné de 45 degrés, son effort sera à son poids comme la hauteur AB du plan est à sa longueur BD : comme le côté du carré est à sa diagonale, qui se tronve, à très-peu de chose près, comme 70 est à 99, on aura pour l'expression de cet effort $\frac{3dd}{8} \times \frac{70}{99} = p$ de la formule et $p\,d = \frac{3ddd}{8} \times \frac{70}{99}$. Cette valeur étant divisée par $9\,a$, on remarquera que a est égal au tiers de la diagonale BD. Ainsi on aura $70 : 99 :: d : \frac{99 \times d}{70} = 3\,a$ et $9\,a = \frac{3d \times 99}{70}$, ce qui donne $m = \frac{3ddd \times 70 \times 70}{8 \times 3d \times 99 \times 99} = \frac{3ddd \times 4900}{24d \times 9880}$, qui se réduit à $\frac{dd}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{dd}{16} = m$ et $2\,m = \frac{dd}{8}$.

$n = \frac{p}{3a}$ deviendra $\frac{3dd \times 70 \times 70}{8d \times 99 \times 99}$, qui se réduit à $\frac{3d}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{3d}{16}$, ce qui donne $x = \sqrt{\frac{dd}{8} + \frac{3d}{16} \times \frac{3d}{16}} - \frac{3d}{16}$; en faisant l'application de cette formnle à l'exemple précédent on aura $x = \sqrt{\frac{16\frac{1}{2} \times 16\frac{1}{2}}{8} + \frac{16\frac{1}{2} \times 3}{16} \times \frac{16\frac{1}{2} \times 3}{16}} - \frac{16\frac{1}{2} \times 3}{16}$, qui donne, en faisant les opérations $x = 3{,}51$, comme la formule précédente. C'est de cette dernière, qui est beaucoup plus simple, dont je me suis servi pour calculer les tables qui terminent cet article.

Si an lieu d'un mur à plomb, on voulait construire un mnr en talns dont la résistance fût égale, il faudrait considérer son profil, figures 5 et 6, comme formé d'un rectangle DFHI et d'un triangle HIK. Le talus pouvant être fixé à volonté, sa base IK sera connue, il ne s'agira qne de trouver celle DI du rectangle : ainsi faisant

la hautenr du mur $= d$,
la base du talus $= a$,
la base du rectangle $= x$,

comme la direction du centre de gravité de ce dernier tombe au milieu de la base DI, son bras de levier par rapport au point d'appui K sera $a+\frac{x}{2}$, et celui du triangle formant le talus tombant aux deux tiers de IK, on aura la résistance de ce mur $= dx \times a+\frac{x}{2}+\frac{da}{2} \times \frac{2a}{3}$ qui doit être égale à la résistance du mur à plomb que nous désignerons par R, ce qui donnera l'équation $adx+\frac{dxx}{2}+\frac{2a^2d}{6}=\mathrm{R}$. Divisant les deux membres par d et les multipliant par 2 pour dégager xx, on aura $xx+2ax=\frac{2\mathrm{R}}{d}-\frac{2a^2}{3}$; ajoutant à chaque membre le carré de a pour pouvoir extraire la racine du premier, et indiquer celle du second, l'équation deviendra $x+a=\sqrt{\frac{2\mathrm{R}}{d}-\frac{2a^2}{3}+aa}$.

Si l'on nomme e, l'épaisseur trouvée par la formule précédente pour un mur à plomb, sa résistance sera $e{\cdot}d \times \frac{e}{2}=\frac{eed}{2}=\mathrm{R}$, et $2\,\mathrm{R}=eed$; enfin $\frac{2\mathrm{R}}{d}$ sera $=ee$, qui étant mis dans la formule précédente à la place de $\frac{2\mathrm{R}}{d}$, donnera $x+a=\sqrt{ee-\frac{2a^2}{3}+aa}$, et enfin $x=\sqrt{ee-\frac{2a^2}{3}+aa}-a$.

L'épaisseur désignée par e, ayant été trouvée $= 3{,}51$, son carré sera 12,3201; et supposant la base du talus égale au sixième de la hauteur $=\frac{16,5}{6}=2{,}75$, son carré sera 7,5625. Substituant ces valeurs dans la formule précédente, on aura $x=\sqrt{12{,}32-\frac{7{,}5625 \times 2}{3}+7{,}5625}-2{,}75$, qui donne après avoir fait les calculs indiqués, $x = 1, \frac{1}{10}$, c'est-à-dire qu'en donnant à ce profil un sixième de talus et un pied $\frac{1}{10}$ ou 1 pouce 2 lignes $\frac{2}{5}$ d'épaisseur par le haut, sa

superficie serait de 40 pieds [illegible] et sa résistance égale à celle d'un profil rectangulaire, ou d'un mur à plomb, dont l'épaisseur uniforme serait de 3 pieds [illegible] produisant une superficie de 57 pieds [illegible] presque donble de celle d'un mur en talus. Ce calcul, qui est justifié par la théorie et l'expérience, prouve l'avantage des murs en talus sur les murs à plomb, tant pour la solidité que pour l'économie, lorsqu'il s'agit de mur de revêtement on de terrasse.

101. Comme on peut donner différentes formes aux profils des murs qui soutiennent les terres, nous allons comparer la résistance à superficie égale de celles qui sont le plus usitées.

Ponr trouver l'épaisseur au sommet d'un mur en talus, dont la superficie du profil soit égale à celle d'un mur droit, tel que celui dont il a été question au numéro (98) ayant 16 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur sur 3 pieds [illegible] de largeur et produisant, comme nons l'avons déjà dit, une superficie de 57 pieds [illegible], il faudra, après avoir fixé le talus, sonstraire la superficie du triangle (qu'il forme dans le profil) de la superficie donnée, et diviser le reste par la hauteur. Ainsi pour un sixième de talus, la snperficie du triangle étant, dans ce cas, de 22 pieds [illegible], si on la retranche de la superficie donnée 57 pieds [illegible], le surplus 35 [illegible] étant divisé par la hanteur 16 $\frac{1}{2}$, donnera pour l'épaisseur FH au sommet, fig. 5, 2 pieds [illegible] ou 2 pieds 1 pouce 5 lignes, au lieu de 1 pied 1 pouce 5 lignes que donne le profil, figure 6. Cette augmentation d'épaisseur produit une plus grande résistance, dont l'expression est égale an produit de la superficie du rectangle FHDI, figure 5, multiplié par le bras de levier kL, plus la superficie du triangle HIk multiplié par $\frac{2IK}{3}$, c'est-à-

dire $35 \frac{81}{400} \times 3 \frac{327}{400}$, qui donne $134 \frac{1}{5}$, plus $22 \frac{11}{16} \times \frac{2\frac{1}{4} \times 2}{3}$, qui donne $41 \frac{10}{33}$, et en tout $176 \frac{1}{11}$ La résistance du mur à plomb de même superficie représenté par la figure 4, est égale au produit du rectangle FDHK, par la moitié de DK, c'est-à-dire $57 \frac{183}{500} \times \frac{3, \frac{81}{100}}{2}$, qui donne $101 \frac{64}{100}$. Ainsi, à superficie égale, la résistance d'un mur dont le talus est $\frac{1}{6}$ de la hauteur, est plus d'une fois trois quarts, celle du mur à plomb, c'est-à dire qu'elle est à ce dernier à peu près comme 7 est à 4, sans avoir égard à la diminution de poussée qui résulte de la tranche de terre *m n* DV à supprimer, qui a plus d'épaisseur dans la fig. 5 que dans la figure 4.

102. La fig. 7 indique un profil de mur avec une espèce de talus du côté des terres et d'aplomb à l'extérieur. Le talus est formé par des assises posées en retraite les unes au-dessus des autres, ce qui produit un plus grand effet pour la résistance, parce que la terre trouve des points d'appui dans ces retraites, qui diminuent son action contre ce mur. Malgré cette disposition avantageuse, il est facile d'apercevoir, sans calcul, que la résistance de ce profil ne doit pas être aussi grande que lorsque le talus est à l'extérieur, parce que c'est la moindre superficie, c'est-à-dire le triangle FDI qui a le plus grand bras de levier KL, et le rectangle FIHK qui a le plus petit KM. Le talus et la hauteur étant les mêmes que dans l'exemple précédent, le produit de la superficie du triangle par son bras de levier, sera $22 \frac{11}{16} \times 3 \frac{1}{20}$, qui donne pour la résistance. 69, 2
Celui de la superficie dn rectangle par le sien sera $35 \frac{22}{400} \times 1, \frac{22}{400}$ qui donne pour sa résistance 37, 6

106, 8

au lieu de 101, 64 que donne le profil rectangulaire, figure 4, et de 176 $\frac{1}{11}$, que donne le profil 5 où le talus est en dehors.

103. Le profil représenté par la fig. 8, a un double talus l'un du côté des terres du sixième de la hauteur formé en dedans, et l'autre d'un douzième placé en dehors, en sorte que sa résistance se compose, 1°. du triangle intérieur FID multiplié par son bras de levier LK, c'est-à-dire 22,69×3,73=. 84,63
2°. du rectangle FIHN, du milieu par son bras de levier MK ou 23,72 × 0,72 qui donne. . . . 17,08
et enfin du triangle extérieur HNK multiplié par son bras de levier NK ou 11,35×0,916=. 10,39

en tout 112,10.

104. Le profil représenté par la fig. 9, formant à l'extérieur un talus d'un douzième de sa hauteur, et à l'intérieur un sur-plomb par encorbellement de même saillie, a une résistance égale au produit de sa superficie FDHK par son bras de levier LK, lequel est égal à la moitié de l'épaisseur du mur, plus à la moitié du talus, c'est-à-dire 57, 75×2, 47, qui donne 142, 64; lorsque le talus est d'un sixième, la résistance est 57, 75×3, 125= 180, 46; ainsi les résistances des profils, figures 4, 5, 6, 7, 8, 9, seront 101, 64; 106, 14; 112, 10; 142, 64; 176, 09 et 180, 46.

105. On voit par ce rapprochement, que les murs les moins propres à soutenir la poussée des terres, sont ceux dont les faces sont à plomb et dont le profil est un parallélogramme rectangle; et que les murs qui ont pour profil un trapèze, résistent avec plus de force, surtout ceux dont

la face extérieure est en talus, et la face intérieure à plomb, comme dans la figure 5.

106. Ceux dont le profil est un parallélogramme oblique, fig. 9, opposent encore une plus grande résistance; mais il ne faut pas que la verticale abaissée du centre de gravité sorte de la base, et même qu'elle passe les trois-quarts. Lorsqu'on a en vue la solidité, il faut préférer le profil, figure 5, avec un talus à l'extérieur et d'à plomb du côté des terres : quant à l'appareil et à la manière de construire ces murs, nous renvoyons à ce qui a été dit à l'article V, de la première section du troisième livre, pages 41—42.

Des contre-forts.

107. Il a déjà été question au même article, que nous venons de citer, pages 43—44, de ces espèces de renforts qu'on ajoute aux murs de terrasse, relativement à leur construction. Nous allons les considérer ici, en raison de la plus grande résistance qu'ils procurent aux murs auxquels on les adapte.

Nous avons déjà remarqué à l'occasion des profils, figures 5, 6, 7 et 8, susceptibles de se diviser en plusieurs parties, que leur résistance était plus considérable, lorsque les plus grandes masses répondaient aux plus grands bras de levier; c'est-à-dire, en raison de ce que la verticale abaissée de leur centre de gravité, était plus éloignée du point d'appui autour duquel l'effort de la pousée tend à les faire tourner : il en est de même des murs avec des contre-forts; ils résistent davantage lorsque ces contre-forts sont appliqués à la face extérieure, que lorsqu'ils sont placés à l'intérieur du côté

des terres; parce que, dans le premier cas, c'est le mur qui est toujours la plus grande masse, qui répond au plus grand bras de levier; d'où l'on peut conclure que le degré de stabilité des murs dépend souvent de leur forme et de la disposition des parties qui les composent.

108. Soit BDEF, fig. 10, le profil d'un mur de terrasse de 16 pieds [illegible] de haut et 2 pieds [illegible] d'épaisseur, auquel on veut ajouter des contre-forts de 2 pieds [illegible] de large sur même hauteur que le mur, afin de suppléer à son épaisseur qui devrait être de 3 pieds [illegible], d'après les calculs précédens N° (98) pour pouvoir résister à l'effort de la poussée des terres. Nous allons d'abord supposer que les contre-forts doivent être placés à l'intérieur, comme on le pratique pour les murs de revêtement des fortifications, et que l'intervalle entre les contre-forts est égal à la moitié de la hauteur du mur.

109. Il est évident que pour avoir la résistance d'un pareil mur avec ses contre-forts, il faut opérer sur une partie comprise du milieu d'un contre-fort à l'autre, ou, ce qui revient au même, sur une des parties intermédiaires et un contre-fort, en y comprenant la partie du mur à laquelle il répond, telles que ESGH et ADBCES, figure 11. Cela posé, on désignera la hauteur EF, figure 10, commune au mur et au contre-fort par . . . . d,

la longueur de la partie de mur, entre les contre-forts, étant égale à la moitié de la hauteur, sera indiquée par. $\frac{d}{2}$

l'épaisseur du mur ainsi que la largeur des contre-forts, que nous supposerons être égales, par . . . e,

la longueur ou saillie des contre-forts qu'il s'agit de trouver, par . . . . x,
le bras de levier de la partie de mur, par rapport au point d'appui K, exprimé dans le profil, par IK, sera. . . . . $\frac{e}{2}$,
le bras de levier KL, du contre-fort, joint à la partie de mur à laquelle il répond, sera. . . . . . $\frac{x+e}{2}$.

D'après ces données, le cube de la partie de mur entre les contre-forts, sera $d \times \frac{d}{2} \times e = \frac{d^2e}{2}$; son bras de levier étant $\frac{e}{2}$, sa résistance sera $\frac{d^2e}{2} \times \frac{e}{2} = \frac{d^2e^2}{4}$; le cube du contre-fort, joint à la partie à laquelle il tient, sera $e+x \times d \times e$, qui donne $d\,e^2 + d\,e\,x$, son bras de levier étant $\frac{e+x}{2}$, sa résistance sera exprimée par $\frac{de^3 + 2de^2x + dexx}{2}$, et nommant R l'effort que le mur et le contre-fort doivent soutenir, on aura l'équation
$\frac{d^2ex}{2} + \frac{d^2e^2}{4} + \frac{de^3 + 2ed^2x + dexx}{2} = R$, qui devient, en l'ordonnant par rapport aux quantités multipliées par x, et faisant passer les autres dans le second membre,
$\frac{dex^2 + 2de^2x}{2} = R - \frac{de^3}{2} - \frac{d^2e^2}{4}$.

Multipliant les deux membres par 2, et les divisant par de pour dégager xx, on aura $xx + 2ex = \frac{2R}{de} - e^2 - \frac{de}{2}$; ajoutant à chaque membre le carré de e, pour qu'on puisse extraire la racine du premier, on aura
$x^2 + 2ex + ee = \frac{2R}{de} - \frac{de}{2}$, dont extrayant la racine, il vient $x + e = \sqrt{\frac{2R}{de} - \frac{de}{2}}$, et enfin $x = \sqrt{\frac{2R}{de} - \frac{de}{2}} - e$.

Puisque ce mur avec ses contre-forts doit soutenir un effort égal à celui du mur à plomb, dont nous avons trouvé

l'épaisseur, N° (98) de 3 pieds $\frac{51}{100}$, c'est la résistance de ce mur qui doit être la valeur de R. Pour la trouver, il faut faire le calcul ponr une longueur égale à la partie du mur, comprise entre les contre-forts, c'est-à-dire à 8 pieds $\frac{1}{4}$, plus 2 pieds $\frac{1}{2}$, qui font 10 pieds $\frac{3}{4}$ ou 10,75, ce qui donne pour le cube $10{,}75 \times 16{,}5 \times 3{,}51 = 622{,}59$ et pour sa résistance $622{,}59 \times 1{,}755 = 1092{,}64 = R$; substituant cette valeur, et les autres connues dans la dernière équation, on aura $x = \sqrt{\frac{2185{,}28}{41{,}25} - \frac{41{,}25}{2}} - 2{,}5$ qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 3{,}188$.

Ainsi la longueur des contre-forts placés à l'intérieur, doit être de 3 pieds $\frac{188}{1000}$ ou 3 pieds 2 pouces 3 lignes pour que ce mur avec ses contre-forts, soit en équilibre avec la poussée des terres.

Application pour servir de preuve.

110. Le cube de la partie de mur entre les contre-forts, doit être exprimé par $16{,}5 \times 8{,}25 \times 2{,}5$, qui donne 340,312, le bras de levier par rapport au point d'appui K étant 1,25 sa résistance sera $340{,}312 \times 1{,}25$ qui donne. 425,390

Le cube des contre-forts, en y comprenant la partie de mur à laquelle il répond, sera $3{,}188 + 2{,}5 \times 2{,}5 \times 16{,}5$, qui donne 234,63, et le bras du levier étant égal à $\frac{3{,}188 + 25{,}}{2} = 2{,}844$, l'expression de sa résistance sera $234{,}65 \times 2{,}844$, qui donne. 667,287

en tout 1092,677,

au lieu de 1092,64, que nous avons ci-devant trouvé pour la valeur de R ou résistance d'un mur à plomb de même longueur. Cette légère différence $\frac{3}{100}$ de pied, vient de ce que la valeur de x devrait être un peu plus petite que 3,188; mais comme elle approche plus de 3,188, que de 3,187, nous avons adopté la première, qui ne diffère pas d'un millième.

111. Si les contre-forts doivent être placés en dehors, comme aux fig. 12 et 13, le bras de levier de la partie de mur entre les contre-forts, désigné par I K, fig. 12, sera égal à x, plus la moitié de l'épaisseur du mur, c'est-à-dire $x + \frac{e}{2}$; ainsi son cube étant, comme dans l'exemple précédent, exprimé par $\frac{d^2e}{2^2}$, sa résistance sera $\frac{d^2ex}{2} + \frac{d^2e^2}{4}$.

Le cube du contre-fort joint à la partie de mur à laquelle il tient, sera comme ci-devant, $= de^2 + dex$, et sa résistance $\frac{de^3 + 2de^2x + dexx}{2}$. Ces deux résistances réunies donneront l'équation

$\frac{d^2ex}{2} + \frac{d^2e^2}{4} + \frac{de^3 + 2de^2x + dexx}{2} = R$: ordonnant les termes multipliés par x, et faisant passer les autres dans le second membre, l'équation devient

$\frac{dexx + d^2ex + 2de^2x}{2} = R - \frac{de^3}{2} - \frac{d^2e^2}{4}$; multipliant par 2 et divisant par de, il vient $xx + dx + 2ex = \frac{2R}{de} - e^2 - \frac{de}{2}$, et faisant la quantité $d + 2e$ qui multiplie $x = 2n$, on aura $xx + 2nx = \frac{2R}{de} - e^2 - \frac{de}{2}$. Ajoutant à chaque membre nn, afin de pouvoir extraire la racine du premier, on aura $xx + 2nx + nn = \frac{2R}{de} - e^2 - \frac{de}{2} + nn$, dont extrayant la racine il vient $x + n = \sqrt{\frac{2R}{de} - e^2 - \frac{de}{2} + nn}$;

et enfin $x = \sqrt{\frac{2R}{de} - e^2 - \frac{de}{2} + nn} - n$, substituant les valeurs dans cette dernière équation, elle donne

$$x = \sqrt{\frac{2185,28}{16,5 \times 2,5} - 2,5 \times 2,5 - \frac{16,5 \times 2,5}{2} + 10,75 \times 10,75} - 10,75,$$

qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 1,53$, pour la longueur des contre-forts, ou 1 pied 1 pouce 10 lignes au lieu de 3 pieds 2 pouces 3 lignes, que nous avons trouvé pour les contre-forts placés en dedans, ce qui prouve combien il est plus avantageux de placer les contre-forts à l'extérieur qu'à l'intérieur, puisque ces derniers exigent près de trois fois autant de longueur que les premiers.

Application pour servir de preuve.

112. Le cube de la partie de mur comprise entre les contre-forts, sera, comme dans l'exemple précédent, de 340,312; mais son bras de levier étant de $1,53 + \frac{2,5}{2} = 2,403$, sa résistance sera $340,312 \times 2,403$, qui donne 817,769
le cube du contre-fort sera
$2,5 + 1,53 = 3,653 \times 2,5 \times 16,5$, qui donne
150,686; son bras de levier étant $\frac{3,653}{2}$, sa résistance sera $150,686 \times \frac{3,653}{2}$, qui donne. 275,152

en tout 1092,921

qui diffère de la précédente à cause des restes négligés qui portent ce dernier résultat plus fort d'environ 4 pouces.

Pour achever le parallèle, nous allons chercher quelle devrait être la base du talus qui pourrait suppléer à ces contre-forts. Les murs en talus ayant partout un même profil comme les murs à plomb il suffit d'opérer sur la superficie de leur profil, auquel on suppose un pied

d'épaisseur. Ainsi, le mur à plomb qui sert de point de comparaison ayant 16,5 de haut sur 3,51 de largeur, et un pied d'épaisseur, produit un cube de 57,915, lequel étant multiplié par son bras de levier $\frac{3,51}{2}$ donnera 101,64 pour l'expression de sa résistance, que nous indiquerons par R. Exprimant, comme ci-devant, la hauteur du mur par d, son épaisseur au sommet fixée à 2 pieds $\frac{1}{2}$, par e, on aura la superficie du rectangle connu FHDI, fig. 14, $= de$; son bras de levier étant $x + \frac{e}{2}$, sa résistance sera exprimée par $dex + \frac{de^2}{2}$.

La superficie du triangle qui doit former le talus sera $\frac{dx}{2}$ et son bras de levier $\frac{2x}{3}$, ce qui donnera pour sa résistance $\frac{2dxx}{6}$. Ces deux expressions réunies donneront l'équation $\frac{2dxx}{6} + dex + \frac{d^2e^2x}{2} = \text{R}$, qui se réduit, en faisant $d\,e = 2\,n$, et opérant comme pour les exemples précédens, à $x = \sqrt{\frac{3\text{R}}{d} + n\,n} - n$; dans cette dernière équation $n = \frac{6e + 3e^2}{4} = \frac{6 \times 2,5 + 3 \times 2,5}{4} = 8,44$, et $nn = 71,23$; $\frac{3\text{R}}{d} = \frac{3 \times 101,64}{16,5} = 18,48$. Substituant ces valeurs dans la dernière équation, on a $x = \sqrt{89,71} - 8,44$ et $x = 9,48 - 8,44$, et enfin $x = 1,04$; c'est-à-dire un pied 5 lignes $\frac{1}{2}$ environ pour la base du talus, ce qui fait un peu plus du seizième de la hauteur du mur.

Comparaison des quatre manières précédentes de former un mur de terrasse de même hauteur et de même résistance.

113. Dans les calculs relatifs au N°. (109), nous avons pris pour longueur commune 10 pieds $\frac{3}{4}$, qui est celle donnée par un contre-fort et une partie de mur intermédiaire. Supposant cette même longueur pour les murs à plomb et en talus, il en résulte :

Pour le mur à plomb.

1°. Dans le premier exemple détaillé au N°. (98), nous avons trouvé que pour soutenir 16 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur de terre, un mur à plomb devait avoir 3 pieds [illegible] d'épaisseur, ce qui donne pour 10 pieds $\frac{3}{4}$ de longueur un cube de 622,58.

Nous avons trouvé (109), que pour un mur de 2 pieds $\frac{1}{2}$ d'épaisseur, il faudrait ajouter à l'intérieur des contre-forts de même largeur sur 3 pieds [illegible] de longueur pour avoir une résistance égale au mur précédent. Nous avons trouvé de plus, que la partie de mur comprise entre les contre-forts, produisait un cube de 340 pieds [illegible], et chaque contre-fort, un de 234 pieds [illegible], d'où il résulte pour 10 pieds $\frac{3}{4}$ de longueur un cube total de. . . . . . . 574,942.

Au N°. (111), nous avons trouvé qu'en plaçant les contre-forts en dehors, il suffisait de leur donner 1 pied [illegible] de longueur, pour procurer au mur de 2 pieds $\frac{1}{2}$ d'épaisseur, une résistance égale à celle du mur d'aplomb, et

qui donne pour le cube de chaque contre-fort 150 pieds $\frac{506}{1000}$, les parties de mur entre les contre-forts ayant toujours les mêmes dimensions produisent le même cube de 340 pieds $\frac{492}{1000}$, ce qui donne pour chaque travée de 10 pieds $\frac{3}{4}$ de longueur un cube de.. . . . . 490,998.

Le mur avec un simple talus produit pour la superficie de la partie rectangulaire du profil de 16,5 sur. . . . . 2,5 = 41,25
pour celle du triangle formant talus. . 8,58

en tout. . . . 49,83.

Cette superficie du profil étant multipliée par 10 $\frac{3}{4}$, donne un cube de. . . . . 535,672.

114. Il résulte de ces calculs que les cubes de ces trois espèces de murs à longueur et hauteur égales, sont entre eux comme 622 $\frac{1}{2}$, 575, 491 et 535 $\frac{2}{3}$; en sorte que si les dépenses étaient en même raison que les cubes, ce serait le mur à plomb qui coûterait le plus, et celui avec des contre-forts en dehors qui coûterait le moins; mais comme dans les ouvrages de ce genre, ce n'est pas toujours la plus grande quantité de matière qui produit la plus forte dépense, il en résulte que la plus grande superficie de paremens et les angles rentrans et saillans que forment les contre-forts, augmentent beaucoup leur valeur : on peut dire qu'à volume égal ce sont les murs à contre-forts qui sont les plus coûteux et qui exigent le plus de soin pour bien lier les contre-forts avec le mur auxquels ils sont adaptés.

De plus, il faut observer que pour établir les contre-forts d'une manière solide, il faut qu'ils soient posés sur un massif en fondation qui ait une largeur continue capable

de les recevoir, afin d'éviter le tassement inégal tant du sol que des constrnctions; ce sont, comme nous l'avons déjà dit, les effets les plus dangereux qu'il faut éviter. C'est presque toujours au peu de soin que l'on prend à la construction de ces murs et de leurs fondemens, qu'il faut attribuer la cause de la ruine de la plupart des murs de revêtement, plutôt qu'au défaut d'épaisseur; pour peu que le point d'appui qui reçoit le plus grand effort, éprouve un tassement plus considérable, il entraîne le mur et le fait pencher à l'extérieur, malgré les contre-forts. Dans les murs construits d'aplomb, cet effet est d'autant plus sensible que leur hauteur est plus grande par rapport à leur base, en sorte qu'un pouce de tassement inégal peut quelquefois produire un sur-plomb de plus d'un pied.

115. Les murs en talus ont le double avantage d'être moins coûteux et d'obvier à l'effet du tassement, en éloignant le centre de gravité du point d'appui de manière que le plus grand tassement inégal ne peut que diminuer le talus sans causer de sur-plomb. Cette considération doit faire préférer les murs en talus aux murs d'aplomb avec contre-forts, tant pour la solidité que pour l'économie et la facilité de l'exécution.

De la forme des contre-forts.

116. On donne aux contre-forts différentes formes qui les rendent plus ou moins propres à soutenir les murs auxquels ils sont appliqués. Ceux dont la base est rectangulaire, représentés par les figures 11 et 13, sont les plus usités et presque toujours les plus convenables.

117. Les contre-forts dont la forme de la base est un trapèze, fig. 17 et 19, qui sont plus larges à la racine qu'à la queue, à la manière de M. de Vauban, étant appliqués à l'intérieur, forment une construction plus solide; mais on trouve, d'après les principes de mécanique et le calcul, qu'ils doivent opposer moins de résistance que ceux à base rectangulaire, parce que dans cette situation leur centre de gravité est plus près du point d'appui; mais c'est dans la supposition que ces contre-forts avec leur revêtement ne sont que posés sur leur fondement sans y être adhérens, tandis que, dans les constructions bien faites, ils ne doivent faire ensemble qu'un seul corps, et ne peuvent se désunir que par une rupture pour que le renversement ait lieu.

118. M. Bélidor propose de disposer la base des contre-forts en sens contraire, comme ils sont indiqués dans la figure 16, en sorte que leur épaisseur à la racine est moindre qu'à la queue. Mais cette disposition qui éloigne le centre de gravité du point d'appui, rend les contre-forts plus susceptibles de se détacher du mur par le moindre tassement ou mouvement irrégulier à cause de leurs parties en queue d'aronde engagées dans les terres, qui leur empêche de suivre l'effet du mur quand il prend son assiette.

119. La fig. 18 indique un moyen employé par les anciens Romains pour fortifier les murs de terrasse ou de revêtement à l'extérieur, et pratiquer des évidemens à l'intérieur, ainsi qu'on le voit à plusieurs murs de substructions antiques et au mur du Pecile de la ville Adrienne, dont il a été question à la page 18 et au Panthéon de Rome. Ce moyen a l'avantage de réunir la plus grande

solidité et la plus forte résistance, à volume égal, et de présenter à l'extérieur une forme plus agréable que les contre-forts ordinaires. Cette disposition est préférable aux arcades proposées par quelques ingénieurs pour relier les contre-forts, parce que toutes les parties sont également fortifiées en plan et en élévation, et qu'il ne se trouve pas d'angles rentrans. Au reste, ces moyens de contre-forts, d'arcades, de voûtes ou de niches étant toujours plus dispendieux qu'un mur simple, on ne doit en faire usage que lorsqu'on y est obligé par quelque circonstance ou motif particulier.

120. Quant au moyen proposé par Vitruve et que nous avons représenté par la figure 3 de la planche LXVIII, il n'y a pas besoin de calcul pour prouver qu'il est bien au-dessus des plus grands efforts que peuvent produire les terres dans les cas les plus désavantageux. Les augmentations de poids et de volume que peuvent éprouver les terres lorsqu'elles sont pénétrées d'eau, ne sont jamais assez considérables pour exiger ces moyens extraordinaires. Il résulte même des observations et des expériences faites à ce sujet, que les terres humectées ou pénétrées d'eau coulent moins que celles qui sont sèches, en sorte que la partie poussante diminue en plus grande raison que le poids n'augmente.

Quant au gonflement que l'humidité ou l'eau peuvent produire, comme il se fait en tout sens et que son effet est limité, il n'est jamais assez considérable pour causer un déversement dangereux.

Il n'en est pas de cet effet, comme de ceux que l'on cite d'une corde ou d'un coin de bois mouillés, dont le premier est capable de faire remonter un très-grand

fardeau qui serait suspendu à la corde, et l'autre de faire fendre un bloc de marbre ou de granite.

Les terres étant compressibles, le gonflement se porte plutôt en dessus, où il n'éprouve aucun obstacle, que latéralement.

D'ailleurs son action n'étant pas continue comme celle de la poussée, quand elle a acquis le degré dont ce gonflement est susceptible, il n'agit plus, et son plus grand effet n'est jamais, comme nous l'avons déjà dit, capable de produire un déversement sensible.

L'effet le plus dangereux est celui qui résulte des eaux qui pénètrent les murs et dégradent leurs joints, quand on n'a pas la précaution de faciliter une issue à ces eaux. Ces filtrations en détruisant le mortier qui unit les pierres et qui fait que les murs ne forment qu'un corps solide, peuvent diminuer leur résistance au point de causer leur ruine, indépendamment de la poussée des terres, dont l'action continue ne trouve plus une force suffisante pour la soutenir.

L'humidité et les eaux qui n'ont pas d'issue sont même dans le cas de décomposer, à la longue, certaines espèces de pierres qui peuvent avoir été employées à la construction de ces murs.

Le moyen d'obvier à ces inconvéniens, est de pratiquer à des distances convenables des ouvertures étroites, appelées barbacanes, évents ou chantepleures, pour donner issue aux eaux qui pénètrent les terres, ou les conduire à l'extérieur par quelque autre moyen.

Lorsqu'on fait usage de barbacanes, il faut qu'elles descendent jusqu'au bas du revêtement, et que le remplissage derrière soit plutôt en gravois ou pierrailles qu'en terres.

J'ai eu occasion de faire rétablir de cette manière, un mur de terrasse qui était tombé plusieurs fois par l'effet des eaux qui le dégradaient; l'épaisseur de ce mur qui soutient 22 pieds de hauteur de terre, est de 4 pieds par le bas avec un talus d'un douzième, qui réduit son épaisseur par le haut à 26 pouces. Ce mur construit depuis trente ans est dans le meilleur état possible.

Il nous reste à examiner l'effet que peut produire sur les murs de revêtement, l'ébranlement causé par des décharges de pièce d'artillerie posées au-dessus ou derrière, ou par quelqu'autre commotion violente. Il est certain que cet effet capable d'ébranler des masses considérables, serait beaucoup au-dessus de celui qu'il faudrait pour renverser les remparts les plus solides, s'il ne se faisait pas sentir en même temps aux parties qui poussent, et à celles qui résistent, de manière à produire une réaction qui modifie cet effet; mais il faut que le revêtement soit assez solide pour conserver pendant le mouvement une certaine supériorité sur l'effort de la poussée, d'autant plus que ce dernier augmente par cet effet, en bien plus forte raison que la résistance.

M. le maréchal de Vauban, qui avait fait travailler à trois cents places fortifiées, et qui en a fait construire trente-trois nouvelles, ayant trouvé (1) « que les anciens ingé-
» nieurs n'étaient pas d'accord sur les dimensions qu'il
» fallait donner aux revêtemens de maçonnerie, les uns les
» faisant d'une épaisseur extraordinaire, et les autres leur
» donnant à peine celle qu'il fallait pour soutenir le poids
» des terres, a établi un profil général accommodé à toutes

(1) Science des Ingénieurs, livre 1er. page 67.

» sortes de hauteurs de rempart avec parapets, depuis 10 » pieds jusqu'à 80. »

Dans ce profil représenté par la fig. 18, qui paraît être le résultat de l'expérience et des observations qu'il avait eu occasion de faire dans les immenses travaux de ce genre qu'il avait fait réparer ou exécuter, on voit que l'épaisseur du revêtement au sommet, est la même, quelle que soit sa hauteur. Il paraît que M. Vauban a pensé que ces murs devaient avoir une certaine solidité, indépendamment de celle qu'il faut pour résister à la poussée des terres; c'est pourquoi il fixe cette épaisseur à 5 pieds, quelle que soit la hauteur du revêtement, avec $\frac{1}{5}$ de talus : il y ajoute des contre-forts espacés de 18 pieds de milieu en milieu, plus épais à la racine qu'à la queue, figure 19. Les dimensions de ces contre-forts sont proportionnées à la hauteur du revêtement; ainsi pour 10 pieds, il leur donne 4 pieds de longueur, et 18 pieds pour 80 pieds, en sorte que cette longueur augmente de 2 pieds pour chaque dixaine de pieds de hauteur. Quant à leur épaisseur, il leur donne un tiers de plus à la racine qu'à la queue. Ainsi pour 10 pieds, il donne aux contre-forts 3 pieds d'épaisseur à la racine et 2 pieds à la queue. L'épaisseur à la racine augmente d'un pied pour chaque dixaine de pieds de hauteur, en sorte que pour 80 pieds de hauteur, cette épaisseur est de 10 pieds à la racine et 6 pieds 8 pouces à la queue.

M. Bélidor, qui donne une explication de ce profil, a trouvé, en y appliquant sa méthode, que sa résistance était d'autant moindre que sa hauteur était plus grande; ainsi, selon lui, la hauteur des profils étant

10, 20, 30, 40, 50, 60,
les efforts de la poussée sont 15, 41, 75, 117, 170, 233,
et les résistances du profil 28, 51, 82, 124, 176, 237;

d'où il résulterait que pour 10 pieds de hauteur, la résistance du profil serait presque double de la poussée, tandis que pour 60 pieds elle serait presque en équilibre avec la poussée, ce qui serait insuffisant.

Il n'ose cependant pas regarder ce profil comme assez défectueux pour qu'on ne puisse pas s'en servir, parce que l'expérience prouve le contraire; il voudrait seulement qu'on donnât moins de 5 pieds d'épaisseur au sommet des petits revêtemens, et davantage à ceux qui sont plus élevés, c'est-à-dire, pour ceux au-dessus de 25 pieds.

La table suivante offre un parallèle du profil de M. de Vauban avec la méthode de M. Bélidor, tiré d'une table qui se trouve au troisième livre de la *Science des Ingénieurs*, page 78.

Cette table est divisée en onze colonnes; la première comprend les hauteurs des revêtemens ou plutôt des terres à soutenir. La seconde et la troisième comprennent les épaisseurs au sommet et à la base des revêtemens, selon M. de Vauban.

La quatrième et la cinquième, contiennent les mêmes épaisseurs, d'après la méthode de M. Bélidor.

Les trois colonnes suivantes indiquent les dimensions des contre-forts, qui sont les mêmes pour le profil de M. de Vauban et la méthode de M. Bélidor.

La neuvième colonne contient les efforts de la poussée exprimés en pieds et centièmes de pied, calculés d'après notre méthode.

Dans la dixième colonne on trouve la résistance des profils de M. de Vauban, et dans la onzième celle des profils de M. Bélidor.

I.

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de revêtement ou de rempart et à leurs contre-forts, en les supposant espacés de 18 pieds de milieu en milieu, avec leur résistance comparée à l'effort de la poussée qu'ils ont à soutenir.

Hauteur des murs	Pour $\frac{1}{5}$ de talus épaisseur des murs, selon M. de Vauban.		Pour $\frac{1}{5}$ de talus, épaisseur des murs selon M. Bélidor.		Dimensions des contre-forts pour les deux manières.			Efforts de la poussée des terres en pieds et 100e. de pied.	Résistance du profil de M. de Vauban, en pieds et 100e. de pied.	Résistance du profil de M. Bélidor, en pieds et 100e. de pied.
	Au sommet.	A la base.	Au sommet.	A la base.	Longueur.	Épais à la racine.	Épais à la queue.			
	pieds.	p. po.	p. p. l.	p. po. lig.	p. po.	p. po.	p. po.			
10	5	7.0	3. 5.4	5. 5.4	4.0	3.0	2.0	76.15	287.59	182.19
15	5	8.0	4. 1.4	7. 1.4	5.0	3.6	2.4	180.62	582 01	472.95
20	5	9.0	4. 8.8	8. 8.8	6.0	4.0	2.8	352.72	1018.88	953.20
25	5	10.0	5. 2.0	10. 2 0	7.0	4.6	3.0	618.85	1629 50	1677.55
30	5	11.0	5. 5.9	11. 5.9	8.0	5.0	3.4	969.47	2453.55	2632.16
35	5	12.0	5. 8.3	12. 8.3	9.0	5.6	3.8	1445.00	3543.42	3893.10
40	5	13.0	5.10.7	13.10.7	10.0	6.0	4.0	2054.10	4916.33	5418.45
45	5	14.0	6. 0.6	15. 0.6	11.0	6.6	4.4	2819.61	6593.00	7489.00
50	5	15.0	6. 1.8	16. 1.8	12.0	7.0	4.8	3751.62	8797.21	9905.29
55	5	16.0	6. 2.9	17. 2.9	13.0	7.6	5.0	4876.37	11061.60	12489.30
60	5	17.0	6. 3.4	18. 3.4	14.0	8.0	5.4	6193.78	14551.48	16301.30
65	5	18.0	6. 4.6	19. 4.6	15.0	8.6	5.8	7739.09	18446.72	20550.00
70	5	19.0	6. 5.7	20. 5.7	16.0	9 0	6.0	9576.01	22699.51	25404.40
75	5	20.0	6. 6.6	21. 6.6	17.0	9.6	6.4	11560.00	27851.50	31116.57
80	5	21.0	6. 7.4	22. 7.4	18.0	10.0	6.8	13862.00	33826.60	37711.25

Comme la longueur du bras de levier de la poussée dépend de l'épaisseur par le bas, du mur qui la soutient, pour trouver la valeur de cet effort indiqué dans la neuvième colonne de cette table, nous avons fait usage de la formule $x=\sqrt{\frac{dd}{8}+\frac{3d}{16}\times\frac{3d}{16}}-\frac{3d}{16}$, dont la formation est expliquée n°. 98, page 143, et qui sert à trouver l'épaisseur d'un mur à plomb, pour que sa résistance soit égale à la poussée parce que ce moyen nous a paru le moins compliqué et le plus facile. Ces deux efforts égaux sont exprimés dans l'équation $\frac{pbf-pbc-pcx}{a}=\frac{dxx}{2}$, n°. 95, page 137, dont le premier membre indique l'expression de la poussée multipliée par son bras de levier, et le second $\frac{dxx}{2}$, la résistance qui lui fait équilibre : dans cette dernière expression d indique la hauteur du mur, ou plutôt celle des terres à soutenir.

Ainsi connaissant la valeur de x, par le moyen de la formule $x=\sqrt{\frac{dd}{8}+\frac{3d}{16}\times\frac{3d}{16}}-\frac{3d}{16}$, on aura la valeur de la poussée qui est égale à $\frac{dxx}{2}$, en multipliant le carré de cette valeur par la moitié de la hauteur des terres à soutenir : c'est-à-dire par $\frac{d}{2}$.

Lorsqu'il s'agit d'un mur de rempart, terminé par un revêtement, comme celui indiqué par les lettres *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, B figure 18, on trouve que l'effort de la poussée, est à très-peu de chose près, égal à la résistance d'un mur à plomb, dont la hauteur aurait 5 pieds de plus que celle comprise entre le dessus du cordon B, et le bras du revêtement marqué *k*. Ainsi pour avoir la poussée des terres contre un revêtement de 35 pieds de

haut, il faut chercher la résistance d'un mur à plomb de 40 pieds de haut; substituant cette hauteur à la place de d, on aura $x = \sqrt{\frac{40 \times 40}{8} + \frac{40 \times 3}{16} \times \frac{40 \times 3}{16}} - \frac{40 \times 3}{16}$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 8\frac{1}{2}$, et pour $\frac{dxx}{2}$, qui exprime un effort égal à la poussée $\frac{40 \times 8\frac{1}{2} \times 8\frac{1}{2}}{2} = 1445$, et ainsi des antres.

Pour trouver les résistances des profils, indiquées dans les denx dernières colonnes, on a considéré chaque profil comme une tranche d'un pied d'épaisseur, composée de deux parties, l'une triangulaire formant le talus, et l'antre rectangulaire, ayant pour largeur l'épaisseur du mur au sommet; on a multiplié le cube de chacune par leur bras de levier, ou distance de la direction de leur centre de gravité au point d'appui. Pour les contre-forts, comme ils sont éloignés de 18 pieds de milieu en milieu, après avoir multiplié le cube d'un contre-fort par son bras de levier, on a pris la dix-huitième partie de ce produit qu'on a ajoute aux deux autres.

Ainsi pour un revêtement de 40 pieds de hanteur, selon le profil de M. de Vauban, le talus étant de $\frac{1}{5}$, le cube du triangle qui le forme sera $\frac{40 \times 8 \times 1}{2} = 160$; son bras de levier étant égal aux $\frac{2}{3}$ de la base, sa résistance sera 160×5 pieds $\frac{1}{3}$, qui donne $853\frac{1}{3}$.

Le cube du rectangle formant le corps du mur, sera exprimé $40 \times 5 = 200$; son bras de levier étant égal à la base du talus, plus la moitié de la largeur du rectangle, sera 10 pieds $\frac{1}{2}$, et sa résistance $160 \times 10\frac{1}{2}$, qui donne 2100.

Les contre-forts ayant 10 pieds de long, sur 6 pieds d'épaisseur à la racine, et 4 pieds à la queue, la super-

ficie de leur base sera de 50 pieds, laquelle étant multipliée par 40 de hauteur, donne en cube 2000. Leur bras de levier étant de 17 pieds $\frac{2}{3}$, sa résistance sera 35333 $\frac{1}{3}$, laquelle étant divisée par 18, donne pour celle répondant à un pied 1963; ces trois résistances réunies donnent une résistance totale de 4916 [illegible] ou [illegible], comme elle est indiquée dans la table. Les autres ont été trouvées par une opération semblable.

Il faut remarquer que le profil de M. de Vauban donne pour une hauteur de 10 pieds une résistance presque quadruple de la poussée, tandis que pour 80 pieds, elle est moindre de 2 fois [illegible].

Le profil de M. Bélidor donne pour dix pieds de hauteur une résistance qui n'est pas deux fois et demi, tandis qu'elle est presque 2 fois trois quarts pour 80 pieds.

Ainsi il ne faut pas être surpris de ce qu'il existe des revêtemens dont les dimensions sont beaucoup au-dessous du profil de M. de Vauban, que M. Bélidor trouve trop faibles pour les revêtemens au-dessus de 30 pieds. Cela vient de ce que la manière dont il évalue la poussée des terres, donne des résultats beaucoup plus forts que l'expérience et la juste application des principes de mécanique.

Il faut observer que si les hypothèses sur lesquelles M. Bélidor fonde ses opérations étaient justes, une résistance d'un quart au-dessus de la poussée, ne serait pas suffisante pour donner aux revêtemens le degré de solidité qui leur convient. D'après toutes les recherches et les observations que j'ai faites à ce sujet, je pense que, pour mettre les revêtemens au-dessus de tous les efforts qu'ils peuvent avoir à soutenir, il faut que leur résistance soit double de la poussée. C'est la conviction que j'ai de la nécessité de

cette proportion, qui m'a déterminé à calculer les trois tables suivantes pour $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, et $\frac{1}{8}$ de talus. Chacune de ces tables est divisée en huit colonnes.

La première indique la hauteur des terres à soutenir.

La seconde, l'effort de la poussée qui résulte de ces hauteurs.

Les troisième et quatrième, l'épaisseur à donner au sommet et à la base du mur, en raison de son talus.

Les cinquième et sixième colonnes, comprennent les dimensions à donner aux contre-forts, que je suppose à base rectangulaire.

Dans la septième, j'ai donné pour chaque hauteur le cube de la maçonnerie, en distinguant les parties de mur, de talus et de contre-fort.

Enfin la huitième colonne présente la résistance de chacune de ces parties et la résistance totale.

Pour dresser ces tables, j'ai d'abord cherché à établir l'épaisseur nécessaire pour donner aux murs une solidité suffisante, indépendamment de la résistance qu'exige la poussée. D'après les renseignemens que je me suis procuré à sujet, j'ai cru pouvoir la fixer, pour 10 pieds de haut, à 3 pieds pour les murs dont le talus est le cinquième de la hauteur, à 3 pieds 6 pouces pour ceux dont le talus est d'un sixième, et à 4 pieds pour ceux dont le talus est un huitième; j'augmente cette épaisseur de 3 pouces pour chaque terme de la progression arithmétique, indiquant les hauteurs qui augmentent chacun de 5 pieds.

L'épaisseur de la base du mur, se déduit de celle au sommet, en y ajoutant le cinquième, le sixième ou le huitième de la hauteur pour le talus.

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de remparts en talus, avec parapets, et à leurs contre-forts éloignés les uns des autres de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.

Pour un cinquième de Talus.

Hauteur des terres à soutenir	Poussée.	Épaisseur des murs.		Contre-forts.		Cube.		Résistance.	
		Au sommet.	À la base.	Longueur.	Largeur.				
10	76. 1.9	3.0	5.0	3.8	2.6.1	Mur. . . . . 30. 0. 0 Talus. . . . 10. 0. 0 Contre-fort. 5. 0. 0	45. 0. 0	Mur. . . . . 105. 0. 0 Talus. . . . 13. 4. 0 Contre-fort. 34. 0. 0	152. 4. 0
15	180. 7.5	3.3	6.3	4.4	3.0.0	Mur. . . . . 48. 9. 0 Talus. . . . 22. 6. 0 Contre-fort. 14. 0. 0	85. 3. 0	Mur. . . . . 225. 5. 7 Talus. . . . 45. 6. 0 Contre-fort. 90. 9. 4	361. 2.11
20	352. 8.7	3.6	7.6	5.0	3.6.4	Mur. . . . . 70. 0. 0 Talus. . . . 40. 0. 0 Contre-fort. 19. 7. 2	129. 7. 2	Mur. . . . . 402. 6. 0 Talus. . . . 106. 8. 0 Contre-fort. 196. 3. 4	705. 5. 4
25	608.10.2	3.9	8.9	5.8	4.0.0	Mur. . . . . 93. 9. 0 Talus. . . . 62. 6. 0 Contre-fort. 31. 6. 0	187. 9. 0	Mur. . . . . 644. 6. 4 Talus. . . . 208. 4. 0 Contre-fort. 364. 10. 0	1217. 8. 4
30	969. 5.7	4.0	10.0	6.4	4.5.6	Mur. . . . . 120. 0. 0 Talus. . . . 90. 0. 0 Contre-fort. 47. 0. 8	257. 0. 8	Mur. . . . . 960. 0. 0 Talus. . . . 360. 0. 0 Contre-fort. 618.11. 3	1938.11. 3
35	1445. 0.0	4.3	11.3	7.0	4.9.6	Mur. . . . . 148. 9. 0 Talus. . . . 122. 6. 0 Contre-fort. 65. 2. 8	336. 5. 8	Mur. . . . . 1357. 4. 1 Talus. . . . 571. 8. 0 Contre-fort. 961. 2. 5	2890. 2. 6
40	2054. 5.4	4.6	12.6	7.8	5.0.9	Mur. . . . . 180. 0. 0 Talus. . . . 160. 0. 0 Contre-fort. 86. 3. 8	426. 3. 8	Mur. . . . . 1845. 0. 0 Talus. . . . 853. 4. 0 Contre-fort. 1410. 6. 9	4108.10. 9
45	2819. 7.3	4.9	13.9	8.4	5.4.0	Mur. . . . . 213. 0. 0 Talus. . . . 202. 6. 0 Contre-fort. 106. 8. 0	522. 2. 0	Mur. . . . . 2431. 4. 8 Talus. . . . 1215. 0. 0 Contre-fort. 1992.10. 0	5639. 2. 8
50	3751. 7.5	5.0	15.0	9.0	5.6.9	Mur. . . . . 250. 0. 0 Talus. . . . 250. 0. 0 Contre-fort. 139. 0. 8	639. 0. 8	Mur. . . . . 3125. 0. 0 Talus. . . . 1666. 8. 0 Contre-fort. 2711. 7. 0	7503. 3. 0
55	4876. 4.5	5.3	16.3	9.8	5.9.4	Mur. . . . . 288. 9. 0 Talus. . . . 302. 6. 0 Contre-fort. 169.10. 0	761. 1. 0	Mur. . . . . 3933. 2. 9 Talus. . . . 2218. 4. 0 Contre-fort. 3601. 2. 3	9752. 9. 0
60	6193. 9.4	5.6	17.6	10.4	5.11.4	Mur. . . . . 330. 0. 0 Talus. . . . 360. 0. 0 Contre-fort. 204. 9. 0	894. 9. 0	Mur. . . . . 4867. 6. 0 Talus. . . . 2880. 0. 0 Contre-fort. 4640. 0. 8	12387. 6. 8
65	7739. 1.0	5.9	18.9	11.0	6.1.3	Mur. . . . . 373. 9. 0 Talus. . . . 422. 6. 0 Contre-fort. 242. 5. 7	1038. 8. 7	Mur. . . . . 5933. 3. 0 Talus. . . . 3661. 8. 0 Contre-fort. 5883. 3. 2	15478. 2. 2
70	9576. 0.1	6.0	20.0	11.8	6.3.3	Mur. . . . . 420. 6. 0 Talus. . . . 490. 0. 0 Contre-fort. 288. 3. 6	1198. 3. 6	Mur. . . . . 7140. 0. 0 Talus. . . . 4573. 4. 0 Contre-fort. 7418. 8. 4	19152. 0. 4
75	11560. 0.0	6.3	21.3	12.4	6.4.7	Mur. . . . . 468. 9. 0 Talus. . . . 566. 6. 0 Contre-fort. 327.11. 6	1359. 2. 6	Mur. . . . . 8496. 0. 0 Talus. . . . 5625. 0. 0 Contre-fort. 8999. 0. 0	23120. 0. 0
80	13862. 0.0	6.6	22.6	13.0	6.5.11	Mur. . . . . 520. 0. 0 Talus. . . . 640. 0. 0 Contre-fort. 375. 1.10	1535. 1.10	Mur. . . . . 10010. 0. 0 Talus. . . . 6826. 8. 0 Contre-fort. 10887. 4. 0	27724. 0. 0

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de remparts en talus, avec parapets, et à leurs contre-forts éloignés les uns des autres de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.

Pour un sixième de Talus.

Hauteur des terres à soutenir.	POUSSÉE.	ÉPAISSEUR DES MURS.		CONTRE-FORTS		CUBE.		RÉSISTANCE.	
		Au sommet.	A la base.	Longueur.	Largeur.				
10	76. 1.9	3.6	5.2	4.0	1.5.8	Mur. . . . . 35. 2. 0 Talus. . . . 8. 4. 0 Contre-fort. 3. 3. 2	46. 7. 0	Mur. . . . . 119. 7. 0 Talus. . . . 9. 3. 1 Contre-fort. 23. 5. 6	152. 3. 7
15	180. 7.5	3.9	6.3	4.9	2.9.2	Mur. . . . . 48. 9. 0 Talus. . . . 18. 9. 0 Contre-fort. 14.10. 9	82. 4. 9	Mur. . . . . 202. 1. 1 Talus. . . . 30. 5. 0 Contre-fort. 128. 9. 2	361. 3. 1
20	352. 8.7	4.0	7.4	5.6	3.4.0	Mur. . . . . 80. 0. 0 Talus. . . . 33. 4. 8 Contre-fort. 20. 4. 0	133. 8. 0	Mur. . . . . 426. 8. 0 Talus. . . . 74. 0.10 Contre-fort. 204. 8. 8	706. 5. 6
25	608.10.2	4.3	8.5	6.3	4.0.5	Mur. . . . . 106. 3. 2 Talus. . . . 52. 1. 0 Contre-fort. 35. 3. 4	193. 7. 4	Mur. . . . . 668. 5.10 Talus. . . . 144. 7. 5 Contre-fort. 404. 7. 1	1217. 8. 4
30	969. 5. 7	4.6	9.6	7.0	4.8.2	Mur. . . . . 135. 0. 0 Talus. . . . 75. 0. 0 Contre-fort. 54. 7. 4	264. 7. 4	Mur. . . . . 978. 9. 0 Talus. . . . 250. 0. 0 Contre-fort. 710. [illegible]	1938.11. 3
35	1445. 0.0	4.9	10.7	7.9	5.2.2	Mur. . . . . 166. 3. 0 Talus. . . . 102. 1. 2 Contre-fort. 78. 0. 9	346. 4. 9	Mur. . . . . 1364. 7. 7 Talus. . . . 396.11.10 Contre-fort. 1128. 6.11	2890. 2. 4
40	2054. 5.4	5.0	11.8	8.6	5.7.2	Mur. . . . . 200. 0. 0 Talus. . . . 133. 4. 0 Contre-fort. 105. 9. 3	439. 1. 3	Mur. . . . . 1833. 4. 2 Talus. . . . 592. 7. 1 Contre-fort. 1682.11. 9	4108.10.10
45	2819. 7.3	5.3	12.9	9.3	5.11.9	Mur. . . . . 236. 3. 0 Talus. . . . 168. 9. 2 Contre-fort. 138. 3. 2	543. 3. 2	Mur. . . . . 2392. 0. 4 Talus. . . . 843. 9. 0 Contre-fort. 2403. 5. 4	5639. 2. 8
50	3751. 7.5	5.6	13.10	10.0	6.3.7	Mur. . . . . 275. 0. 0 Talus. . . . 208. 4. 0 Contre-fort. 176. 8. 4	660. 0. 4	Mur. . . . . 3047.11. 0 Talus. . . . 1157. 4.10 Contre-fort. 3327.10.11	7533. 2. 9
55	4876. 4.5	5.9	14.11	10.9	6.7.2	Mur. . . . . 316. 3. 2 Talus. . . . 252. 1. 0 Contre-fort. 232. 8. 0	801. 0. 0	Mur. . . . . 3491.11. 1 Talus. . . . 1540. 6. 1 Contre-fort. 4720. 4. 0	9752. 9. 2
60	6193. 9.4	6.0	16.0	11.6	6.10.2	Mur. . . . . 360. 0. 0 Talus. . . . 300. 0. 0 Contre-fort. 262. 5. 8	922. 5. 8	Mur. . . . . 4680. 2. 0 Talus. . . . 2000. 0. 0 Contre-fort. 5707. 6. 8	12387. 6. 8
65	7739. 1.0	6.3	17.1	12.3	7.0.11	Mur. . . . . 406. 3. 0 Talus. . . . 352. 1. 0 Contre-fort. 312. 8. 8	1071. 0. 8	Mur. . . . . 5670. 6.10 Talus. . . . 2542. 9.10 Contre-fort. 7264. 9. 6	15478. 2. 2
70	9576. 0.1	6.6	18.2	13.0	7.4.6	Mur. . . . . 455. 0. 0 Talus. . . . 408. 4. 0 Contre-fort. 372.10. 0	1236. 2. 0	Mur. . . . . 6778. 9. 0 Talus. . . . 3175.11. 1 Contre-fort. 9197. 4. 3	19152. 0. 4
75	11562. 0.0	6.9	19.3	13.9	7.5.7	Mur. . . . . 506. 3. 0 Talus. . . . 468. 9. 0 Contre-fort. 427. 8. 4	1402. 8. 4	Mur. . . . . 8036. 9. 0 Talus. . . . 3906. 3. 0 Contre-fort. 11177. 0. 0	23120. 0. 0
80	13862. 0.0	7.0	20.4	14.6	7.7.6	Mur. . . . . 56[illegible]. 0. 2 Talus. . . . 533. 4. 2 Contre-fort. 491. 3. 2	1584. 7. 2	Mur. . . . . 9426. 8. 0 Talus. . . . 4739.10.10 Contre-fort. 13557. 5. 3	27724. 0. 1

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de remparts en talus, avec parapets, et à leurs contre-forts éloignés les uns des autres de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.

Pour un huitième de Talus.

Hauteur des terres à soutenir.	POUSSÉE.	ÉPAISSEUR DES MURS. Au sommet	ÉPAISSEUR DES MURS. À la base.	CONTRE-FORTS. Longueur.	CONTRE-FORTS. Largeur.	CUBE.		RÉSISTANCE.	
10	76. 1 9	4.0	5.3.0	4.0	0. 8.11	Mur. . . . . 40. 0. 0 Talus. . . . 6. 3. 0 Contre-fort. 1. 7. 7	47.10. 7	Mur. . . . . 130. 0 0 Talus. . . . 10. 5. 0 Contre-fort. 11.10. 8	152. 3. 8
15	180. 7.5	4.3	6 1 6	5.0	2. 5. 7	Mur. . . . . 63 9. 0 Talus. . . . 14. 0. 9 Contre-fort. 10. 3. 3	88. 1. 0	Mur. . . . . 255. 0. 0 Talus. . . . 17 6.11 Contre-fort. 88. 8. 0	361. 2.11
20	552. 8.7	4.6	7.0.0	6.0	3. 6 6	Mur. . . . . 90. 0. 0 Talus. . . . 25. 0. 0 Contre-fort. 23. 7. 4	138. 7. 4	Mur. . . . . 427. 6. 0 Talus. . . . 41. 8 0 Contre-fort. 236. 3. 4	705. 5. 4
25	608 10.2	4.9	7.10.6	7.0	4. 4. 5	Mur. . . . . 118. 9. 0 Talus. . . . 39. 9 9 Contre-fort. 39. 1. 7	196.11. 4	Mur. . . . . 653. 1. 6 Talus . . . 81. 4. 6 Contre-fort. 483. 2. 4	1217. 8. 4
30	969. 5.7	5.0	8.9.0	8.0	5. 0. 9	Mur. . . . . 150. 0. 0 Talus. . . . 56. 3. 0 Contre-fort. 67. 7. 1	273.10. 1	Mur. . . . . 937. 6. 0 Talus. . . . 140. 7. 6 Contre-fort. 860. 9. 9	1938.11. 5
35	1445. 0.0	5.5	9.7.6	9 0	5. 6. 4	Mur. . . . . 183. 9. 0 Talus. . . . 76. 6. 9 Contre-fort. 96. 7. 6	556.11. 3	Mur. . . . . 1286 3. 0 Talus. . . . 226. 6. 0 Contre-fort. 1377. 5. 4	2890. 2. 4
40	2054. 5 4	5.6	10.6.0	10.0	6. 0. 1	Mur. . . . . 220. 0. 0 Talus. . . . 100. 0. 0 Contre-fort. 133. 4. 6	453. 4. 6	Mur. . . . . 1705. 0. 0 Talus. . . . 333. 4. 0 Contre-fort. 2070. 6.10	4108.10.10
45	2819. 7.5	5.9	11.4.6	11.0	6. 4. 8	Mur. . . . . 258. 9 0 Talus. . . . 126 6. 9 Contre-fort. 176. 3. 2	561. 6.11	Mur. . . . . 2199. 4. 6 Talus. . . . 471. 7. 5 Contre-fort. 2965. 2. 7	5639. 2. 4
50	5751. 7 5	6.0	12.5.0	12.0	6. 8. 5	Mur. . . . . 300. 0. 0 Talus. . . . 156. 5. 0 Contre-fort. 225. 0. 0	681. 3. 0	Mur. . . . . 2775. 0. 0 Talus. . . . 651. 1. 6 Contre-fort. 4077. 1. 6	7503. 3. 0
55	4876. 4.5	6.3	13.1.6	13 0	6 11.11	Mur. . . . . 343. 9. 0 Talus. . . . 189. 0. 9 Contre-fort. 277. 6. 0	810. 3. 9	Mur. . . . . 3437. 6. 0 Talus. . . . 866. 6. 5 Contre-fort. 5448. 8. 4	9752. 8. 9
60	6193. 9.4	6.6	14.0.0	14.0	7. 2. 6	Mur. . . . . 390. 0. 0 Talus. . . . 225. 0. 0 Contre-fort. 336. 6. 0	951. 6. 0	Mur. . . . . 4192. 6. 0 Talus. . . . 1125. 0. 0 Contre-fort. 7070. 0. 8	12387. 6. 8
65	7739. 1.0	6.9	15.1.6	15.0	7. 4. 5	Mur. . . . . 438. 9. 0 Talus. . . . 264. 0. 9 Contre-fort. 398. 4. 2	1101. 1.11	Mur. . . . . 6225. 7. 6 Talus. . . . 1430. 4. 0 Contre fort. 9022. 2. 9	15478. 2. 3
70	9576. 0.1	7.0	15.9.0	16.0	7. 8. 3	Mur. . . . . 490. 0. 0 Talus. . . . 306. 3. 0 Contre-fort. 478. 4. 0	1274 7. 0	Mur. . . . . 6002. 6. 0 Talus. . . . 1786. 5. 6 Contre-fort. 11363. 0. 8	19152. 0. 2
75	11560. 0.0	7.3	16.7.6	17.0	7. 9. 4	Mur. . . . . 543. 9. 0 Talus. . . . 351. 6. 9 Contre-fort. 550.11. 1	1446. 2.10	Mur. . . . . 7068. 9. 0 Talus. . . . 2197. 3. 2 Contre-fort. 13854. 0. 0	23120. 0. 2
80	13862. 0.0	7.6	17.6.0	18.0	7.11. 1	Mur. . . . . 600. 0. 0 Talus. . . . 400. 0. 0 Contre-fort. 633.10. 8	1635.10. 8	Mur. . . . . 8250. 0. 0 Talus. . . . 2666. 8. 0 Contre-fort. 16807. 4. 0	27724. 0. 0



TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de remparts avec talus et parapets et sans contre-forts, pour que leur résistance soit double de la poussée.

Hauteur des terres à soutenir.	Épaisseur des murs pour 1/5 de talus.		Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied.	Épaisseur des murs pour 1/6 de talus.		Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied.	Épaisseur des murs pour 1/8 de talus.		Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied	Poussée.	Résistance.
	Au sommet.	A La base.		Au sommet.	A la base.		Au sommet.	A la base.			
	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. lig.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.
10	3. 7. 8	5. 7. 8	49. 8. 9	3.11. 3	5. 7. 3	47. 8.10	4. 2. 8	5. 5. 8	48. 5. 8	76. 1. 9	152. 3. 6
15	4. 1. 9	7. 1. 9	89. 9. 0	4. 7. 2	7. 1. 2	87. 9. 0	5. 1.10	7. 0. 4	91. 4. 3	180. 7. 5	361. 2.10
20	4. 8. 6	8. 8. 6	134. 2. 0	5. 3. 1	8. 7. 1	138.11. 2	6. 0. 2	8. 6. 2	145. 3. 0	352. 8. 7	705. 5. 2
25	5. 5. 9	10. 5. 9	199. 5. 9	6. 0. 0	10. 2. 0	202. 1. 0	6.11. 8	10. 1. 2	213. 4. 5	608.10. 2	1217. 5. 4
30	5.10. 5	11.10. 5	266. 0. 6	6. 8. 9	11. 8. 9	276.10. 0	7. 9. 0	11. 6. 0	288. 9. 0	969. 5. 7	1938.11. 2
35	6. 5. 7	13. 5. 7	348. 3. 5	7. 5. 4	13. 3. 4	362.10. 0	8. 6. 0	13.10. 0	381. 7. 0	1445. 0. 0	2890. 0. 0
40	7. 0. 9	15. 0. 9	442. 4. 9	8. 1. 0	14. 9. 0	455. 8. 0	9. 7. 2	14. 7. 2	483.10. 8	2054. 8. 4	4108.10. 8
45	7. 8. 0	16. 8. 0	547. 7. 9	8.10. 6	16. 4. 6	568. 4. 2	10. 5. 7	16. 1. 1	597. 5.11	2819. 7. 3	5639. 2. 6
50	8. 3. 0	18. 3. 0	662. 6. 0	9. 8. 2	18. 0. 2	692. 4. 0	11. 5. 4	17. 8. 4	726. 7. 8	3751. 7. 5	7503. 2.10
55	8.10. 5	19. 8. 5	790. 4. 2	10. 4. 9	19. 6. 9	824. 1. 0	12. 4. 6	19. 3. 0	869. 8. 3	4876. 4. 5	9752. 8.10
60	9. 5. 7	21. 5. 7	928. 2. 4	11. 1. 6	21. 1. 6	967. 9. 7	13. 3. 4	20. 9. 4	1021. 8. 0	6193. 9. 4	12387. 6. 8
65	10. 0.10	23. 0.10	1077. 0. 0	11.10. 5	22. 8. 5	1123. 7. 6	14. 2. 4	22. 3.10	1186. 7. 9	7739. 1. 0	15478. 2. 0
70	10. 9. 0	24. 9. 0	1242. 6. 0	12. 8. 2	24. 4. 1	1295.11. 2	15. 1. 9	23.10. 9	1366. 5. 6	9576. 0. 1	19152. 0. 2
75	11. 3. 7	26. 3. 7	1410. 0. 0	13. 5. 0	25.11. 0	1475. 0. 0	16. 0. 3	25. 4. 9	1553. 1. 6	11560. 0. 0	23120. 0. 0
80	11.10. 9	27.10. 9	1592. 0. 0	14. 1. 2	27. 5. 1	1661. 1. 4	16.10. 9	26.10. 9	1751. 8. 0	13862. 0. 0	27724. 0. 0



TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de terrasse ou de remparts, sans parapets, avec talus et contre-forts, espacés de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.

Pour un cinquième de Talus.

Hauteur des terres à soutenir.	POUSSÉE.	ÉPAISSEUR DES MURS.		CONTRE-FORTS.		CUBE.		RÉSISTANCE.	
		Au sommet.	A la base.	Longueur.	Largeur.				
10	22. 6.11	3.0.0	4.0.0	0. 0.0	0.0.0	Mur. . . . . 20. 0. 0 Talus. . . . 10. 0. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	30. 0.0	Mur. . . . . 60. 0. 0 Talus. . . . 13. 4. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	73. 4. 0
15	76. 1.9	2.3.0	5.3.0	0. 0.0	0.0.0	Mur. . . . . 33. 9. 0 Talus. . . . 22. 6. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	56. 3.0	Mur. . . . . 139. 1. 6 Talus. . . . 45. 0. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	184. 1. 6
20	180. 7.5	2.6.0	6.6.0	0. 0.0	0.0.0	Mur. . . . . 50. 0. 0 Talus. . . . 40. 0. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	90. 0.0	Mur. . . . . 262. 6. 0 Talus. . . . 106. 8. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	369. 2. 0
25	352. 8.7	2.9.0	7.9.0	1.10.0	2.9.0	Mur. . . . . 68. 9. 0 Talus. . . . 62. 6. 0 Contre-fort. 7. 0. 0	138. 3.0	Mur. . . . . 438. 4. 6 Talus. . . . 208. 4. 0 Contre-fort. 60. 8. 0	707. 4. 6
30	608.10.2	3.0.0	9.0.0	3. 5.0	3.0.0	Mur. . . . . 90. 0. 0 Talus. . . . 90. 0. 0 Contre-fort. 17. 1. 0	197. 1.0	Mur. . . . . 675. 0. 0 Talus. . . . 360. 0. 0 Contre-fort. 182. 8. 4	1217. 8. 4
35	969. 5.7	3.3.0	10.3.0	4.10.3	3.3.0	Mur. . . . . 113. 9. 0 Talus. . . . 122. 6. 0 Contre-fort. 30. 8. 0	266.11.0	Mur. . . . . 981. 1. 1 Talus. . . . 571. 8. 0 Contre-fort. 386. 2. 1	1938.11. 2
40	1445. 0.0	3.6.0	11.6.0	5.11.6	3.6.0	Mur. . . . . 140. 0. 0 Talus. . . . 160. 0. 0 Contre-fort. 46. 4. 2	346. 4.2	Mur. . . . . 1365. 0.00 Talus. . . . 853. 4. 0 Contre-fort. 671. 8. 0	2890. 0. 0
45	2054. 6.4	3.9.0	12.9.0	6.11.6	3.9.0	Mur. . . . . 168. 9. 0 Talus. . . . 202. 6. 0 Contre-fort. 65. 2. 9	436. 5.9	Mur. . . . . 1835. 1.10 Talus. . . . 1215. 0. 0 Contre-fort. 1058. 8.10	4108.10. 8
50	2819. 7.3	4.0.0	14.0.0	7.10.8	4.0.0	Mur. . . . . 200. 0. 0 Talus. . . . 250. 0. 0 Contre-fort. 87. 8. 0	537. 8.0	Mur. . . . . 2400. 0. 0 Talus. . . . 1666. 8. 0 Contre-fort. 1572. 6. 6	5639. 2. 6
55	3751. 7.5	4.3.0	15.3.0	8. 8.4	4.3.0	Mur. . . . . 233. 9. 0 Talus. . . . 302. 6. 0 Contre-fort. 112.11. 7	649. 2.7	Mur. . . . . 3067.11. 3 Talus. . . . 2218. 4. 0 Contre-fort. 2216.11. 7	7503. 2.10
60	4876. 4.5	4.6.0	16.6.0	9. 5.10	4.6.0	Mur. . . . . 270. 0. 0 Talus. . . . 360. 0. 0 Contre-fort. 142. 4. 2	772. 4.2	Mur. . . . . 3847. 6. 0 Talus. . . . 2080. 0. 0 Contre-fort. 3825. 2.10	9752. 8.10
65	6193. 9.4	4.9.0	17.9.0	10. 4.0	4.9.0	Mur. . . . . 308. 9. 0 Talus. . . . 422. 6. 0 Contre-fort. 177. 2. 1	908. 5.1	Mur. . . . . 4747. 0. 4 Talus. . . . 3661. 8. 0 Contre-fort. 3978.10. 4	12387. 6. 8
70	7739. 1.0	5.0.0	19.0.0	10. 9.8	5.0.0	Mur. . . . . 350. 0. 0 Talus. . . . 490. 0. 0 Contre-fort. 210. 0. 5	1050. 0.5	Mur. . . . . 5775. 0. 0 Talus. . . . 4573. 4. 0 Contre-fort. 5129.10. 0	15478. 2. 0
75	9576. 0.0	5.3.0	20.3.0	11. 6.10	5.3.0	Mur. . . . . 393. 9. 0 Talus. . . . 561. 6. 0 Contre-fort. 253. 1. 0	1209. 4.0	Mur. . . . . 6939.10. 1 Talus. . . . 5625. 0. 0 Contre-fort. 6587. 1.11	19152. 0. 0
80	11509. 0.0	5.6.0	21.6.0	11.11.7	5.6.0	Mur. . . . . 440. 0. 0 Talus. . . . 640. 0. 0 Contre-fort. 292. 7. 2	1372. 7.2	Mur. . . . . 8250. 0. 0 Talus. . . . 6826. 8. 0 Contre-fort. 8043. 4. 0	23120. 0. 0



TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de terrasse ou de remparts, sans parapets, avec talus et contre-forts, espacés de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.

Pour un sixième de Talus.

Hauteur des terres à soutenir.	POUSSÉE.	ÉPAISSEUR DES MURS.		CONTRE-FORTS		CUBE.		RÉSISTANCE.	
		Au sommet.	A la base.	Longueur.	Largeur.*				
10	22. 6.11	2.6.0	4. 2.0	0. 0.0	[illegible].0	Mur. . . . . 25. 0. 0 Talus. . . . 8. 4. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	33. 4. 0	Mur. . . . . 72.11. 0 Talus. . . . 9. 3. 1 Contre-fort. 0. 0. 0	82. 2. 1
15	76. 1. 9	2.9.0	5. 3.0	0. 0.0	0.0.0	Mur. . . . . 41. 3. 0 Talus. . . . 18 9. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	60. 0. 0	Mur. . . . . 159.10. 1 Talus. . . . 30. 5. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	190. 3. 1
20	180. 7. 5	3.0.0	6. 4.0	0. .0	0.0.0	Mur. . . . . 60. 0. 0 Talus. . . . 33. 4. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	93. 4. 0	Mur. . . . . 290. 0. 0 Talus. . . . 74. 0.10 Contre-fort. 0. 0. 0	364. 0.10
25	352. 8. 7	3.3.0	7. 5.0	2. 4.0	3.3.0	Mur. . . . . 81. 3. 0 Talus. . . . 52. 1. 0 Contre-fort. 10. 6. 4	143.10. 4	Mur. . . . . 470. 6.10 Talus. . . . 144. 7. 5 Contre-fort. 90. 4. 4	705. 6.17
30	608.	3.6.0	8. 6.0	4. 2 3	3 6.0	Mur. . . . . 105. 0. 0 Talus. . . . 75. 0. 0 Contre-fort. 24. 4.11	204. 4.11	Mur. . . . . 708 0. 0 Talus. . . . 250. 0. 0 Contre-fort. 258.11. 4	1217. 8. 4
35	969 5. 7	3.9.0	9. 7.0	5.10 2	3 9.0	Mur. . . . . 131. 3. 0 Talus. . . . 102. 1. 0 Contre-fort. 42. 7. 6	275.11. 6	Mur. . . . . 1011. 8. 7 Talus. . . . 396.11.10 Contre-fort. 530. 2. 9	1938.11. 2
40	1445. 0. 0	4.0.0	10. 8 0	7. 2.3	4.0.0	Mur. . . . . 160. 0 0 Talus. . . . 133. 4. 0 Contre-fort. 63 10. 8	357. 2 8	Mur. . . . . 1386. 8. 0 Talus. . . . 592. 7. 1 Contre-fort. 910. 8.11	2890 0. 0
45	2054. 5. 4	4.3.0	11. 9 0	8. 6 5	4 3.0	Mor. . . . . 191. 3. 0 Talus. . . . 168. 9. 0 Contre-fort. 90. 8. 1	450. 8. 1	Mur. . . . . 1840. 9. 4 Talus. . . . 843. 9. 0 Contre-fort. 1424. 4. 4	4108.10. 8
50	2819. 7. 3	4 6.0	12.10.0	9. 6 8	4.6.0	Mur. . . . . 225. 0. 0 Talus. . . . 208. 4. 0 Contre-fort. 119. 5. 3	552. 9. 3	Mur. . . . . 2381. 3. 0 Talus. . . . 1157. 4.10 Contre-fort. 2100. 6. 8	5639. 2. 6
55	3751. 7 5	4 9.0	13.11.0	10. 7 0	4.9.0	Mur. . . . . 261. 3. 0 Talus. . . . 252. 1. 0 Contre-fort. 153 7. 2	666.11. 2	Mur. . . . . 3015. 3. 1 Talus . . . 1540. 6. 1 Contre-fort. 2947. 5. 8	7503. 2.10
60	4876 4. 5	5.0.0	15. 0.0	11. 6 8	5.0.0	Mur. . . . . 300. 0. 0 Talus. . . . 300. 0. 0 Contre-fort. 192.10. 5	792.10. 5	Mur. . . . . 3750. 0. 0 Talus. . . . 2000. 0. 0 Contre-fort. 4002. 8.10	9752. 8.10
65	6193. 9. 4	5.3.0	16 1.0	12. 5 0	5.3.0	Mur. . . . . 341. 3. 0 Talus. . . . 352. 1. 0 Contre-fort. 235. 4. 9	928. 8. 9	Mur. . . . . 4592. 7.10 Talus. . . . 2542. 9.10 Contre-fort. 5252. 1. 0	12387. 6. 8
70	7739 1. 0	5.6 0	17. 2.0	13. 3.2	5 6.0	Mor. . . . . 385. 0. 0 Talus. . . . 408. 4. 0 Contre-fort. 283. 8. 4	1077. 0. 4	Mur. . . . . 5550. 5. 0 Talus. . . . 3175.11. 1 Contre-fort. 6751. 9.11	15478. 2. 0
75	9576. 0. 0	5 9.0	18. 3.0	14. 2.3	5 9.0	Mur. . . . . 431. 3. 0 Talus. . . . 468. 9. 0 Contre-fort. 339.10.10	1239.10.10	Mur. . . . . 6630. 5. 7 Talus. . . . 3906. 3. 0 Contre-fort. 8615. 3. 5	19152. 0. 0
80	11560. 0. 0	6.0.0	19. 4.0	14. 9.5	6 0.0	Mor. . . . . 480. 0. 0 Talus . . . 533. 4. 0 Contre-fort. 394. 3 1	1407. 7. 1	Mur. . . . . 7840. [illegible] Talus. . . . [illegible] Contre-fort. [illegible]. 1. 2	[illegible]. 0

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de terrasse ou de remparts, sans parapets, avec talus et contre-forts, espacés de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.

Pour un huitième de Talus.

Hauteur des terres à soutenir.	POUSSÉE.	ÉPAISSEUR DES MURS.		CONTRE-FORTS.		CUBE.		RÉSISTANCE.	
		Au sommet.	À la base.	Longueur.	Largeur.				
10	22. 6 11	3.0.0	4. 3. 0	0. 0. 0	0. 0. 0	Mur. . . . . 30. 0. 0 Talus. . . . 6. 3. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	36. 3. 0	Mur. . . . . 60. 9. 0 Talus. . . . 10. 5. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	71. 2. 0
15	76. 1. 9	3.3.0	5. 1. 6	0. 0. 0	0. 0. 0	Mur. . . . . 48 9. 0 Talus. . . . 14. 0. 9 Contre-fort. 0. 0. 0	62. 9. 9	Mur. . . . . 170. 7. 6 Talus. . . . 17. 6. 1 Contre-fort. 0. 0. 0	188. 2. 5
20	180. 7. 5	3.6.0	6. 0. 0	0.10. 6	3. 6 0	Mur. . . . . 70. 0. 0 Talus. . . . 25. 0. 0 Contre-fort. 3. 4.10	98. 4.10	Mur. . . . . 297. 6. 0 Talus. . . . 41. 8. 0 Contre-fort. 22. 0.10	361. 2.10
25	352. 8. 7	3.9.0	6.10. 6	3. 5. 7	3. 9. 0	Mur. . . . . 93. 9. 0 Talus. . . . 39. 0. 9 Contre-fort. 19. 5. 2	152. 2.11	Mur. . . . . 468. 9. 0 Talus . . . 81. 4. 6 Contre-fort. 155. 3. 8	705. 5. 2
30	608.10. 2	4.0.0	7. 9. 0	5. 6. 2	4. 0. 0	Mur. . . . . 120. 0. 0 Talus. . . . 56. 3. 0 Contre-fort. 36.11. 2	213. 2. 2	Mur. . . . . 690. 0. 0 Talus. . . . 140. 7. 6 Contre-fort. 387. 0.10	1217. 8. 4
35	969. 5. 7	4.3.0	6. 7. 6	7. 4. 0	4. 3. 0	Mur. . . . . 148. 9. 0 Talus. . . . 76. 6. 9 Contre-fort. 60. 7. 2	285.10.11	Mur. . . . . 966.10. 6 Talus. . . . 226. 6. 0 Contre-fort. 745. 6. 8	1938. 11.2
40	1445. 0. 0	4.6.0	9. 6. 0	8.11. 4	4. 6. 0	Mur. . . . . 180. 0. 0 Talus. . . . 100. 0. 0 Contre-fort. 89. 6. 0	369. 6. 0	Mur. . . . . 1305. 0. 0 Talus. . . . 333. 4. 0 Contre-fort. 1251. 8. 0	2890. 0. 0
45	2054. 5. 4	4.9.0	10. 4. 6	10. 4.10	4 9. 0	Mur. . . . . 213. 9. 0 Talus. . . . 126. 6. 9 Contre-fort. 123. 6. 8	463.10. 5	Mur. . . . . 1710. 0. 0 Talus. . . . 474. 7. 3 Contre-fort. 1924. 3. 5	4108.10. 8
50	2819. 7. 3	5.0.0	11. 3. 0	11. 9. 2	5. 0. 0	Mur. . . . . 250. 0. 0 Talus. . . . 156. 3. 0 Contre-fort. 163. 5. 5	569. 8. 5	Mur. . . . . 2187. 6 0 Talus. . . . 651. 1. 6 Contre-fort. 2800. 7. 0	5639. 2. 6
55	3751. 7. 5	5.3.0	12. 1. 6	13. 0. 3	5. 3. 0	Mur. . . . . 288. 9. 0 Talus. . . . 189. 0. 9 Contre-fort. 220. 0. 7	697.10. 4	Mur. . . . . 2743. 1 6. Talus. . . . 866 6. 5 Contre-fort. 3893. 6.11	7503. 2 10
60	4876. 4. 5	5.6.0	13. 0. 0	14. 2. 9	5. 6. 0	Mur. . . . . 330. 0. 0 Talus. . . . 225. 0. 0 Contre-fort. 261. 0. 7	816. 0. 7	Mur. . . . . 3382. 6. 0 Talus. . . . 1125. 0. 0 Contre-fort. 5245. 2.10	9752. 6.10
65	6193. 9. 4	5.9.0	13.10. 6	15. 3. 8	5. 9. 0	Mur. . . . . 373. 9. 0 Talus. . . . 264. 0. 9 Contre-fort. 317. 9. 4	955. 7. 1	Mur. . . . . 4111. 3. 0 Talus. . . . 1430. 4. 0 Contre-fort. 6845.11. 8	12387. 6. 8
70	7739. 1. 0	6.0.0	14. 9. 0	16. 4. 5	6. 0. 0	Mor. . . . . 420. 0. 0 Talus. . . . 306. 3. 0 Contre-fort. 381.11. 0	1108. 2. 0	Mur. . . . . 4935. 0. 0 Talus. . . . 1786. 5. 6 Contre-fort. 8756. 8. 6	15478. 2. 0
75	9576. 0. 0	6.3.0	15. 7. 6	17. 5. 9	6. 3. 0	Mur. . . . . 468. 9. 0 Talus. . . . 351. 6. 9 Contre-fort. 455. 2. 3	1275. 6. 0	Mur. . . . . 5859. 4. 6 Talus. . . . 2197. 3. 2 Contre-fort. 11095. 4. 4	19152. 0. 0
80	11560. 0. 0	6.6.0	16. 6. 0	18. 3. 5	6. 6. 0	Mor. . . . . 520. 0. 0 Talus. . . . 420. 0. 0 Contre-fort. 528. 2. 7	1468. 2. 7	Mur. . . . . 6900. 0. 0 Talus. . . . 2668. 8. 0 Contre-fort. 13553. 4. 0	231[illegible]. 6. 0

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de remparts en talus, sans contre-forts ni parapets, pour que leur résistance soit double de la poussée.

Hauteur des terres à soutenir.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{5}$ de talus.		Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{6}$ de talus.		Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{8}$ de talus.		Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied.	Poussée.	Résistance.
	Au sommet.	A la base.		Au sommet	A la base		Au sommet.	A la base			
	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. lig.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.
10	2. 0. 0	4. 0. 0	30. 0. 0	2. 6. 0	4. 2. 0	33. 4. 0	3. 0. 0	4. 3. 0	36. 3. 0	22. 6.11	45. 1.10
15	2. 3. 0	5. 3. 0	56. 3. 0	2. 9. 0	5. 3. 0	60. 0. 0	3. 3. 0	5. 1. 6	62. 6. 0	76. 1. 9	152. 3. 6
20	2. 6. 0	6. 6. 0	90. 0. 0	3. 0. 0	6. 4. 0	93. 4. 0	3. 6. 0	6. 0. 0	95. 0. 0	180. 7. 5	361. 2 10
25	3. 0. 8	8. 0. 8	139 10. 8	3. 8. 8	7.10. 8	145. 1. 8	4. 7.11	7. 8. 3	154. 4. 1	352 8. 7	705. 5. 2
30	3. 7. 9	9. 7. 9	199 4. 6	4 5. 6	9. 5. 6	208 9. 0	5. 6. 2	9 3. 5	221.10. 6	608.10. 2	1217. 8. 4
35	4. 3. 4	11. 3. 4	272. 2. 8	5. 2. 9	11. 2. 9	288. 0. 3	6. 5. 3	10. 9. 5	301. 4. 8	969. 5. 7	1938.11. 2
40	4.10. 6	12.10. 6	355. 0. 0	5.11. 6	12. 7. 5	371. 8. 0	7. 4. 3	12. 4. 3	394. 2. 0	1445. 0. 0	2890. 0. 0
45	5. 5. 9	14. 5. 9	449. 0. 9	6. 8. 3	14. 2. 3	469 8. 3	8. 2. 7	13.10. 5	496.10. 6	2054. 5. 4	4108.10. 8
50	6. 1. 0	16. 1. 0	554. 2. 0	7. 5. 3	15. 9. 2	580. 2. 6	9. 2. 4	15. 5. 4	615.11. 8	2819. 7. 3	5639. 2. 6
55	6. 8. 4	17. 8. 4	670. 8. 4	8. 2. 9	17. 3. 4	701. 3. 0	10. 1 11	16.11. 6	745. 6. 8	3751. 7. 5	7503. 2 10
60	7. 3. 7	19. 3. 7	797.11. 0	8.11. 1	18.11. 1	835. 5. 0	11. 0. 4	18. 6. 5	886. 8. 0	4876. 4. 5	9752. 8.10
65	7.11. 0	20.11. 0	937. 1. 0	9. 8. 1	20. 5. 9	979.11. 7	12. 0. 1	20. 0. 4	1040. 5. 5	6193. 9. 4	12387. 6. 8
70	8. 6. 4	22. 6. 4	1086.11. 0	10. 5. 1	22. 1. 0	1137.11.10	12.10. 6	21. 7. 6	1207. 6. 6	7739. 1. 0	15478. 2. 0
75	9 2. 4	24. 2. 4	1252. 1. 0	11. 2. 7	23. 8. 5	1309. 4. 6	13.10. 2	23. 3. 0	1391. 1. 9	9576. 0. 0	19152. 0. 0
80	9 9. 8	25. 9. 8	1424. 5. 4	11.11. 0	25. 3. 0	1486. 8. 0	14. 8. 5	24. 8. 5	1576. 1. 4	11560. 0. 0	23120. 0. 0



Pour la longueur des contre-forts, on a commencé à établir celle pour 10 pieds de hauteur, en raison des talus, ensuite on a fixé leur augmentation pour chaque hauteur de 5 pieds,

à 8 pouces pour un cinquième de talus,
à 9 pouces pour un sixième,
à 1 pied pour un huitième.

Quant aux largeurs indiquées dans la sixième colonne, comme mon objet était d'avoir toujours une résistance double de la poussée, j'ai été obligé d'employer le calcul pour les déterminer.

Le motif qui m'a fait renvoyer à cette dimension le complément de la mesure nécessaire pour produire cette résistance, est la facilité que ce moyen donne pour le calcul.

Il nous suffira d'en donner un exemple, pour faire connaître la manière d'opérer.

Ainsi pour un revêtement de 30 pieds de hauteur dont le talus est fixé au sixième, on trouvera dans la 3me. table que l'épaisseur au sommet doit être de 4 pieds 6 pouces, ce qui donne ponr la superficie de la partie rectangulaire du profil 30 × 4 *p* 6, qni donne 135. Pour avoir sa résistance, il faut multiplier cette surface par son bras de levier, égal à la base dn triangle formant le talus, plus la moitié de la largeur du rectangle, c'est-à-dire à $5 + 2\frac{1}{4}$ ou $7\frac{1}{4}$; ce qui donne. . . . . . . $978\frac{3}{4}$.

A ce produit on ajoute celui de la superficie du triangle formant le talus, par son bras de levier égal anx deux tiers de la base, c'est-à-dire, $\frac{30 \times 5}{2} \times \frac{10}{3}$, qui donne. 250 0,

et ponr ces deux résistances. . . . . $1228\frac{3}{4}$.

Pour trouver celle des contre-forts, je soustrais ce total du double de la poussée, qui se trouve pour cette hauteur = 1938,94, le reste 710,19 est l'expression de la résistance d'un des contre-forts divisée par 18, qui est la distance des contre-forts de milieu en milieu. La longueur de ces contre-forts étant donnée, je puis avoir l'expression de leur résistance, indépendamment de leur épaisseur, en multipliant leur superficie $30 \times 7 = 210$, par leur bras de levier qui est égal à l'épaisseur du mur par le bas, plus la moitié de la longueur du contre-fort, c'est-à-dire à 9 pieds 6 pouc., plus 3 pieds 6 pouces qui font ensemble, 13 pieds, ce qui donnera 2730, qu'il faut diviser par 18 pour avoir le quotient 151 $\frac{2}{3}$; mais comme la résistance de chaque contre-fort doit être de 710 $\frac{19}{100}$, pour que celle du revêtement soit double de la poussée, on divisera 710, 19 par 151,66, et le quotient donnera l'épaisseur des contre-forts de 4 pieds $\frac{68}{100}$, ou 4 pieds 8 pouces 2 lignes, comme elle est indiquée dans la sixième colonne de la troisième table, sur la ligne qui correspond à 30 pieds de hauteur. Les cubes de maçonnerie qui se trouvent dans la septième colonne et leurs résistances qui se trouvent dans la huitième, ont été trouvés par les mêmes opérations que nous avons ci-devant détaillées à l'occasion de la résistance des profils de MM. de Vauban et Bélidor. Mais afin de faire connaître pour combien chaque partie contribue à la totalité du cube et de la résistance, nous avons exprimé séparément le cube et la résistance du mur, du talus et des contre-forts.

Ces trois parties ont été combinées de manière à produire la plus grande résistance avec le moins de matière possible; les épaisseurs de mur au sommet et les dimen-

sions des contre-forts sont en raison inverse des talus, c'est-à-dire qu'elles sont d'autant plus grandes que ces talus sont plus petits.

On peut encore remarquer dans chaque tableau, qu'à mesure que les murs sont plus élevés, les cubes des différentes parties produisent une plus grande résistance; ainsi dans la troisième table, on voit que pour 10 pieds de hauteur, 35 pieds cubes de mur produisent une résistance de 119 pieds 7 pouces, c'est-à-dire plus de trois fois plus grande, tandis que pour 80 pieds de hauteur, 560 pieds cubes produisent 9426 pi. 8 po., c'est-à-dire une quantité 17 fois plus grande que le cube de matière : de même un talus produisant 8 pieds 4 pouces cubes ne forme pour 10 pieds de hauteur qu'une résistance de 9 pieds 3 pouces, tandis que pour 80, ce même talus produisant un cube de 533 pieds 4 pouces, forme une résistance de 4739 pieds 10 pouces, 10 lignes, c'est-à-dire presque 9 fois plus grande.

Enfin le cube des contre-forts, qui n'est que de 3 pieds 3 pouces pour 10 pieds, produit une résistance de 23 pieds 5 pouces 6 lignes, c'est-à-dire de 7 fois plus grande; mais pour 80 pieds de hauteur, le cube des contre-forts étant de 491 pieds 2 pouces 9 lignes, produit une résistance de 13557 pieds 5 pouces 3 lignes, c'est-à-dire plus de 27 fois et demie; d'où il résulte qu'à cube égal, ce sont les contre-forts qui produisent la plus grande résistance.

Ce résultat ne détruit pas ce que nous avons dit ci-devant page 129, que le moindre cube de matière que paraissent exiger les contre-forts, se compense par la plus grande dépense qu'occasione le développement de leurs faces et l'établissement d'un massif général au-dessous. Pour le prouver, nous allons prendre, pour exemple, le

dernier article des trois tables précédentes, qui indique les dimensions d'un mur de revêtement de 80 pieds de hauteur, avec un talus à l'extérieur et des contre-forts à l'intérieur, espacés de 18 pieds de milieu en milieu, comme le propose M. de Vauban : ainsi dans la table 2, calculée pour $\frac{1}{4}$ de talus, on trouve que pour 80 pieds de hauteur, le cube général du mur avec son talus, ses contre-forts réduits pour une tranche de profil d'un pied d'épaisseur, est 1535 pieds un pouce 10 lignes, formant une résistance de 27724 pieds évaluée en même matière que le mur.

Nous allons chercher quelle devrait être l'épaisseur à donner à la partie rectangulaire du mur, pour produire une résistance égale en supprimant les contre-forts et conservant le même talus. La résistance de ce talus qui est de 6826 $\frac{2}{3}$, restant la même, le surplus de l'effort à soutenir ne sera plus que de 20897 $\frac{1}{3}$, nommant R cet effort,

a la base du talus conservé $= 16$ pieds,

d la hauteur du mur $= 80$ pieds,

x la largeur de la partie rectangulaire que l'on cherche, on aura l'équation $dx \times a + \frac{x}{2} = R$, qui se réduit, en faisant les opérations ci-devant expliquées, à $x = \sqrt{\frac{2R}{d} + aa} - a$, dans laquelle substituant les valeurs connues, il vient $x = \sqrt{\frac{20897\frac{1}{3} \times 2}{80} + 16 \times 16} - 16$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 11$ pieds $\frac{9}{10}$ ainsi en donnant au revêtement par le haut cette épaisseur et $\frac{1}{4}$ de talus à l'extérieur, il aura autant de résistance qu'avec des contre-forts de 13 pieds de long, sur 6 pieds 5 pouces 11 lignes de large : mais au lieu de 1535 pieds

1 pouce 10 lignes cubes de maçonnerie, il en faudra 1592, ce qui fait 57 pieds de plus. Il est évident que cette faible augmentation ne compenserait pas le massif indispensable à établir sous les murs et contre-forts, pour leur procurer une base commune, et obvier à l'inégalité de tassement capable de faire détacher ces contre-forts du mur et de les rendre par conséquent inutiles, indépendamment de la plus grande dépense qu'occasione le développement des surfaces de ces contre-forts.

Pour $\frac{1}{8}$ de talus, on trouve dans la table 3, que pour 80 pieds de hauteur, le cube total du mur, talus et contre-forts réduits à un profil d'un pied d'épaisseur, serait de 1584 pieds 7 pouc. 2 lignes, dont la résistance est, comme pour le précédent, de 27724 pieds. Celle du talus étant de 4739 pieds 10 pouces 10 lignes, il reste pour la valeur de R, 22984, celle de a étant 13 pieds 4 pouces, et d, 80 pieds.

La formule $x = \sqrt{\frac{2R}{d} + aa} - a$, devient

$x = \sqrt{\frac{22984 \times 2}{80} + 13\frac{1}{3} \times 13\frac{1}{3}} - 13\frac{1}{3}$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 14$ pieds $\frac{1}{10}$ pour l'épaisseur à donner au sommet du mur dont le cube, compris la partie formant talus, serait de 1661 au lieu de 1584 p. 7 p. 2 l qu'il produit avec les contre-forts, ce qui fait 76 pieds $\frac{3}{4}$ de différence, laquelle est insuffisante pour compenser le massif des fondemens et la plus-valeur de la main-d'œuvre.

Enfin pour $\frac{1}{5}$ de talus, on trouve par des opérations semblables aux précédentes, $x = 16$ pieds $\frac{21}{100}$, ce qui produit une augmentation de cube de 122 pieds, dont

la valeur serait encore au-dessous de celle des massifs et des précautions qu'exigent les contre-forts.

La table V indique les épaisseurs au sommet et à la base des revêtemens avec parapet sans contre-forts pour les trois espèces de talus indiqués dans les précédentes, avec leur cube et leur résistance comparés à la poussée.

Voulant connaître la forme de revêtement qui oppose la plus grande résistance sous le moindre volume, indépendamment des principes de la théorie et des exemples tirés des constructions de ce genre, j'ai fait un grand nombre d'expériences, desquelles il résulte que si du centre de gravité *q* de la masse de terre triangulaire qui cause la poussée, on mène une parallèle *q* P, figure 1, 2 et 3, à la pente que prend naturellement la terre qu'on éprouve jusqu'à la rencontre de la base prolongée en P, le triangle PDF représentera la figure du revêtement de plus grande résistance. Ainsi un revêtement en bois dont le profil est égal à ce triangle, soutient l'effort de la poussée de la poudre de grès, quoique sa pesanteur spécifique ne soit que la moitié de celle de cette poudre.

Cette expérience est d'accord avec la théorie, qui prouve que lorsque la direction d'une puissance ne passe pas au-dessus du point de sa base, qui forme point d'appui, elle ne peut pas le renverser; mais seulement le faire glisser.

En supposant que le talus naturel des terres est de 45 degrés comme dans la figure 3, la base DP du triangle devient le tiers de la hauteur : mais comme le profil des revêtemens est presque toujours un trapèze, tel que FDHK, figure 5, ou un rectangle, il en résulte que

lorsqu'ils ont pour base le tiers de la hauteur, ils ne peuvent jamais être renversés par l'effort de la poussée, tel grand qu'on puisse le supposer. Ainsi les épaisseurs de la table précédente auraient pu être moindres pour les hauteurs au-dessous de 80 pieds, si nous n'avions eu en vue que la poussée des terres; mais nous avons considéré que ces murs, au lieu d'être d'une seule pièce, ne sont composés que de parties réunies par leurs poids, leur forme et le mortier qui ne commence à les lier fortement qu'au bout d'un certain espace de temps; ils doivent, pour être solides, avoir indépendamment de l'épaisseur nécessaire pour résister aux efforts qu'ils ont à soutenir, une épaisseur qu'on ne saurait fixer à moins de trois pieds. C'est pourquoi nous avons considéré la résistance indépendamment de la direction de la poussée, qui rend son bras de levier nul, dès que la base du mur a plus du tiers de sa hauteur.

Les quatre dernières tables ne diffèrent des quatre précédentes, que parce qu'elles sont faites pour des revêtemens sans parapets, ou des murs de terrasse ordinaires, terminés par un petit mur d'appui.

Il faut cependant remarquer que dans les tables II, III, IV, la longueur des contre-forts étant donnée, c'est leur épaisseur que l'on a cherché par le calcul; au lieu que dans les tables VI, VII, VIII, c'est la largeur des contre-forts qui est donnée et leur longueur que l'on a cherché. Cette dernière manière, qui fait la largeur des contre-forts égale à l'épaisseur du mur au sommet, produit une résistance plus forte à masse égale; mais l'autre est plus facile.

La formule pour trouver la longueur des contre-forts,

quand toutes les autres dimensions sont connues, est $x = \sqrt{\frac{2Rf}{de} + cc} - c$, dans laquelle

R, indique le double de la résistance que doit avoir chaque contre-fort,

f, la distance du milieu d'un contre-fort à l'autre,

d, la hauteur des terres à soutenir,

e, la largeur du contre-fort,

x, sa longueur,

et c, l'épaisseur des murs ou revêtemens à la base, c'est-à-dire en y comprenant le talus.

Ainsi pour une hauteur de 30 pieds et un huitième de talus (table VIII.), la résistance de chaque contre-fort devant être 387 p. 0, 10 = R, 2 R sera 774 p. 1°. 8', $f=18$; $d=30$; $e-4$ et $c=7$ p. 9°.; ces valeurs substituées dans la formule, donneront

$x = \sqrt{\frac{774^p. 1^o. 8^l. \times 18}{30 \times 4} + 7p - 9^o. \times 7p9} - 7p9^o.$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 5$ pieds 6 pouces 2 lignes pour la longuenr à donner au contre-fort.

Il faut encore remarquer que pour procurer plus d'épaisseur à ces murs, pour les petites hauteurs, on n'a commencé à leur donner de contre-forts qu'à 25 pieds d'élévation, pour [illegible] on [illegible] de talus, et à 20 pieds pour [illegible].

Quant à la table IX, il n'y a rien à ajouter à ce qni a été dit au sujet de la table V.

Méthode facile pour trouver l'épaisseur des murs de terrasse et de revêtement.

Comme les différentes méthodes que nous avons ci-devant indiquées, peuvent paraître trop longues et trop difficiles à plusieurs de nos lecteurs, nous allons terminer cet article par des règles faciles, qui n'exigent que la connaissance des premiers principes de géométrie et d'arithmétique. Ces règles simples donnent des résultats assez justes pour qu'on puisse s'en servir avec confiance, étant fondées sur les mêmes principes que les méthodes précédentes, et donnant des résultats un peu plus forts, ce qui est à l'avantage de la solidité.

PREMIÈRE RÈGLE.

Trouver, par une opération géométrique, l'épaisseur à donner à un mur aplomb, pour qu'il résiste avec une force suffisante à la poussée des terres.

121. Ayant trouvé par une expérience quelconque, la pente naturelle de l'espèce de terre à soutenir, on fera les triangles AED ou ABD, fig. 1 et 3, planche LXXII, dont les hauteurs AE ou AB, soient égales à celle des terres à soutenir, en sorte que les lignes ED et BD représentent l'inclinaison que prennent les terres, lorsqu'elles ne sont pas soutenues; ayant divisé ED ou BD en six parties égales, avec une de ces parties pour rayon, et du point D comme centre, on décrira un arc de cercle qui coupera la base AD, prolongée en un point *k*, et D *k* sera l'épaisseur cherchée.

Deuxième règle; par le calcul.

122. Si l'on prend 45 degrés pour la pente naturelle des terres, ainsi qu'il est d'usage, cette ligne B D sera la diagonale d'un carré, dont on connaît toujours le côté A B indiquant la hauteur des terres à soutenir. Pour avoir la longueur de cette ligne BD, il suffit de connaître le rapport du côté du carré avec sa diagonale; quoique ce rapport soit reconnu incommensurable, on peut cependant, pour l'usage ordinaire, adopter sans erreur sensible, celui de 70 à 99 qui donne, à $\frac{1}{9800}$ près, le carré de la diagonale double de celui des côtés dont les racines indiquent le véritable rapport de ces deux lignes.

Ainsi, supposant la hauteur AB de 15 pieds, on aura $ED = \frac{15 \times 99}{70}$, qui donne, en faisant les calculs indiqués, 21 pieds 2 pouces 7 lignes; divisant cette grandeur par 6, le quotient 3 pieds 6 pouces 5 lignes sera l'épaisseur cherchée, au lieu de 3 pieds 1 pouce 9 lignes que donnerait la formule du n°. 98.

Si l'on veut une plus grande résistance, on prendra le cinquième au lieu du sixième, ce qui donnera 4 pieds 3 pouces d'épaisseur au mur, et produira une résistance presque double de la poussée, comme dans les tables précédentes.

Troisième règle.

123. Si au lieu d'un mur aplomb, on veut faire un mur avec un talus de $\frac{1}{6}$, on ne donnera à l'épaisseur du mur



par le haut, que le neuvième de la diagonale; ainsi pour 15 pieds de hauteur, l'épaisseur par le haut sera de 2 pieds 4 pouces 3 lignes, et par le bas de 4 pieds 10 pouces 3 lignes.

Si l'on ne veut donner au talus que $\frac{1}{8}$, il faudra que l'épaisseur au sommet soit le huitième de la diagonale; ainsi pour 24 pieds de hauteur, la diagonale étant de 33 pieds 11 pouces 3 lignes, l'épaisseur par le haut sera de 4 pieds 2 pouces 10 lignes, et par le bas de 7 pieds 2 pouces 10 lignes.

Quatrième règle.

124. Pour trouver l'épaisseur d'un mur aplomb, auquel on veut ajouter des contre-forts de même épaisseur que le mur, éloignés de 18 pieds de milieu en milieu, on divisera la ligne de pente ou diagonale en dix parties égales; une de ces parties sera l'épaisseur cherchée. Exemple :

En supposant cette pente à 45 degrés pour 40 pieds de hauteur, la diagonale sera de 56 pieds 6 pouces 10 lignes, dont le dixième sera 5 pieds 7 pouces 10 lignes. La longueur des contre-forts sera le double, c'est-à-dire de 11 pieds 3 pouces 8 lignes, et leur épaisseur, comme celle du mur, de 5 pieds 7 pouces 10 lignes. En faisant le calcul qui résulte de ces dimensions, on trouvera que la résistance de ce mur avec les contre-forts, serait exprimée par $2497^{p}\ 1^{\circ}\ 7^{l}$, tandis que la poussée des terres n'est que de 1445.

Cinquième règle.

125. Si le mur auquel on ajoute des contre-forts avait un talus, pour trouver l'épaisseur du mur au sommet, il faut d'abord déterminer la moindre épaisseur pour 10 pieds de hauteur, afin d'avoir une certaine solidité indépendamment de celle nécessaire pour soutenir la poussée des terres. Cette épaisseur peut être fixée à 2 pieds; pour les hauteurs au-dessus on ajoutera pour chaque pied une quantité qui doit être d'autant plus grande que le talus sera moindre.

Ainsi pour un talus de $\frac{1}{5}$ on ajoutera 5 lignes,
pour $\frac{1}{6}$ — 6 lignes,
pour $\frac{1}{8}$ — 9 lignes;
on donnera aux contre-forts la même épaisseur qu'au mur, et leur longueur sera double.

Exemple.

Pour $\frac{1}{5}$ de talus et 40 pieds de hauteur, on ajoutera à 2 pieds 40 fois 5 lignes, ce qui donnera 3 pieds 4 pouces 6 lignes pour l'épaisseur du mur au sommet et la largeur des contre-forts; leur longueur sera le double, c'est-à-dire 6 pieds 9 pouces.

Les calculs faits d'après ces dimensions, donnent pour la résistance 2907, au lieu de 2890 indiqué dans la table IV, ou un peu plus du double de la poussée.

Pour $\frac{1}{6}$ de talus et même hauteur, en multipliant la hauteur par 6 lignes en y ajoutant 2 pieds, on trouvera pour l'épaisseur au sommet du mur et la largeur des contre-forts 3 pieds 8 pouces, sur 7 pieds 4 pouces de longueur. Les calculs faits d'après ces dimensions, donnent pour résistance 2926, au lieu de 2890 indiqué dans la table VII,

Enfin pour $\frac{1}{8}$ de talus et même hauteur, on trouvera, en multipliant la hauteur par 9 lignes, l'épaisseur du mur au sommet de 4 pieds 6 pouces, et la longueur des contreforts de 9 pieds, produisant une résistance de 2943, au lieu de 2890, indiqué dans la table VIII, contre une poussée de 1445.

126 Il faut remarquer que dans les deux premiers exemples que nous venons de citer, les quantités de lignes par lesquelles on multiplie la hauteur, croissent comme les dénominateurs des fractions qui indiquent le talus; mais elles ne suivent pas la même progression pour les talus au-dessus du premier exemple et au-dessous du troisième : car elle devient zéro lorsque le talus est les $\frac{2}{8}$ de la hauteur, tandis que pour $\frac{1}{16}$ de talus elle est de 25 lignes. Pour un mur d'aplomb il faut 48 lignes pour avoir la même résistance que les murs en talus dont il vient d'être question, qui sont les plus ordinaires.

ARTICLE VI.

Des points d'appui et des murs isolés.

127. Les épaisseurs à donner aux murs et points d'appui, pour leur procurer le degré de stabilité qui leur convient, dépendent non-seulement de la charge qu'ils peuvent avoir à soutenir, et de la force des pierres dont ils sont formés, mais encore de la proportion de leur base avec leur hauteur.

Il est certain que si l'on n'a égard qu'au poids dont un point d'appui est chargé, son épaisseur devra être d'autant

plus forte que les pierres qui le composent auront moins de force. Ainsi, par rapport aux pierres de Paris, si le fardeau à soutenir par un mur ou pied-droit exige 15 po. d'épaisseur en pierre dure, de l'espèce appelée cliquart, qui est la plus dure et la plus forte, il faudra, pour avoir la même force, si on les fait en liais, leur donner 17 pouces d'épaisseur.

	Pouces.	lig.
En pierre dite roche dure.	22	6
Dite banc-franc.	27	0
En pierre dure ordinaire.	33	0
En brique de Bourgogne.	45	0
En pierre du faubourg Saint-Marceau. .	60	
En Lambourde.	68	
En Vergelé dur.	80	
En Conflans dur.	92	
En Saint-Leu dur.	105	
Plâtre gâché.	110	
Conflans moyen.	115	
Mortier.	120	
Vergelé tendre.	124	
Conflans tendre.	136	
Saint-Leu tendre.	150	

128. Les colonnes étant souvent employées comme points d'appui, nous avons calculé la table suivante, qui indique les diamètres que devrait avoir une colonne faite de différentes espèces de marbre et de pierres, pour porter un poids d'un million, en ne prenant que la moitié du poids sous lequel ils s'écrasent.

	Pouces.	lig.
Basalte d'Auvergne.	9	0
Porphyre,	9	3
Basalte de Suède.	9	5
Granite rose, oriental.	13	10
Granite feuille morte, des Vosges.	14	5
Marbre noir de Flandre.	14	8
Granite gris de Bretagne.	16	1
Granite vert des Vosges.	16	7
Pierre de choin de Fay.	16	8
Pierre d'Istrie.	18	0
Pierre bleue de Florence.	18	4
Pierre de Meudon.	18	8
Pierre de Liais.	19	9
Granite gris des Vosges.	20	0
Marbre de Flandre dit cervelas.	20	6
Marbre bleu turquin.	23	6
Pierre travertine de Rome.	23	8
Marbre blanc veiné.	23	10
Liais de Senlis.	25	11
Roche d'Arcueil.	25	8
Banc-franc de Vernon.	26	0
Pierre de Verberie.	26	10
Roche de Saint-Maur.	29	7
Pierre de Gamelon près Compiègne.	33	7
Pierre de Tonnerre.	36	4
Pierre de Conflans, moyenne.	54	7
Pierre de Saint-Leu, moyenne.	58	3

129. Les tables précédentes calculées d'après les expériences faites sur la force des pierres, peuvent servir à apprécier la hardiesse apparente de plusieurs parties

d'édifices, dont les murs ou points d'appui excitent l'étonnement par leur légèreté, surtout dans les édifices gothiques, où l'on voit souvent des colonnes extrêmement élevées qui n'ont pas plus de 7 à 8 pouces de diamètre, et qui ont l'air de soutenir un poids énorme.

Dans l'église de Toussaint d'Angers, on admire deux colonnes de 11 pouces de diamètre sur 24 pieds de haut, qui soutiennent les retombées d'une voûte d'arête gothique de 63 pieds de long sur 31 pieds et demi de large. Cette voûte représentée par les figures 1 et 2 de la planche LXXIII, est construite en petits moellons de 5 pouces d'épaisseur avec des nervures en pierres. On trouve par le calcul, que la charge qui tombe sur ces colonnes est de 982 pieds cubes, lesquels, évalués à raison de 130 livres, produisent un poids de 127,660 livres.

Ces colonnes sont formées de trois morceaux d'une espèce de pierre dure posée en délit, désignée au numéro 140, page 183 du premier livre, dont le pied cube pèse 180 livres, et dont le pouce superficiel porte avant de s'écraser 6650; mais en ne prenant que la moitié de ce poids pour la charge d'un pouce superficiel, ces colonnes, dont la base supérieure contient 95 pouces superficiels et 190 pouces pour les deux, pourraient soutenir un poids de 631750, c'est-à-dire quatre fois et demi plus considérable que celui qu'elles portent.

Ce qui cause l'étonnement, est la proportion svelte du fût de ces colonnes, qui ont vingt fois et demi leur diamètre, comparée au développement considérable de la voûte qu'elles soutiennent. Il faut remarquer que cette voûte a très-peu d'épaisseur, et qu'elle est contenue par des murs de 4 pieds $\frac{1}{2}$ d'épaisseur, en sorte que le poids

que ces colonnes ont à soutenir, tombe perpendiculairement, il est évident que sans ces murs, le peu de base de ces colonnes par rapport à leur hauteur, les mettraient hors d'état de résister au moindre mouvement ou effort oblique, capable de les renverser avec la voûte qu'elles supportent.

Ainsi on voit qu'il ne suffit pas toujours qu'un point d'appui ait une superficie de base assez étendue pour supporter la charge qu'il a à soutenir; il faut de plus qu'elle soit capable de lui procurer la stabilité nécessaire pour résister aux efforts obliques ou les mouvemens auxquels sont exposées toutes les constructions possibles.

130. Relativement au merveilleux qui résulte du poids dont les colonnes sont chargées, il faut remarquer que l'espèce de pierre dont elles sont faites est huit fois plus forte que la pierre d'une dureté moyenne, qui exigerait des colonnes de 31 pouces de diamètre : or, de semblables colonnes n'auraient rien de surprenant, parce qu'elles n'auraient que 7 diamètres et $\frac{1}{2}$, proportion qu'on attribue à l'ordre toscan qui est le plus solide, et cependant ces colonnes seraient aussi chargées, en raison de leur force, que les colonnes existantes. Mais il est bon d'observer qu'elles exigeraient un cube de pierre et un développement de surface dix fois plus considérable.

Supposant, d'après l'expérience, que le prix de la pierre moyenne soit les deux tiers de celui de la pierre dure, et que la taille de cette dernière soit trois fois plus chère que celle de la pierre moyenne, il en résulterait que les colonnes en pierre dure coûteraient sept fois moins que celles en pierre moyenne; ce qui prouve combien dans certaines circonstances il y a plus d'économie à préférer

les pierres dures aux pierres tendres ou d'une dureté moyenne.

Cependant comme l'épaisseur des murs et des pieds-droits doit plutôt être proportionnée à leur hauteur qu'au poids qu'ils ont à soutenir, il en résulte que la stabilité des colonnes en pierre d'une dureté moyenne serait autant au-dessus de ce qu'exige la solidité, que celle des colonnes en pierre dure est au-dessous : d'où l'on peut conclure que les constructions en pierre dure bien combinées, peuvent coûter un tiers de moins que celles en pierre d'une dureté moyenne, et moitié de celle en pierre tendre d'une solidité égale, et être plus durables.

131. Les murs ou points d'appui construits en moellons maçonnés en plâtre ou en mortier, doivent avoir encore plus d'épaisseur que ceux en pierre de taille tendre, parce que le mortier ou le plâtre qui les unit, a toujours moins de consistance que la pierre la moins dure, et que jamais la maçonnerie n'est assez bien faite pour que les moellons soient aussi bien liés à l'intérieur qu'ils le paraissent à l'extérieur; souvent le milieu n'est rempli que de poussière et de recoupes à sec.

Mais en supposant ces constructions bien faites et bien garnies de mortier, comme le pratiquaient les anciens, un mur en moellons, de 2 pieds d'épaisseur, ne vaut pas plus qu'un mur en pierre de taille ordinaire d'un pied; cependant comme un mur en pierre de taille coûte quatre fois autant qu'un mur en moellons, il n'y a pas d'avantage à le préférer, à moins qu'on y soit forcé par le défaut d'espace.

132. Les figures 3 et 4 de la même planche représentent une partie du plan et de la coupe de la petite église de Cluny, place de Sorbonne, qu'on peut citer comme un exemple de construction très-légère : il en sera parlé dans

la suite, lorsqu'il s'agira de la poussée des voûtes de ce genre.

De l'épaisseur à donner aux murs en moellons.

133. L'expérience a fait connaître que dans les édifices ordinaires dont l'élévation ne passe pas 80 pieds, l'épaisseur qu'il faut donner aux murs et points d'appui, pour leur procurer une solidité suffisante, est beaucoup plus considérable que celle qu'exigerait le poids dont ils sont chargés, qui ne passe pas dix à douze milliers par pied superficiel. En ne prenant que la moitié du poids que les pierres dures ordinaires soutiennent avant de s'écraser, on trouve qu'un pied de superficie porterait 150 milliers, et la même superficie en pierre tendre 36 milliers : ce qui réduirait les murs en pierre dure à un pouce d'épaisseur, et ceux en pierre tendre à quatre : or il est évident que de pareils murs ne pourraient pas, faute de stabilité, se construire ni se soutenir, indépendamment de toute charge, puisqu'on voit tous les jours des murs de 15 à 18 pouces d'épaisseur, s'écraser sous une charge moindre de douze milliers, soit par le défaut de leur construction ou de leur stabilité.

Pour parvenir à connaître l'épaisseur qui convient aux murs, indépendamment de tout système, et à établir à ce sujet une règle fondée sur des faits bien constatés, j'ai visité et examiné avec soin les édifices de tout genre, construits en France et en Italie depuis plus de dix-huit siècles.

De tous les endroits que j'ai parcourus, il n'y en a pas où j'aie trouvé des murs de maçonnerie aussi bien construits, aussi solides et aussi bien conservés que dans les

ruines de la ville Adrienne, situées dans la Campagne de Rome, auprès de Tivoli. Ces murs, dont la plupart servaient pour des bâtimens d'habitation, subsistent depuis plus de 1650 ans, et sont exposés depuis plus de dix siècles à toutes les intempéries des saisons. Le temps paraît les avoir réduits à la hauteur où des murs isolés, qui ne sont ni couverts ni entretenus par des planchers, peuvent se soutenir. Les plus élevés de ceux qui se réunissent pour former de grandes pièces, ont 30 pieds de haut, sur 1 pied 10 pouces ou 2 pieds romains d'épaisseur, ce qui fait un peu moins de la seizième partie de leur hauteur. Le grand mur du Pécile, dont nous avons déjà parlé au troisième livre, page 333, a 27 pouces $\frac{1}{2}$ ou 2 pieds $\frac{1}{2}$ romains d'épaisseur sur 25 pieds de haut, c'est-à-dire le onzième. Comme ce mur qui a 613 pieds de longueur est absolument isolé, on peut en conclure qu'un mur de cette espèce bien construit et fondé sur un bon sol qui n'est pas susceptible de tassement, a toute la stabilité dont il est susceptible, lorsque sa hauteur n'a pas plus de onze fois son épaisseur. Ce mur et les autres dont il a été parlé avant, sont construits en maçonnerie de blocage, revêtus à l'extérieur de petits tufs disposés en losange et encadrés par d'autres tufs ou rangs de briques posés horizontalement, comme on le voit représenté à la planche VII, figures 4 et 7.

Il faut remarquer que ces murs dont la maçonnerie est partout bien garnie de mortier, ne formant actuellement qu'une seule pièce adhérente à leur fondation, ont acquis une stabilité plus grande que les murs en pierre de taille les mieux construits, et les murs de moellons ordinaires par assises horizontales.

De la stabilité relative aux murs.

134. On peut distinguer, dans la construction des édifices, trois degrés de stabilité, une forte, une moyenne, et une moindre.

Ainsi d'après les observations faites sur une très-grande quantité d'édifices de tous genres, il résulte qu'un mur aura une forte stabilité, s'il a pour épaisseur la huitième partie de sa hauteur; que la dixième partie lui procurera une stabilité moyenne, et la douzième le moindre degré de stabilité qu'il puisse avoir.

Cependant comme dans la composition des édifices, les murs se combinent les uns avec les autres, il en résulte qu'avec une moindre épaisseur, ils peuvent quelquefois avoir une stabilité suffisante.

Pour se former une idée juste de la différence d'un mur tout-à-fait isolé, d'avec celui qui se relie avec un ou deux autres, on peut, avec des morceaux de pierre écarris, ou avec des briques, bâtir de petits murs, tels que ceux représentés par les figures 20, 21 et 22, planche LXXII, dont la première présente un mur isolé; la seconde deux murs qui forment ensemble un angle; et la troisième deux murs formant avec un troisième deux angles.

Il est facile de concevoir que dans le premier cas, le mur, fig. 20, poussé par une puissance horizontale M N, n'éprouvera de résistance qu'en raison de la largeur de sa base; que dans le second cas, le mur G F, figure 21, s'opposera en partie à l'action de la puissance M N, de manière qu'il n'y aura que le triangle H I F qui puisse

se détacher; et enfin que dans le troisième cas, représenté par la figure 22, la puissance M N ne pourra renverser que le triangle C G H, qui sera d'autant plus grand que les murs C D, H I seront plus éloignés.

Dans le premier cas, le tassement inégal du sol ou de la construction, peut produire l'effet de la puissance M N; il suffit qu'il se fasse dans le bas une désunion horizontale, pour que le mur tombe.

Dans le second cas, il faut qu'il se fasse une désunion oblique qui exige un plus grand effort de la part de la puissance M N.

Enfin dans le troisième cas, pour renverser le mur, il faut qu'il se fasse trois déchiremens qui exigeraient de la part de la puissance M N, une force encore plus considérable que pour le second cas.

Il est aisé de concevoir que la résistance du mur placé entre deux autres, sera plus grande en raison de ce que les murs C D, H I, seront plus près l'un de l'autre; de manière que dans un rapprochement extrême, le déchirement serait impossible, et que dans un grand éloignement, la partie du milieu ne résisterait guères plus qu'un mur isolé.

Les murs qui renferment un espace, sont dans le cas du mur précédent, parce qu'ils se soutiennent mutuellement par leurs extrémités : ainsi leur épaisseur doit augmenter en raison de leur longueur.

La méthode simple et facile que nous allons donner pour déterminer cette épaisseur dans tous les cas, est le résultat d'une infinité d'expériences, d'observations et de calculs.

135. Soit A B C D, fig. 2, planche LXXIV, la face d'un des grands murs qui doivent renfermer l'espace rectan-

gulaire EFGH, fig. 1. après avoir tiré la diagonale BD, on portera dessus de B en *d* la huitième partie de la hauteur, si l'on veut lui donner beaucoup de solidité; la neuvième ou dixième partie pour une solidité moyenne, et la onzième ou douzième, pour une construction légère. Si par le point *d*, on mène une parallèle à AB, leur intervalle indiquera l'épaisseur à donner aux grands murs EF, GH, dont la longueur est égale à AD.

On aura l'épaisseur des murs EG, FH, en portant leur longueur de A en D', et après avoir tiré la diagonale, on opérera comme pour les premiers.

136. Lorsque les murs qui renferment un espace, ont différentes longueurs sur une même hauteur, comme la fig. 3, on peut abréger l'opération en décrivant un petit cercle du point B avec un rayon égal au huitième, dixième, douzième ou telle autre partie de la hauteur qu'on jugera à propos, pour avoir une construction forte, moyenne ou légère; on portera ensuite leur longueur EF, FG, GH, et HE, de A en D, D', D''; et D'''; et après avoir formé les rectangles AC, AC', AC'', et AC''', on tirera du point commun B les diagonales BD, BD', BD'' et BD''', qui couperont le petit cercle décrit du point B en différens points, par lesquels on menera des parallèles à AB, qui indiqueront les épaisseurs de chacun de ces murs proportionnées à leur longueur, pour avoir une égale stabilité.

On a rassemblé dans la figure 7 les opérations pour trouver les épaisseurs des murs formant les poligones 5, 6, 8 et 9 que l'on suppose avoir même hauteur : ainsi dans cette fig., AD indique le côté de l'hexagone fig. 9; AD' celui du pentagone, fig. 8; AD'' le côté du carré, figure 5; et AD''' celui du triangle équilatéral, figure 6.

Il est évident que par la méthode que nous venons de proposer, on augmente l'épaisseur des murs en raisou de leur longueur et de lenr hauteur, car l'une on l'autre ou toutes les deux ne peuvent recevoir d'accroissement ou de diminution, sans que la diagonale n'éprouve le même effet et en même proportion.

137. On peut déterminer par le calcul l'épaisseur des murs que nous avons trouvée géométriquement. Il snffit pour cela de faire une figure en proportion comme pour les exemples précédens, et une simple règle de trois. La figure étant faite sur une échelle assez grande pour indiquer les pouces, on mesurera avec cette échelle la longueur de la diagonale : connaissant par ce moyen les trois côtés du triangle ABD semblable au petit triangle B *de*, on aura BD est à B*d*, comme AD et à *ed*. Exemple :

Supposons que la longueur du mur désignée par AD soit de 28 pieds et sa hauteur AB de 12 pieds, on trouvera la longneur de la diagonale de 30 pieds 5 pouces [illegible]; et prenant le neuvième de AB ou 16 pouces pour l'épaisseur à porter sur la diagonale de B en *d*, on dira : si 30 pieds 5 pouces donnent 16 pouces, combien donneront 28 pieds? et on trouvera pour la valeur de *ed*, 14 ponces 8 lignes.

138. On peut encore trouver cette épaisseur par le calcul trigonométrique, par le moyen de deux analogies ou proportions : la première pour trouver l'angle ABD, que fait la diagonale avec la verticale AB, et la seconde le rapport de la diagonale avec le côté AB. Par la première, en prenant AB pour sinus total, on aura 12 : 28 : : *st* : tang. de 66 degrés 40'; par la seconde analogie, en prenant B*d* pour sinus total, on aura *st* : S. 66^{d}. 48^{m}. : : 16 : 14 [illegible], ou 14 pouces 8 lignes.

139. Considérant les différentes formes que peut avoir un espace renfermé par des murs, on reconnaitra facilement que plus la figure de cet espace aura de côtés, plus chacun de ces côtés sera petit, comme on peut le voir par les figures 6, 5, 8, et 9 qui renferment des espaces égaux en superficie; d'où il résulte que plus un espace renfermé par des murs, a de côtés, moins ces murs ont besoin d'épaisseur.

140. Le cercle pouvant être regardé comme un polygone d'une infinité de côtés extrêmement petits, il en résulte qu'une enceinte circulaire pourrait subsister avec une épaisseur infiniment petite; cette propriété se démontre par une expérience fort simple : car si l'on prend une grande feuille de papier, on ne pourra jamais la faire tenir debout étendue en ligne droite; mais si l'on s'avise d'en former un cylindre creux, elle se soutiendra avec une certaine stabilité, quoique l'épaisseur qui lui sert de base ne soit pas la millième partie de la hauteur de la feuille.

141. Cependant comme les murs doivent avoir une certaine épaisseur pour se soutenir solidement, parce qu'ils sont composés de parties qui peuvent se désunir, on pourra considérer une enceinte circulaire, comme un polygone régulier de douze côtés, et déterminer son épaisseur par les procédés ci-devant expliqués.

Ou bien, pour rendre l'opération plus simple, chercher l'épaisseur d'un mur droit, dont la longueur serait égale à la moitié de celle du rayon.

Supposons, par exemple, une enceinte circulaire de 56 pieds de diamètre et de 18 pieds de haut, dont il s'agit de déterminer l'épaisseur : on formera un rectangle A B C D, fig. 2, dont la base A D soit égale à la moitié du rayon,

c'est-à-dire à 14 pieds, et dont la hauteur A B soit de 18 pieds ; ayant ensuite tiré la diagonale BD, on portera dessus de B en d, la neuvième partie de la hauteur, c'est-à-dire 2 pieds, et on tirera par le point d, une parallèle ad, à la base dont la longueur indiquera l'épaisseur du mur que l'on cherche, que l'on trouvera de 14 pouces $\frac{3}{4}$.

142. Pour faire cette opération par le calcul, on ajoutera ensemble le carré de la hauteur et celui de la moitié du rayon, c'est-à-dire de 18, qui donne 324, et 14 qui donne 196, et on extraira la racine carrée de la somme 520 qu'on trouvera $= 22\frac{8}{10}$, qui sera la valeur de la diagonale B D ; on fera ensuite la proportion $22\frac{8}{10}$ est à la moitié du rayon qui est 14 pieds, comme la neuvième de la hauteur du mur qui est 2 pieds est à un quatrième terme, qu'on trouvera $= 14$ pouces $\frac{74}{100}$.

143. Le mur extérieur de l'église de St.-Étienne-le-Rond à Rome forme une enceinte circulaire de 198 pi. de diamètre. Ce mur qui est construit en maçonnerie de blocage revêtu en briques, a 2 pieds 4 pouces d'épaisseur sur 22 pieds $\frac{1}{2}$ de haut. En y appliquant la règle précédente, on trouvera que la diagonale du rectangle qui aurait pour base le côté d'un polygone égal à la moitié du rayon sur 22 pieds $\frac{1}{2}$, serait $= \sqrt{49\frac{1}{2} \times 49\frac{1}{2} + 22\frac{1}{2} \times 22\frac{1}{2}}$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $54\frac{37}{100}$; faisant ensuite la proportion $54,37 : 49,5 :: \frac{22\frac{1}{2}}{9}$ est à un quatrième terme, on trouvera 2 pieds 3 pouces 4 lignes, au lieu de 2 pieds 4 pouces.

Cet accord de la règle que nous proposons pour un mur d'un diamètre presqu'aussi grand que celui du mur extérieur de la halle au blé de Paris, et qui existe depuis plus de 15 siècles, peut donner une idée de son exactitude.

De l'épaisseur à donner aux murs des édifices qui ne sont pas voûtés.

144. Ces murs ordinairement placés à des distances moins grandes que ceux qui forment des enceintes découvertes, se soutiennent avec une moindre épaisseur, surtout lorsqu'ils sont réunis par des planchers ou des toits disposés d'une manière convenable.

Il y a de très-grands édifices, tels que les anciennes Basiliques de Rome, qui ne sont couverts que d'un toit; d'autres ont un simple plafond sous le toit; les palais et les bâtimens d'habitation, ont souvent plusieurs rangs de planchers au-dessous du toit.

145. Nous allons commencer par les édifices qui ne sont couverts que d'un seul toit de charpente, comme étant les plus simples après les murs de clôture.

Parmi les édifices de ce genre, il y en a qui ont des points d'appui continus, tels que des murs qui se relient et s'entretiennent mutuellement les uns et les autres; d'autres ont des points d'appui isolés, tels que des piliers, des colonnes ou des pilastres qui se réunissent par des arcades.

Lorsque la charpente qui forme le toit d'un édifice, est bien entendue, bien loin de nuire à la solidité des murs ou points d'appui qui la soutiennent, elle sert à les entretenir.

Il existe plusieurs édifices considérables, dont les murs et points d'appui ne pourraient pas se soutenir sans le secours de la charpente des toits qui les couvrent. A Rome, la Basilique de Saint-Paul hors les murs, représentée par la planche LXXV, figure 1, est divisée en

cinq nefs formées par quatre files de colonnes reliées par des arcades qui soutiennent des murs sur lesquels pose la charpente du comble, comme on le voit par la coupe en travers, planche LXXVI. La nef du milieu a 23 mètres [illegible] ou 73 pieds [illegible] de largeur sur 30 mètres [illegible] ou 93 pieds 10 pouces de hauteur. Les murs qui forment cette nef sont élevés sur des colonnes de 10 mètres [illegible] ou 31 pieds 9 po. de haut, et leur épaisseur est d'un peu moins de trois pieds, c'est-à-dire qu'elle n'est que la trente-deuxième partie de leur hauteur.

146. A la ville Adrienne, les murs les plus élevés qui se soient maintenus jusqu'à présent sur pied, n'ont pour hauteur que 16 fois leur épaisseur, sur 16 mètres [illegible] ou 51 pi. 9 po. de longueur. Ces murs, qui formaient de très-grandes salles, étaient pleins dans toute leur étendue, et entretenus par d'autres à leurs extrémités. Ainsi on peut croire que si les murs de la Basilique de Saint-Paul n'étaient pas entretenus par la charpente du comble de la grande nef, et appuyés par celle des bas côtés, ils ne pourraient pas se soutenir. Il en est de même des murs qui forment la nef de l'église de Sainte-Sabine, représentés en plan par la fig. 2 de la planche LXXVI, et en coupe par la planche suivante; ces murs qui sont aussi élevés sur des colonnes, ont 16 mètres [illegible] ou 52 pieds de haut, 47 mètres [illegible] ou 145 de long et un peu moins de 2 pieds d'épaisseur, c'est-à-dire la vingt-sixième partie de leur hauteur.

Mais en ne comparant l'épaisseur de ces murs qu'avec la hauteur des bas côtés, qui forment la plus grande partie isolée, on trouve que, dans la Basilique de Saint-Paul, elle en est la dix-septième, et à Sainte-Sabine la treizième. Dans les autres Basiliques ou églises à colonnes, la moindre

épaisseur du mur est le douzième de la plus grande partie isolée, comme à Sainte-Marie-Majeure, Sainte-Marie, à Transtevère; Saint-Chrysogone, Saint-Pierre-aux-liens, à Rome; Saint-Laurent et le Saint-Esprit, à Florence; Saint-Philippe-de-Néri, à Naples; Saint-Joseph et Saint-Dominique-le-Grand, à Palerme.

147. Il faut remarquer que l'épaisseur à donner aux murs dépend autant de la manière dont ils sont construits et des matériaux qu'on y emploie, que de leur élévation et de leur charge. Un mur en moellons ou en pierre de taille, de 12 pouces, dont toutes les pierres forment l'épaisseur du mur, est quelquefois plus fort qu'un de 18 à 20 pouces, formé de pierres qui n'ont que la moitié ou le tiers de cette épaisseur, dont le milieu n'est qu'un remplissage de pierrailles, que les ouvriers emploient souvent avec de la poussière sans mortier. C'est ainsi que sont construits à Paris la plupart des murs mitoyens; j'en ai vu qui se séparaient en deux sous la charge des planchers, presque toujours plus considérables d'un côté du mur que de l'autre.

148. Il faut cependant observer que c'est plutôt la stabilité que la force qui constitue la solidité des édifices; en sorte qu'un mur en pierre dure, de 4 pouces d'épaisseur, serait plus fort qu'il ne faut pour soutenir la charge que portent des murs de 18 pouces d'épaisseur dans les maisons les plus élevées, c'est-à-dire de 5 à 6 étages; mais il n'aurait pas assez de stabilité, à cause du peu de largeur de sa base.

149. L'examen particulier que j'ai fait d'environ 280 édifices de tous genres, anciens et modernes, situés tant en France qu'en Italie, m'a fait connaître que dans ceux

couverts d'un simple toit à deux pentes, composés de fermes d'assemblage en charpente, avec plafond ou sans plafond, et disposés de manière à empêcher l'écartement des murs, la moindre épaisseur des murs bien construits, en moellons ou en briques, est la vingt-quatrième partie de la largeur, dans œuvres, c'est-à-dire, prise des nus intérieurs.

Dans les maisons particulières, divisées en plusieurs étages par des planchers, nous avons trouvé que l'épaisseur des murs de face, est depuis 15 pouces jusqu'à 24; celle des murs mitoyens, de 16 à 20 pouces, et l'épaisseur des murs de refend de 12 à 18.

Dans les bâtimens plus considérables, les murs de face ont depuis 2 pieds jusqu'à 3 pieds d'épaisseur; les murs mitoyens, de 20 à 24 pouces; et les murs de refend, de 15 à 20 pouces.

Dans les palais et les grands édifices, dont les rez-de-chaussées sont voûtés, les murs de face ont depuis 4 pieds jusqu'à 9 pieds, et les murs de refend, depuis 2 jusqu'à 6 pieds.

150. Il est à propos de faire observer que, dans le grand nombre d'édifices que nous avons eu occasion d'examiner, nous n'avons pas toujours trouvé l'épaisseur des murs et points d'appui proportionnés à leur position, aux espaces qu'ils renferment, ni aux charges qu'ils supportent. Dans quelques-uns de très-grands espaces et des charges considérables répondent à des murs et des points d'appui très-faibles; et dans d'autres des murs très-épais renferment de très-petits espaces, et de forts points d'appui n'ont presque rien à soutenir.

Afin de parvenir à établir une règle sûre et facile pour

déterminer l'épaisseur des murs dans les édifices qui ne sont pas voûtés, nous avons considéré que les entraits des fermes de charpente qui forment les combles, étant toujours posés dans le sens de la largeur, de même que les poutres et les solives des planchers, doivent servir à entretenir les murs opposés; mais à cause de l'élasticité et de la flexibilité dont les bois sont susceptibles, ils ne laissent pas de fatiguer les murs en raison de la plus grande largeur des espaces qu'ils renferment; d'où il résulte que c'est la largeur et la hauteur des pièces qui doivent servir à déterminer l'épaisseur des murs.

Première règle.

151. Dans les bâtimens qui ne sont couverts que d'un simple toit, si les murs sont isolés des deux côtés dans toute leur hauteur, jusque sous les entraits des fermes du comble, comme l'indique la figure de la planche LXXVI, ayant tiré la diagonale BD, on portera dessus de B en b et de D en d la douzième partie de la hauteur A B; ensuite par les points b et d, on mènera des parallèles à B A et DC, qui formeront avec ces lignes le profil de l'épaisseur des murs.

Lorsqu'on connaît la hauteur A B et la largeur A D, on peut trouver l'épaisseur $c\,b$ par le calcul, en faisant attention que $BD = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2}$; connaissant la valeur de B D, on aura celle de $c\,b$, en faisant la proportion $BD : AD :: Bb : \frac{AD \times Bb}{BD} = c\,b$.

N. B. Cet ouvrage ayant été composé long-temps avant l'établissement des nouvelles mesures, on a conservé les expressions en pieds partout où l'espèce de mesure est indifférente, sans y ajouter leur équivalent en mètres.

Première application.

152. Supposant la largeur B C de 24 pieds, et la hauteur AB de 32, on aura $\sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2}$ $= \sqrt{24 \times 24 + 32 \times 32}$, qui devient, après avoir fait les calculs indiqués, $\sqrt{576 + 1024}$ ou $\sqrt{1600} = 40$; ainsi B D sera de 40 pieds. B b, qui indique la douzième partie de A D ou de 32 pieds, sera 2 pieds 8 pouces; l'épaisseur du mur exprimé par $\frac{AD \times Bb}{BD}$, sera $\frac{24 \times 2\frac{2}{3}}{40}$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, 1 pied $\frac{3}{5}$ ou 1 pied 7 pouces 2 lignes pour l'épaisseur cherchée.

Si les murs qui supportent le toit étaient appuyés à une certaine hauteur par d'autres constructions ou par des toits inférieurs, comme dans les églises en Basilique, on portera sur la diagonale B D de B en b, le douzième de la hauteur au-dessus de l'appui et le vingt-quatrième de celle au-dessous de b en f; on mènera ensuite du point f une parallèle à A B, qui déterminera l'épaisseur cf que l'on cherche; ou bien, ce qui revient au même, on ajontera ensemble la hauteur totale A B de l'intérieur, et celle E B de l'extérieur au-dessus de l'appui E, dont on prendra la vingt-quatrième, qu'on trouvera égale à B b plus bf.

Deuxième application.

153. Les murs de la grande nef de la Basilique de Saint-Paul hors les murs, représentés par la figure 1 de la planche LXXVI, ont de hauteur à l'intérieur jusque sous

les entraits des fermes du comble, 93 pieds 10 pouces, dont 26 pieds 2 pouces pour la partie extérieure au-dessus des toits des bas côtés. Ces deux mesnres ajoutées ensemble donnent 120 pieds, dont le vingt-quatrième est 5 pieds, qu'on portera sur la diagonale B D, de B en f; ensuite des points f et B, on tirera une verticale et une horizontale qui détermineront l'épaisseur e B, qu'on tronvera de 3 pieds.

Si l'on veut opérer par le calcnl, on aura

$BD = \sqrt{93^{p}.\ 10 \times 93^{p}.\ 10 \times 73^{p}.\ 6 \times 73^{p}.\ 6}$, qui donne après avoir fait les calculs indiqués,

$BD = \sqrt{14207} = 119^{p}.\ 2$ pouces. Pour avoir l'épaisseur e B, on fera, comme ci-devant, la proportion $BD : AD :: Bf : \frac{AD \times Bf}{BD} = eB = \frac{73\frac{1}{2} \times 5}{119.2}$, qui donne e B = 3 pieds 1 pouce, au lieu de 2 pieds 11 pouces 9 lignes que ces murs ont en exécution; ce qui prouve l'exactitude de cette règle.

154. La même opération faite ponr les mnrs de la nef de l'église de Sainte-Sabine, fig. 2, même planche, dont la hanteur est de 51 pieds 2 pouces, sur 42 pieds 2 pouces de largeur à l'intérieur, et 16 pieds d'élévation au-dessus des toits des bas côtés, donne 21 pouces 4 lignes; ceux en exécution ont un pen moins de 24 ponces.

155. La nef de l'église de Sainte-Marie-Majeure a 52 pieds 7 pouces ½ de largeur, sur 56 pieds 6 pouces 4 lignes d'élévation, sous le plafond en bois qui tient à la charpente du comble.

La hauteur extérieure depuis le toit des bas côtés, est de 19 pieds 8 pouces : en y appliquant la règle précédente, on trouvera 26 pouces ¾ pour l'épaisseur des

murs, au lieu de 28 pouces ½ qu'ils ont en exécution. En faisant la même opération pour la nef de l'église de Saint-Laurent de Florence, dont la largeur intérieure est de 37 pieds 9 pouces, sur 69 d'élévation jusque sous le plafond en bois, comme celui de Sainte-Marie-Majeure, et dont la hauteur extérieure depuis le toit des bas côtés, est de 18 pieds, on trouvera pour l'épaisseur des murs, 21 pouces, au lieu de 21 pouces 6 lignes, ou un bras de Florence qu'ils ont en exécution.

156. Dans la même ville, la grande nef de l'église du St.-Esprit, bâtie aussi par Bruneleschi, est terminée par un plafond en bois, soutenu par les entraits de la charpente du comble, comme dans la précédente; sa hauteur est de 76 pieds jusque sous le plafond, sur 37 pieds 4 pouces de largeur : à l'extérieur, les murs sont élevés de 19 pieds au-dessus des toits des bas côtés. D'après ces dimensions, la règle donne 21 pouces 3 lignes, au lieu de 22 pouces ½.

157. La nef de l'église de St.-Philippe de Néri, à Naples, avec un plafond dans le même genre, a 37 pieds de largeur, sur 53 pieds 8 pouces de hauteur jusque sous le plafond : à l'extérieur, les murs sont élevés de 20 pieds 4 pouces au-dessus des toits. L'application de la règle donne 21 pouces pour l'épaisseur des murs, au lieu de 22 pouces ½. Le plan de cette dernière église est représenté par la figure 4 de la planche LXXV.

158. Il est bien essentiel de remarquer que, dans les églises que nous venons de citer, les murs extérieurs sont beaucoup plus épais, quoiqu'ils soient pleins depuis le bas dans toute leur longueur, et que cette plus grande épaisseur leur a été donnée pour résister à l'effort des toits

des bas côtés, qui sont en appentis, et qui, par cette disposition, agissent avec plus de force contre le mur extérieur. Ainsi à l'église de Saint-Paul, le mur extérieur le long des bas côtés, a 7 pieds d'épaisseur, sur 40 pieds d'élévation, au lieu de 3 pieds 4 pouces qu'il devrait avoir d'après la règle; ce qui produit une résistance 4 fois plus forte, capable de maintenir les autres murs, qui ne sont élevés que sur des colonnes isolées, et qui ne se sontiendraient pas sans ce moyen.

159. A l'église de Sainte-Sabine, le mur extérieur qui a 26 pieds d'élévation, n'a que 26 pouces d'épaisseur, c'est-à-dire celle que donne la règle; mais il n'y a qu'un rang de bas côtés, et les murs de la nef du milieu ont plus d'épaisseur relativement à sa largeur, et moins d'élévation.

160. A Saint-Paul, les murs de la nef du milieu n'ont que la 24e. partie de sa largeur intérieure, tandis qu'à Sainte-Sabine ils en ont la 21e., et 42 pieds 8 pouces de moins en élévation.

161. Aux églises de St.-Laurent et du St.-Esprit à Florence; à St.-Philippe de Néri, à Naples, les renfoncemens pratiqués pour les chapelles augmentent considérablement la résistance de ces murs; mais les bas-côtés sont voûtés.

Deuxième Règle.

Pour les édifices composés de plusieurs étages séparés par des planchers.

162. Cette règle est, comme la précédente, le résultat d'une infinité de recherches et d'observations faites sur un

très-grand nombre d'édifices de ce genre, auxquels nous avons appliqué le calcul d'après les principes de mécanique, afin d'établir une méthode sûre et facile, fondée sur la théorie et l'expérience.

Dans les maisons ordinaires, où la hauteur des planchers ne passe pas 12 à 15 pieds, pour trouver l'épaisseur des murs intérieurs ou de refend, il ne faut avoir égard qu'à la largeur de l'espace qu'ils divisent, et au nombre de planchers qu'ils ont à soutenir. Quant aux murs de face, qui sont isolés d'un côté dans toute leur hauteur, il faut avoir égard à l'épaisseur du bâtiment et à son élévation. Ainsi un corps de logis simple exige des murs de face plus épais qu'un corps de logis double de même genre et de même hauteur, parce que leur stabilité est en raison inverse de leur largeur.

163. Supposons un corps de logis simple, fig. 1, planche LXXIX, dont l'épaisseur est de 24 pieds et la hauteur jusqu'au-dessous du toit, de 36 pieds; on ajoutera à 24 pieds la moitié de la hauteur 18, et l'on prendra la vingt-quatrième partie de la somme 42, c'est-à-dire 21 pouces pour la moindre épaisseur de chacun des murs de face au-dessus du socle ou première retraite, au rez-de-chaussée. Pour une construction moyenne, on ajoutera un pouce, et 2 pouces pour une construction solide.

164. Si c'est un corps de logis double, dont l'épaisseur soit de 42 pieds sur même hauteur que le précédent, on ajoutera ensemble la moitié de la hauteur et de la largeur du bâtiment, c'est-à-dire 21 et 18, et l'on prendra la vingt-quatrième partie de la somme, qui donnera 19 pouces et demi pour l'épaisseur de chacun de ces murs.

165. Pour déterminer l'épaisseur des murs de refend,

on ajoutera à l'espace que ces murs doivent diviser, la hauteur de l'étage, et l'on prendra la trente-sixième partie de la somme. Ainsi pour trouver l'épaisseur du mur I K, qui divise en deux l'espace L M, qui est de 32 pieds, on ajoutera la hauteur de l'étage, que je suppose de 10 pieds, ce qui donnera 42 pieds, dont le trente-sixième est 14 pouces. On peut ajouter à cette épaisseur un demi-pouce pour chaque étage au-dessus du rez-de-chaussée; ainsi pour trois étages, l'épaisseur du mur par le bas serait de 15 pouces ½. Cette proportion est celle qui convient pour les constructions en briques, et en pierres d'une dureté moyenne.

166. Si l'on est obligé d'employer des pierres tendres ou des tufs, en usage dans quelques départemens, on ajoutera un pouce par étage, au lieu d'un demi-pouce: ainsi, pour l'exemple précédent, on ajoutera aux 14 pouces que donne la règle, 3 pouces pour les étages au-dessus du rez-de-chaussée, ce qui portera son épaisseur à 17 pouces.

Pour le mur A B, qui divise l'espace compris entre les deux murs de face, qu'on trouvera de 35 pieds, on ajoutera la hauteur, 10 pieds; et le trente-sixième de la somme, 45 pieds, qui est 15 pouces, sera l'épaisseur à donner à ce mur, s'il ne s'élève que d'un étage : s'il monte plus haut, on ajoutera, comme il a été dit ci-devant, autant de demi-pouces qu'il soutiendra d'étages au-dessus du rez-de-chaussée. En opérant de même pour les espaces N O, P Q, RS des plans, fig. 1 et 2, on trouvera leur épaisseur.

167. Pour citer un exemple, nous allons faire l'application de cette règle, à une maison de la rue d'Enfer, près

le Luxembourg, connue sous le nom d'hôtel de Vendôme : cette maison, bâtie sur les dessins de Le Blond, architecte du Czar Pierre, se trouve dans le Cours d'Architecture de Daviler. Ce bâtiment a 46 pieds d'épaisseur au droit des arrière-corps, et 47 au milieu, sur 33 pieds d'élévation, depuis le pavé jusqu'au-dessus de l'entablement : ainsi pour avoir l'épaisseur des murs de face, on prendra la moitié de la somme de la hauteur et de la largeur, $= \frac{47 + 33}{2} = 40$ pieds, dont le vingt-quatrième est 20 pouces; mais comme c'est une construction solide, en y ajoutant 2 ponces, on trouvera 22 pouces au lieu de 2 pieds qu'ils ont en exécntion.

Pour l'épaisseur du mur intérieur, qui traverse le bâtiment selon sa longueur, l'espace entre les deux murs de face étant de 42 pieds, et la hauteur de chaque étage de 14 pieds, l'épaisseur de ce mur devrait être de $\frac{42 + 14}{36}$, c'est-à-dire de 18 pouces 8 lignes, au lieu de 18 pouces qu'il a.

Par la même opération, on trouvera que l'épaisseur du mur qui sépare le salon, qui a 22 pieds de largeur, de la salle à manger, qui en a 18 et 14 pieds de haut, devrait être 18 pouces 6 lignes, au lieu de 18 pouces; mais comme les murs de face construits en pierre de taille ont 2 pieds d'épaisseur, leur stabilité étant plus grande que ne l'exige la règle, les murs intérieurs se trouvent maintenus, et n'ont plus besoin d'une aussi grande épaisseur, ainsi que nous l'avons expliqué, page 184, en parlant des petites colonnes qui soutiennent la voûte de l'église de Toussaint d'Angers, représentées par la planche LXXIII.

168. Comme, malgré tout ce que nous avons dit sur la stabilité, on pourrait être étonné de ce que nous proposons des épaisseurs aussi fortes pour les murs et points d'appui en pierre de taille, que pour ceux en moellons ou en briques, dont la force n'est guère plus grande que celle du mortier ou du plâtre qui les unit, nous ferons observer de nouveau, que lorsqu'un mur ou point d'appui peut être maintenu bien d'aplomb sur sa base, par l'effet des parties environnantes, il peut soutenir un poids proportionné à l'étendue de sa surface; et comme les pierres les plus tendres, qui ont moins de consistance que le mortier ou le plâtre, peuvent encore soutenir 500 pesant par pouce superficiel, ce qui donne 72 milliers par pied, tandis que le résultat de tous les calculs que nous avons faits sur des bâtimens élevés de cinq à six étages, ne donne que dix à douze milliers; il est évident que les murs en pierres tendres maintenus bien d'aplomb, ont, d'après les dimensions qu'indique la règle, une force plus que suffisante; mais que s'ils sont dérangés de leur aplomb, faute d'avoir une base asez large pour leur procurer la stabilité qui leur convient, tout l'effort se portant sur une des arêtes de l'épaisseur des murs, comme on le voit par la fig. A de la planche LXXIV, cette arête doit s'écraser, quelle que soit la dureté de la pierre, parce que l'effort, au lieu de se porter sur une face de 15 à 18 pouces de largeur, se trouve agir sur une ligne ou une surface qui n'a presque pas de largeur.

169. Lorsqu'au lieu d'un mur, on substitue un pan de bois de charpente hourdé en plâtre et ravalé des deux côtés pour ne former qu'une seule pièce, il suffit de lui donner la moitié de l'épaisseur que devrait avoir, d'après la règle, le mur qu'il remplace.

170. Pour les cloisons légères de distribution, qui ne portent pas plancher, leur épaisseur sera le quart de ce que donne la règle.

171. Quant aux points d'appui isolés, il faut toujours faire en sorte qu'ils puissent être maintenus d'aplomb par les parties environnantes : la largeur de leur base peut être depuis le douzième jusqu'au huitième de leur hauteur.

La règle que nous proposons s'accorde fort bien avec tous les bâtimens construits par Palladio, quoique la plupart soient en partie voûtés. Celui que nous allons citer pour exemple est avec plancher; il a été bâti pour les frères Mocenigo de Venise, dans un endroit appelé la *frata del Polesine :* la largeur des principales pièces est de 16 pieds sur autant de hauteur; elles sont séparées par d'autres qui n'ont que 8 pieds, en sorte que la largeur de l'espace divisé par chaque mur, est de 25 pieds $\frac{1}{2}$, ce qui donne pour leur épaisseur $\frac{25\frac{1}{2}+16}{36}$, qui se réduit, en faisant les calculs indiqués, à 13 pouces 10 lignes, au lieu de 14 pouces qu'ils ont en exécution.

Les murs de face ayant 24 pieds de hauteur, et l'épaisseur du bâtiment 46 pieds, leur épaisseur sera $\frac{24+46}{2\times 24}$, qui donne 17 pouces $\frac{1}{2}$, après avoir fait les calculs indiqués; ceux exécutés ont 18 pouces.

172. Nous ne donnerons de règle pour les édifices voûtés, qu'après avoir expliqué les différentes manières de construire les voûtes, et la théorie de leur poussée, qui feront le sujet de la section suivante. Nous allons terminer celle-ci, par une comparaison des murs et points d'appui de plusieurs édifices de différens genres, avec

l'espace qu'ils occupent, pour faire connaître le degré de stabilité qui leur convient.

173. La Basilique de Saint-Paul hors les murs, représentée par la figure 1 de la planche LXXV, occupe une superficie de 9899 mètres ou 2605 toises carrées, dont 1176 mèt. $\frac{1}{10}$ ou 309 tois. $\frac{1}{2}$ en points d'appui, ce qui fait à peu près les $\frac{2}{17}$ de la superficie totale, ou les deux quinzièmes de l'espace libre qu'ils renferment. On distingue dans son plan trois dispositions différentes.

Dans la première, comprenant le vestibule, les murs et points d'appui sont la huitième partie de l'espace total, ou la septième de l'espace intérieur.

Dans la seconde partie, qui comprend la grande nef, et les doubles bas côtés, formés par quatre files de colonnes, les murs et points d'appui sont la dixième partie de l'espace total, et la neuvième de l'espace libre intérieur.

Dans la troisième partie, formant le chœur, la grande niche et les deux chapelles à côté, les murs et points d'appui, sont le cinquième de l'espace total et le quart de l'espace libre.

174. L'église de Sainte-Sabine, située sur le Mont-Aventin à Rome, représentée par la figure 2 de la même planche, occupe une superficie de 1407 mètres, ou 370 toises $\frac{1}{4}$, et celle des murs et points d'appui 143 mètres $\frac{45}{100}$, ou 37 toises $\frac{3}{4}$, ce qui fait un peu plus du dixième de l'espace total, et du neuvième de l'espace libre de l'intérieur. La charpente qui forme le toit au-dessus de la nef du milieu est apparente comme à Saint-Paul hors les murs; celle des toits au-dessus des bas côtés est recou-

verte en partie d'un plafond en bois, le fond est terminé par trois niches voûtées; celle du milieu a 10 mètres [illegible], 33 pieds 7 pouces de diamètre, et les deux antres 3 mètres ou 9 pieds ½. Le plan de cette église offre le plus bel exemple de simplicité et de légèreté qu'il soit possible de réunir, pour construire à peu de frais un édifice de ce genre.

175. L'église de Saint-Pierre-aux-liens, représentée par la figure 3, offre un plan dans le même genre; mais les bas côtés et les parties du fond au-devant des grandes niches, sont voûtés, ainsi que le vestibule extérieur; la nef du milieu l'est aussi, mais en bois.

La superficie totale de cette église est de 2000 mètres [illegible], ou 529 toises ½ dont 311 mètres [illegible] ou 82 toises en murs et points d'appui, c'est-à-dire environ [illegible] de la superficie totale, ou les [illegible] de l'espace libre qu'ils renferment.

176. Le plan représenté par la fig. 4, est celui de l'église de Saint-Philippe de Néri, une des plus belles de Naples. La nef d'entrée est avec un plafond en bois et des bas côtés voûtés, soutenus par des colonnes de granite d'une seule pièce. Ces colonnes sont réunies par des arcades, au-dessus desquelles s'élève un mur percé de croisées. Le surplus de l'église est voûté avec un dôme au centre. Cette église occupe une superficie de 2121 mètres [illegible], ou 558 toises ¼, dont 273 mètres [illegible], ou 72 toises en murs et points d'appui, ce qui fait moins du septième ou [illegible] de la superficie totale, et [illegible] de l'espace libre qu'ils renferment. Mais si l'on ne considère que la partie de l'entrée, les points d'appui sont moins du neuvième de la superficie totale et du septième de l'espace libre intérieur.

177. Le plan représenté par la figure 5 est celui du

grand temple de Pestum : sa superficie, à compter du nu extérieur des colonnes par le bas, est de 1426 mètres $\frac{9}{10}$, ou 375 toises $\frac{1}{5}$, dont 64 toises $\frac{1}{4}$ en points d'appui c'est-à-dire plus du sixième ou $\frac{4}{23}$ de la superficie totale, et $\frac{4}{19}$ de la superficie libre ou plus du cinquième.

178. Dans le plan, fig. 6, qui représente le temple de Junon Lucine à Girgenti en Sicile, la superficie totale du temple prise, comme pour le précédent, du nu extérieur des colonnes, est de 634 mètres ou 166 toises $\frac{3}{4}$ et celle des murs et points d'appui, de 103 mètres $\frac{9}{10}$ ou 27 toises $\frac{6}{7}$, ce qui fait un peu moins du sixième de la superficie totale, et moins du cinquième de la superficie libre.

179. Le plan, fig. 7, représente celui du temple de la Concorde, situé aussi à Girgenti : sa superficie totale est de 636 mèt. $\frac{6}{10}$ ou 167 toises $\frac{1}{3}$, et celle des points d'appui de 123 mèt. $\frac{6}{10}$ ou 32 tois. $\frac{1}{3}$, c'est-à-dire moins du cinquième de la superficie totale et du quart de la superficie libre.

Ces trois exemples prouvent que dans les temples grecs qui n'étaient couverts que par un toit en charpente et des plafonds en bois ou en pierre de taille, les murs et points d'appui sont doubles de ceux des églises en basilique, dont il vient d'être question.

180. Dans les grands temples égyptiens, comme celui dont le plan est représenté par la fig. 2. de la pl. XXVI, les murs et points d'appui sont les $\frac{2}{5}$ de l'espace total qu'ils occupent, et les $\frac{2}{3}$ de l'espace libre qu'ils renferment.

Des édifices circulaires.

181. Nous avons déjà fait observer que les édifices circulaires exigent des points d'appui moindres que ceux qui

sont rectangulaires ou à faces droites. Parmi les édifices de ce genre, qui ne sont couverts que d'un toit de charpente, l'église de Saint-Étienne-le-Rond, dont il a déjà été parlé, est un de ceux qui contiennent une moindre superficie de points d'appui, par rapport à son étendue.

Plusieurs antiquaires prétendent que cet édifice, dont le plan est représenté par la figure 1 de la planche LXXVIII, est un ancien temple de Faune, bâti par l'empereur Claude; d'autres ont pensé que c'était un arsenal, ou magasin pour la marine : il occupe une superficie de 3914 mètres [illegible] ou 898 toises [illegible], et celle des points d'appui n'est que de 190 mètres [illegible] ou 50 toises [illegible]; ainsi, supposant que cet édifice a été entièrement couvert, comme il est très-probable, la superficie des murs et points d'appui ne serait que le dix-huitième de la superficie totale et le dix-septième de l'espace libre qu'ils renferment La coupe représentée par la figure 2, fait voir d'un côté la manière dont cet édifice pouvait être couvert et éclairé, et de l'autre, son état actuel.

182. Pour les édifices à plusieurs étages avec planchers, nous avons trouvé que dans la plupart des hôtels de Paris, bâtis sous la fin du règne de Louis XIV, ou au commencement de celui de Louis XV, la superficie des murs et points d'appui est environ le quart de la superficie totale, en ne déduisant pas les vides des portes et croisées, mais en les déduisant, à peu près du sixième.

183. Dans les bâtimens construits par Palladio dans le Vicentin et autres lieux de l'état de Venise, les murs et points d'appui sont depuis le cinquième jusqu'au quart, et en diminuant les vides, depuis le septième jusqu'au huitième; mais il faut observer que, dans la plupart,

le rez-de-chaussée est voûté, et que les grandes pièces ont depuis 18 pieds jusqu'à 25 pieds de hauteur : dans ceux à planchers, les grandes pièces ont depuis 15 pieds jusqu'à 20, les murs sont presque tous construits en briques ou en pierre d'une dureté moyenne.

184. Dans la Belgique, et les départemens du nord, où l'on fait beaucoup d'usage de briques, la superficie des murs et points d'appui n'est souvent que les [illegible], sans déduire les vides des portes et croisées, et en les diminuant, environ des [illegible].

185. Dans plusieurs bâtimens de Paris, bâtis depuis le règne de Louis XV, les murs et points d'appui sont le cinquième, sans déduction des vides, et les [illegible] en les déduisant; c'est à très-peu de chose près la proportion que donne la règle que nous proposons pour les moindres épaisseurs, c'est-à-dire les [illegible] sans déduction, et les [illegible] avec déduction, ou $\frac{1}{5}$.

186. Dans les palais de Rome, tels que les palais Farnèse, Altems, Madame, de Monte-Cavallo, Barberini, Borghèse, Rospigliosi, Alessandrini, Spada, Falconieri, Lanceloti, etc., où les pièces du rez-de-chaussée sont voûtées, les murs et points d'appui sont d'environ le quart de l'espace total qu'ils occupent, et les $\frac{1}{5}$ en déduisant les vides des portes et croisées.

187. Aux palais de Paris et des environs, tels que le Louvre, les Tuileries, le Luxembourg, Versailles, les murs et points d'appui forment les [illegible] et les [illegible], en déduisant les vides des portes, croisées, arcades et autres.

188. Dans les ruines de la ville Adrienne, on trouve des restes considérables d'édifices voûtés, et d'autres avec des planchers qui peuvent être rangés dans la classe des

palais. Les calculs que j'ai faits de leurs points d'appui, comparés aux superficies qu'ils occupent, m'ont fait connaître que, dans les édifices voûtés, ces superficies, tout vide rabattu, sont entre le sixième et le septième de celle qu'ils occupent. Pour les édifices qui ne sont pas voûtés, ce rapport est entre le huitième et le neuvième. De plus, il faut observer que les murs sont presque tous pleins, parce que ces édifices étaient éclairés par le haut.

189. Le Panthéon de Rome, dont le plan est représenté dans la planche LXXX, est le plus grand édifice voûté construit par les anciens, c'est-à-dire celui qui comprend le plus grand espace couvert par une seule voûte. Son diamètre extérieur est de 55 mètres $\frac{2}{10}$, ou 172 pieds et sa superficie, sans y comprendre le portique, de 2475 mètres $\frac{2}{10}$, ou 651 toises $\frac{1}{2}$, dont 616 mètres $\frac{2}{10}$, ou 162 toises $\frac{1}{2}$ en murs et points d'appui, ce qui fait un peu moins du quart.

En comprenant le portique, la superficie totale de cet édifice est de 3182 mètres ou 837 toises $\frac{7}{10}$; celle des points d'appui de 739 mètres $\frac{1}{10}$, ou 194 toises $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire les $\frac{2}{9}$ de la superficie totale.

Il faut remarquer que c'est le même rapport que pour les palais de Rome, et lorsqu'on ne comprend pas le portique, le rapport est comme pour les palais de Paris.

190. Le dôme des Invalides dont le plan est représenté dans la même planche, occupe une superficie de 2695 mètres $\frac{4}{10}$ ou 709 toises $\frac{1}{2}$; celle des murs et points d'appui est de 724 mètres ou 190 toises $\frac{1}{2}$, ce qui fait environ les $\frac{4}{15}$ de la surperficie totale, c'est-à-dire $\frac{2}{45}$ de plus qu'au Panthéon de Rome.

191. L'édifice de la Halle au Blé de Paris, qui se trouve

aussi sur la même planche, occupe une superficie de 3660 mètres $\frac{4}{100}$, ou 963 toises $\frac{2}{7}$, dont en murs et points d'appui 307 mètres $\frac{8}{100}$, ou 81 toises. En considérant cet édifice indépendamment de la cour, on trouve que la superficie du bâtiment voûté qui est autour, est de 2466 mètres $\frac{6}{100}$ ou 648 toises; dans ce cas, le rapport des murs et points d'appui serait d'environ $\frac{1}{8}$; mais si l'on voûtait la cour, comme je l'ai proposé et prouvé qu'il était possible de le faire, dans un mémoire que j'ai publié en l'an XII, alors les murs et points d'appui ne seraient plus que [illegible], c'est-à-dire un peu plus du douzième. En se rappelant ce que nous avons dit relativement à l'avantage des murs circulaires sur les murs droits, on ne sera point surpris de ce rapport. En parlant de l'église de Saint-Étienne-le-Rond, nous avons fait voir que les murs et points d'appui n'étaient que la dix-huitième partie de l'espace qu'ils occupent, tandis qu'à Saint-Paul hors les murs, dont la largeur est à très-peu de chose près égale au diamètre de l'église de Saint-Étienne, et qui est disposé de même, ce rapport est $\frac{1}{10}$, c'est-à-dire presque double, ou comme 9 est à 5.

192. Il existe à Rome, près la porte Majeure, les ruines d'un grand édifice appelé vulgairement Galluzzo, représenté par les fig. 1 et 2 de la planche LXXXI. L'intérieur forme en plan un polygone de dix côtés, dont le diamètre est de 23 mètres $\frac{67}{100}$, ou 72 pieds 10 pouces entre les faces parallèles opposées. Les restes de cet édifice, que les uns prennent pour une basilique et les autres pour un temple d'Hercule, occupent une superficie de 855 mèt. [illegible] ou 225 tois. [illegible], dont 201 mèt. [illegible], ou 53 tois. en murs et points d'appui, pour la partie au rez-de-chaussée indiquée en plan par A, ce qui fait un peu moins du quart de la super-

ficie totale, c'est-à-dire les $\frac{4}{17}$. Mais comme une partie de ces points d'appui servaient à des constructions qui n'existent plus, en ne prenant que la partie isolée au-dessus des niches, indiquée dans le plan par B, on trouve que l'espace qu'elle occupe avec les contre-forts, est de 627 mètres ou 165 toises, dont 114 mètres ou 30 toises en murs et contre-forts, ce qui fait les $\frac{2}{11}$ de la superficie totale. Cet édifice est construit comme le Panthéon, en maçonnerie de blocage revêtu en briques. La voûte est aussi en blocage de petits tufs et de pierres légères, avec des chaînes de briques aux angles rentrans; cette voûte est en arc de cloître.

193. Le plan de l'église de Saint-Vital de Ravenne, qui se trouve sur la même planche, fig. 3, offre un édifice octogone bâti dans le sixième siècle, avec une partie en saillie, formant chœur, et des chapelles qui paraissent avoir été construites depuis. La partie primitive indiquée par une teinte plus forte, occupe une superficie de 676 mètres $\frac{2}{13}$ ou 178 toises, dont 106 mètres $\frac{2}{13}$ ou 28 toises en murs et points d'appui, ce qui fait moins du sixième de la superficie totale ou $\frac{2}{13}$.

La grande coupole du milieu qui a 16 mètres $\frac{2}{13}$, ou 52 pieds de diamètre, est formée avec de petits tuyaux au lieu de briques qui s'emmanchent les uns dans les autres, comme on le voit par les fig. 6 et 8 formant spirale, au lieu de rangs concentriques. Cette voûte qui est en plein cintre, a ses reins garnis jusqu'à environ 36 degrés, ou les $\frac{2}{5}$ de sa hauteur, d'une maçonnerie faite avec des poteries ou vases de terre cuite, dont la forme et les dimensions sont indiquées par la figure 7, afin d'éviter le poids en la fortifiant. La partie de la voûte au-dessus est formée

par le bas, de trois épaisseurs de tuyaux, et de deux par le haut, ainsi qu'on le voit dans la coupe fig. 4 et 5.

194. La première figure de la planche LXXXII est le plan de l'église de Sainte-Sophie de Constantinople, construite par Anthemius de Tralles et Isidore de Milet, architectes grecs, sous l'empire de Justinien, vers le milieu du sixième siècle, c'est-à-dire dans le même temps que Saint-Vital de Ravenne. Cet édifice, qui est entièrement voûté, occupe avec les vestibules et les escaliers, une superficie de 9571 mètres $\frac{4}{10}$ ou 2524 toises, dont 2097 mètres $\frac{11}{100}$ ou 552 toises en murs et points d'appui, c'est-à-dire à peu près les $\frac{2}{10}$ de la superficie totale.

La coupole qui s'élève au centre de cet édifice, a 35 mètres $\frac{1}{10}$ ou 108 pieds de diamètre; son sommet est élevé de 61 mètres $\frac{4}{10}$ ou 189 pieds au-dessus du pavé.

195. On a gravé sur la même planche le plan de l'édifice connu à Rome sous le nom de temple de la Paix, commencé par l'empereur Claude, et fini par Vespasien.

Cet édifice occupe avec le portique, une superficie de 1665 toises $\frac{1}{3}$, dont 209 $\frac{2}{3}$ en murs et points d'appui, ce qui fait un peu moins du huitième de la superficie totale ou $\frac{25}{199}$.

La nef du milieu avait, d'après les ruines qui existent, 77 mètres $\frac{6}{10}$ ou 239 pieds de longueur, sans y comprendre la grande niche du fond, sur 25 mètres $\frac{40}{100}$, on 77 pieds $\frac{1}{2}$ de largeur, et 36 mètres $\frac{4}{10}$, ou 112 pieds d'élévation jusqu'au sommet de la voûte.

196. Les Thermes construits par les empereurs, étaient des édifices immenses, avec de très-grandes salles au centre, semblables au temple de la Paix; ce qui a fait croire à plusieurs antiquaires que ce prétendu temple était plntôt

un reste d'anciens Thermes, ou une dépendance du palais de Néron, connu sous le nom de maison Dorée, qu'un temple.

Les Thermes sont, de tous les édifices voûtés construits par les Romains, ceux qui occupent une plus grande étendue. La superficie de ceux bâtis par Dioclétien, est de 119934 mètres ou 31351 toises carrées, dont 43563 mètres ou 11464 toises en bâtimens.

Ceux d'Antonin Caracalla occupaient une étendue de 144332 mètres ou 32719 toises carrées, dont 59553 mètres $\frac{6}{10}$, ou 15672 toises en bâtiment.

197. L'hôtel des Invalides, qui est un des plus grands établissemens de Paris, ne contient que 35309 mètres $\frac{6}{10}$ ou 9292 toises superficielles de bâtimens, savoir :

Pour le dôme et l'église. .	4696 mètr	$\frac{6}{10}$	ou	1236 toises.
Pour les grands bâtimens.	14679	$\frac{4}{10}$	—	3863
Pour les bâtimens moyens.	11989	0	—	3155
Et en petits bâtimens. . .	3944	$\frac{6}{10}$	—	1038
	35309 mètr.	$\frac{6}{10}$	ou	9292 toises.

De ces bâtimens, il n'y a que le dôme et l'église qui puissent être comparés aux bâtimens des Thermes, dont les grandes salles du milieu équivalent à nos plus grandes églises.

198. Aux Thermes de Dioclétien, le bâtiment du milieu a 32680 mètres, ou 8600 toises de superficie, c'est-à-dire une fois et demie plus que l'église de Saint-Pierre de Rome, et plus de 5 fois autant que l'église de Notre-Dame de Paris. La grande salle du milieu qui sert actuellement d'église, a 58 mètres $\frac{71}{100}$ ou 180 pieds 8 pouces de longueur, sur 24 mètres $\frac{18}{100}$ ou 75 pieds 5 pouces de largeur et

30 mètres $\frac{[illegible]}{100}$ ou 94 pieds d'élévation jusqu'au sommet de la voûte. Les murs et points d'appui sont un peu plus du sixième de la superficie totale.

199. Aux Thermes de Caracalla, le bâtiment du milieu, représenté par la planche LXXXIII, occupe une superficie de 25604 mètres $\frac{4}{10}$ ou 6738 toises carrées, dont 1184 en murs et points d'appui, ce qui fait un peu plus qu'aux Thermes de Dioclétien, c'est-à-dire $\frac{[illegible]}{17}$.

La grande salle du milieu, marquée B, a 55 mètres $\frac{[illegible]}{100}$ ou 170 pieds 6 pouces de longueur, 21 mètres $\frac{[illegible]}{100}$, ou 74 pieds 4 pouces de large, et 30 mètres $\frac{[illegible]}{100}$ ou 93 pieds de haut.

La grande pièce ronde, marquée A, avait 33 mètres $\frac{[illegible]}{10}$ ou 104 pieds de diamètre; celle marquée C est la fameuse *Cella Soleare*, dont parle Spartian dans la vie d'Antonin Caracalla, page 186, édition de Robert Étienne, in-8°. Paris 1544, où il s'exprime ainsi :

Reliquit Thermas nominis sui eximias, quarum cellam Solearem architecti negant posse ullâ imitatione, quâ facta est, fieri. Nam et ex ære vel cupro cancelli superpositi esse dicuntur, quibus cameratio tota concretida est : et tantum est spatii ut idipsum fieri negant potuisse docti mechanici.

Il a laissé de magnifiques Thermes, qui portent son nom, dans lesquels on admire la salle Soleare, que les architectes regardent comme un ouvrage inimitable, par la manière dont la voûte est construite. Car elle est faite avec des lames de bronze ou de cuivre, soutenue par des armatures de même métal, qui se croisent en forme de grillage. L'espace qu'elle couvre est si considérable, que les plus savans mécaniciens ne conçoivent pas comment elle peut se soutenir.

200. Les citoyens romains, qui ne s'occupaient ni des arts ni du commerce, avaient besoin de très-grands édifices pour se rassembler; de là, la quantité et la grandeur des bâtimens publics, et surtout des Thermes. Ammien Marcellin dit que leur nombre, leur étendue et leur magnificence excitaient l'admiration de tous ceux qui venaient à Rome.

Le nom de ces édifices vient du grec θερμή qui signifie chaleur; il leur fut donné parce qu'ils servaient de bains chauds. Dans la suite on y joignit les cinq exercices qui avaient lieu dans les palestres des Grecs, c'est-à-dire la course, le disque, la paume, la lutte et le pugilat. Il y avait des portiques, des galeries, des salles de conversation où se rendaient les philosophes pour enseigner leur doctrine, les auteurs pour réciter leurs ouvrages. Toutes les pièces dont se composaient les Thermes étaient très-spacieuses et voûtées.

L'intérieur était décoré de colonnes de granite; les murs étaient revêtus de marbres précieux, et ornés de vases, de statues et de tableaux; le pavé était en mosaïque, et les voûtes décorées de peintures et d'ornemens de stucs.

Il paraît que les empereurs s'étaient plu à procurer à ces édifices la plus grande magnificence; on y trouvait réunis les chefs-d'œuvres de peinture et de sculpture, et autres objets précieux que les Romains avaient transportés des principales villes de la Grèce et de l'Asie : les plus remarquables sont ceux bâtis

par Agrippa, vers l'an. . . . . 10 de l'ère vulgaire.
Nérou. 64
Vespasien. 68

Titus, vers l'an. . . . 75 de l'ère vulgaire.
Domitien. 90
Trajan. 110
Adrien. 120
Commode 188
Antonin Caracalla. . 217
Alexandre Sévère. . . 230
Philippe. 245
Dèce. 250
Aurélien. 272
Dioclétien. 295
Constantin. 324

Indépendamment de ces Thermes, Victor et Ruffus comptent jusqu'à 800 bains, dont les principaux étaient ceux de Paul Émile, de Jules César, de Mécénas, de Livie, de Salluste, d'Agrippine, etc.

201. Relativement à l'art de bâtir, ces édifices sont encore remarquables par la manière dont ils sont construits, les matériaux qu'on y a employés, et les précautions avec lesquelles ils ont été mis en œuvre. Quoique les murs et points d'appui ne soient qu'en maçonnerie de blocage revêtue de brique, toutes les parties en sont si bien liées, que celles qui existent encore ne forment qu'une seule masse, quoique la plupart soient dépouillées de leur revêtement de briques, et exposées depuis plusieurs siècles à toutes les intempéries des saisons. La figure 9 de la planche VII indique la manière dont cette construction est faite: l'explication se trouve à l'article VI du second livre, pages 342 et 343.

Les canaux, les bassins et les réservoirs qui fournissaient de l'eau à ces bains ont été faits avec tant de soins

que parmi ceux qui restent, les uns servent encore et les autres pourraient servir aux mêmes usages. Leur intérieur est revêtu d'une forte couche de ciment, tous les angles rentrans sont arrondis, leur fond est une surface courbe en tous sens, plus basse dans le milieu et qui se raccorde avec les arrondissemens le long des murs; la maçonnerie de ces murs est faite à bain de mortier, en sorte qu'il en résulte des pièces imperméables à l'eau, comme le marbre ou la terre cuite.

Voyez l'article enduit, au second livre, page 411.

202. L'édifice le plus grand et le plus magnifique, bâti par les modernes, est l'église de Saint-Pierre de Rome, dont le plan est représenté par la planche LXXXIV. Cet édifice occupe une superficie de 21103 mètres $\frac{4}{10}$ ou 5553 toises $\frac{4}{5}$, dont 5511 mètres $\frac{2}{10}$ ou 1450 toises $\frac{1}{5}$ en murs et points d'appui, c'est-à-dire plus du quart de la superficie totale et plus du tiers de la superficie libre. Ces murs et points d'appui sont en pierre travertine, pour l'extérieur, et en pierre péperine et en briques pour l'intérieur, avec des remplissages de maçonnerie en blocage. Bramante qui fut le premier architecte de cet édifice, avait conçu le projet de réunir ce que les anciens ont fait de plus grand et de plus magnifique, en élevant, selon son expression, le Panthéon au-dessus du temple de la Paix. Le plan de Bramante était réellement beau et vaste; sa superficie, sans y comprendre le péristyle extérieur, était de 19843 mètres ou 5222 toises, et les murs et points d'appui de 4354 mètres $\frac{8}{10}$ ou 1146 toises, ce qui fait environ les $\frac{2}{9}$ de la superficie entière, comme dans l'église, exécuté par ceux qui lui succédèrent; mais dans le plan de Bramante, les points d'appui étaient beaucoup

mieux distribués, tant pour l'effet et la belle disposition que pour la solidité. Cependant Bramante, dont le caractère était extrêmement ardent, et qui aurait voulu voir cet édifice aussitôt terminé que commencé, mit tant de précipitation et si peu de soin aux parties qu'il fit construire, qu'à peine les quatre arcs du fond furent-ils achevés, qu'il s'y manifesta des lézardes considérables.

Les architectes qui succédèrent à Bramante, effrayés de ces désunions, ne songèrent qu'à augmenter les points d'appui, sans faire attention que ces accidens provenaient plutôt des vices de construction, que de leur trop petite superficie, et surtout de la manière dont ils avaient été fondés sur des sols différens, deux des piliers ayant été établis sur les fondemens d'un ancien cirque de Néron, et les deux autres sur un terrain pénétré des eaux qui s'écoulaient des collines qui sont auprès.

Il était impossible que ces piliers, fondés isolément et sans avoir pris aucune des précautions convenables, ne fussent pas sujets à des tassemens inégaux, qui furent la véritable cause des lézardes que ces arcs éprouvèrent. Les autres parties de cet édifice ont été construites avec la même insouciance. Vazari raconte que San-Gallo, un des successeurs de Bramante, avait fait venir de Florence un certain Lorenzetto, homme sans talens et fort intéressé, qui faisait les ouvrages à tant la canne; il s'enrichit en très-peu de temps, en faisant de très-mauvais ouvrages. Les constructions faites du temps de Michel-Ange ont aussi le défaut d'avoir été faites avec des remplissages à pierres perdues, sans soin ni arrangement, c'est ce qui a occasioné dans la suite toutes les lézardes du dôme,

comme nous l'avons déjà remarqué au troisième livre, page 69.

203. L'église cathédrale de Sainte-Marie-des-Fleurs à Florence, dont le plan est représenté par la première figure de la planche LXXXV, fut commencée en 1288, par Arnolphe, architecte florentin.

Ce plan offre deux parties si différentes, qu'on a de la peine à croire qu'elles soient du même temps et du même architecte. La partie qui comprend la nef d'entrée, a toute la légèreté du gothique moderne; et celle du fond, comprenant le dôme et les trois bras de la croix, a toute la lourdeur de l'ancien gothique. Il est probable que Arnolphe, dont l'intention était de couvrir l'espace octogone du milieu par une grande voûte semblable à celle du Baptistère de Saint-Jean, qui est auprès, avait cherché à donner aux pieds-droits qui devaient la soutenir, une force extraordinaire pour résister à l'effort dont il croyait qu'elle était susceptible.

En 1300, lorsque Arnolphe mourut, il n'y avait de fait que trois des arcs destinés à soutenir cette grande voûte ou coupole. Les ouvrages furent interrompus jusqu'en 1420, que Philippe Brunelleschi fut chargé de les continuer. La grandeur extraordinaire de cette coupole, dont le diamètre est de 42 mètres $\frac{1}{100}$, ou 129 pieds 4 pouces, avait excité l'attention de tout le monde; on convoqua une assemblée des plus fameux architectes et mathématiciens du temps, pour aviser aux moyens d'exécuter une voûte aussi considérable. Après bien des contestations, Brunelleschi, qui s'était occupé depuis long-temps de cet objet, offrit de s'en charger et de la construire, sans avoir besoin des piliers et des cintres qu'on avait pro-

posé, et qui auraient doublé la dépense; mais voyant qu'on tournait sa proposition en ridicule, il refusa de faire voir ses dessins et son modèle. On finit cependant par accepter sa proposition, et quand il eut fait voir son modèle, on ne douta plus de la possibilité de son exécution. La coupole fut finie en 1434; la lanterne au-dessus n'était pas encore achevée, lorsque Brunelleschi mourut en 1440; elle ne fut terminée d'après ses dessins qu'en 1456.

La superficie de l'église de Sainte-Marie-des-Fleurs est de 7881 mètres $\frac{2}{10}$ ou 2074 toises, dont 1582 mètres $\frac{1}{10}$ ou 416 toises $\frac{1}{2}$ en murs et points d'appui, c'est-à-dire un peu plus du cinquième de la superficie totale, et du quart de la superficie libre.

Mais si l'on ne considère que la partie comprenant le dôme et les trois bras qui y aboutissent, on trouve que la superficie est de 4582 mètres ou 1205 toises $\frac{5}{6}$, et celle des points d'appui de 1252 mètres $\frac{7}{10}$ ou 329 toises $\frac{4}{5}$, c'est-à-dire les $\frac{3}{11}$ de la superficie totale et les $\frac{3}{8}$ de la superficie intérieure.

Lorsqu'on ne considère que la nef d'entrée, on trouve sa superficie de 3294 mètres $\frac{4}{10}$ ou 868 toises, dont 329 mètres $\frac{2}{10}$ ou 86 toises $\frac{2}{3}$ en murs et points d'appui, c'est-à-dire, à peu de chose près, le dixième de la superficie totale et $\frac{1}{9}$ de la superficie intérieure.

204. L'église de Saint-Paul de Londres, dont le plan se trouve sur la même planche, présente une espèce de croix, au centre de laquelle s'élève un dôme qui est le plus grand qui existe après celui de Saint-Pierre de Rome. Son plan, par le bas, forme un octogone régulier percé de huit arcades, dont quatre grandes répondent aux nefs, et les autres aux bas côtés. Cette disposition ingénieuse procure

des percés très-intéressans. C'est peut-être le plan de la coupole de Sainte-Marie-des-Fleurs à Florence qui en a fait naître l'idée : mais quoi qu'il en soit, il faut convenir que cet arrangement est beaucoup plus heureux que celui à pans coupés, qu'on a adopté dans les autres coupoles modernes; il a de plus l'avantage de former une base plus solide, composée de huit piliers, et d'avoir des pendentifs moins saillans.

A Saint-Paul de Londres, le cercle racheté par les pendentifs est plus petit que l'octogone formé par les piliers, son diamètre n'étant que de 31 mètres $\frac{92}{100}$, ou 98 pieds 3 pouces, tandis que celui de l'octogone est de 32 mètres $\frac{92}{100}$, ou 101 pieds 4 pouces. Ces pendentifs sont couronnés par un entablement complet orné de consoles et de modillons.

La tour du dôme qui s'élève au-dessus n'est pas érigée, comme dans les autres, d'aplomb sur le cercle racheté par les pendentifs, mais à 1 mètre $\frac{14}{100}$, ou 3 pieds $\frac{1}{2}$ en arrière, en sorte qu'elle a par le bas 34 mètres $\frac{2}{10}$ ou 105 pieds 3 pouces de diamètre. Ce reculement de 1 mètre $\frac{14}{100}$, ou 3 pieds $\frac{1}{2}$, est occupé par deux marches et un gradin sur lequel on peut s'asseoir; au-devant est un balcon en fer, posé sur la saillie de la corniche, dont le dessus est élevé de 29 mètres $\frac{97}{100}$, ou 92 pieds 3 pouces au-dessus du pavé.

Le mur circulaire formant cette tour, au lieu d'être aplomb, est incliné à l'intérieur d'un mètre et demi ou 4 pieds 8 pouces sur une hauteur de 19 mètres $\frac{9}{100}$, ou 58 pieds 9 pouces, c'est-à-dire d'environ $\frac{1}{13}$. Cette disposition, qui serait un vice dans les constructions ordinaires, a été imaginé par le chevalier Wren, architecte de cet

édifice, pour augmenter la résistance de ce mur, afin d'avoir plus de force pour soutenir les efforts réunis de la grande voûte intérieure formant coupole, et de la tour conique qui porte la lanterne.

La superficie totale de cette église est de 7809 mètres, ou 2055 toises dont 1330 mètres ou 350 toises en murs et points d'appui, c'est-à-dire un peu plus du sixième de la superficie totale et $\frac{1}{5}$ de l'espace libre.

Mais si l'on ne considère que la partie qui répond au dôme, terminée par les quatre avant-corps A, B, C, D, on trouve que les points d'appui sont un peu moins du quart de la superficie totale, c'est-à-dire les $\frac{2}{11}$, et les $\frac{2}{11}$ de l'espace libre.

205. Dans la planche LXXXVI on a mis en parallèle les plans des cathédrales de Milan et de Notre-Dame de Paris; toutes deux d'architecture gothique, sont remarquables par la belle disposition de leur plan : celle de Milan, qui est la plus grande, occupe une superficie de 11696 mètres $\frac{4}{10}$ ou 3078 toises, dont 1785 mètres $\frac{6}{10}$ ou 522 toises $\frac{1}{4}$ en murs et points d'appui, c'est-à-dire plus de la sixième partie de la superficie totale, ou $\frac{6}{47}$, en ne déduisant pas les vides des vitraux qui sont fort élevés; et en les diminnant, la superficie des points d'appui se réduit à moins du septième de la superficie totale.

En ne comparant que l'espace intérieur aux piliers isolés qui soutiennent les voûtes, on trouve que ces points d'appui ne sont que la qnarante-troisième partie de l'espace compris entre les murs : cet espace, sans y comprendre les sacristies, étant de 8677 mètres $\frac{5}{10}$, ou 2283 toises $\frac{1}{4}$, et la superficie des piliers isolés, 201 mètres $\frac{4}{10}$ ou 53 toises.

La planche LXXXVII fait voir nne conpe sur la largeur

de cette église, prise dans le milieu de la coupole avec la pyramide au-dessus. La hauteur de cette espèce de pyramide à jour est de 60 mètres $\frac{1}{10}$, ou 184 pieds 8 pouces $\frac{1}{2}$, à partir de la ligne AB, qui passe au-dessus de la corniche des pendentifs de la coupole, est de 111 mètres $\frac{8}{10}$, ou 344 pieds à partir du pavé de l'église.

A l'intérieur, l'élévation de la grande nef du milieu est de 47 mètres $\frac{77}{100}$, ou 147 pieds, et celle des bas côtés, de 35 mètres $\frac{24}{100}$, ou 110 pieds.

La hauteur jusqu'à l'ouverture de la coupole, est de 67 mètres $\frac{88}{100}$, ou 209 pieds. Cette église, qui fut commencée en 1386, est toute construite en marbre blanc, tiré des environs du lac Majeur : il en a été question au premier livre, page 138, N°. 141.

206. L'église de Notre-Dame de Paris occupe une superficie de 6258 mètres $\frac{1}{10}$ ou 1647 toises, dont 816 mètres $\frac{4}{10}$ ou 230 toises $\frac{1}{2}$ en murs et points d'appui, en déduisant le vide des vitraux des chapelles, ce qui donne un peu moins du septième de la superficie totale; d'où il résulte que cette église est d'une construction un peu plus légère que celle de Milan.

La superficie intérieure de l'église de Notre-Dame de Paris est de 4520 mètres, ou 1189 toises $\frac{1}{2}$, sans y comprendre les chapelles, dont en points d'appui pour soutenir les voûtes, 136 mètres $\frac{8}{10}$, ou 36 toises, c'est-à-dire un peu moins de la 33me. partie de la superficie libre. Ainsi l'on voit que les points d'appui intérieurs qui se trouvent en plus grand nombre et beaucoup plus rapprochés dans cette église que dans celle de Milan, donnent, en proportion de l'espace intérieur, une plus grande superficie de points d'appui, c'est-à-dire $\frac{1}{33}$, au lieu de $\frac{1}{43}$, ce qui fait $\frac{1}{247}$ de plus.

Dans l'église de Notre-Dame, les galeries au-dessus des bas côtés forment une superficie d'environ 2234 mètres $\frac{4}{10}$, ou 588 toises, laquelle ajoutée à celle du bas, que nous avons trouvé de 4520 mètres ou 1189 toises $\frac{2}{3}$, déduction faite des chapelles, donne 6754 mètres [illegible], ou 1777 toises $\frac{2}{3}$ de superficie libre, tandis que la superficie intérieure de l'église de Milan est de 8677 mètres $\frac{2}{10}$, ou 2283 toises $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire plus d'un qnart en sus de Notre-Dame de Paris, en y comprenant les galcries.

207. Le Panthéon Français, ou nouvelle église de Sainte-Geneviève, planche LXXXVIII, occupe une superficie de 5593 mètres $\frac{8}{10}$ ou 1472 toises, dont 861 mètres $\frac{4}{10}$, ou 226 toises $\frac{3}{4}$ en murs et points d'appui, ce qui fait un peu moins du sixième ou $\frac{6}{35}$ de la snperficie totale.

En ne prenant que la superficie renfermée par les murs, pour la comparer aux points d'appui isolés qui soutiennent le dôme et les voûtes, on ne trouve pour 4389 mètres $\frac{24}{100}$, ou 1155 toises $\frac{1}{4}$ que, 35 toises $\frac{1}{7}$, ou 134 mètres $\frac{24}{100}$ de points d'appui, c'est-à-dire un peu plus de $\frac{1}{33}$ de la snperficie intérieure; d'où il résulte que, dans cet édifice, les points d'appui intérieurs sont à très-peu de chose près dans la proportion de ceux de l'église de Notre-Dame de Paris.

208. L'église de Saint-Sulpice, qui se trouve sur la même planche, occupe une superficie de 5646 mètres $\frac{8}{10}$ ou 1486 toises, dont 848 mètres $\frac{6}{10}$ ou 223 toises $\frac{1}{3}$ en murs et points d'appui, ce qui fait moins du sixième de la superficie totale, ou $\frac{3}{20}$.

En ne comparant que les piliers isolés avec la partie intérieure, sans les chapelles, on trouve que les points d'appui qui soutiennent les voûtes des nefs et de la croisée,

sont moins de la trente-deuxième partie de l'espace intérieur, c'est-à-dire plus forts qu'à Notre-Dame de Paris et au Panthéon Français ou nouvelle église de Sainte-Geneviève.

209. L'autre plan qui se trouve sur la même planche est celui de l'église de Saint-Dominique le Grand, à Palerme en Sicile; sa superficie est de 3173 mètres [illegible], ou 835 toises [illegible], dont 463 mètres, [illegible], ou 122 toises en murs et points d'appui, ce qui fait un peu plus du septième ou [illegible] de la superficie totale. Mais en ne prenant que la partie du milieu, dont les voûtes sont soutenues par des points d'appui isolés, on ne trouve que 39 mètres [illegible], ou 10 toises $\frac{1}{2}$ de points d'appui pour un espace de 1866 mètres [illegible], ou 491 toises $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire un peu moins d'un quarante-septième.

210. L'église de Saint-Joseph, dans la même ville, est encore d'une construction plus légère : sur 2420 mètres $\frac{4}{10}$, ou 637 toises de superficie, elle n'a que 335 mètres $\frac{4}{10}$, ou 88 toises $\frac{1}{4}$ en murs et points d'appui, c'est-à-dire moins du septième de la superficie totale, ou $\frac{4}{29}$. Les points d'appui isolés sont moins de la soixantième partie de l'espace intérieur dont ils soutiennent les voûtes, sans y comprendre le chœur ni les chapelles.

211. La table suivante a été faite pour servir de résumé à tout ce qui vient d'être dit sur le rapport des murs et points d'appui avec la superficie totale de plusieurs édifices. On les a disposés selon l'ordre de leur plus grande solidité, en commençant par ceux dont les murs et points d'appui sont les plus considérables en raison de leur superficie totale.

Les première et deuxième colonnes indiquent les superficies totales en mètres et en toises carrées.

Les troisième et quatrième colonnes indiquent les superficies des murs et points d'appui aussi en mètres et en toises carrées.

Dans la cinquième colonne on a exprimé en fractions décimales le rapport des murs et points d'appui avec les superficies totales, en supposant chacune de ces dernières égales à mille parties.

TABLE qui indique le rapport des murs et points d'appui de plusieurs édifices, avec la superficie totale qu'ils occupent.

NOMS DES ÉDIFICES.	Superficies totales en		Superficies des points d'appui en		Rapport en mil.es des superfic. totales.
	Mètres.	Toises.	Mètres.	Toises.	
Le dôme des Invalides de Paris. . . .	2695.4	709 $\frac{1}{2}$	724.0	190 $\frac{1}{2}$	0.268
L'église de Saint-Pierre de Rome. . .	21103.1	5553 $\frac{4}{9}$	5511.9	1450 $\frac{1}{2}$	0.261
Le Panthéon de Rome.	3182.0	837 $\frac{7}{24}$	739.2	194 $\frac{1}{4}$	0.232
Temple antique, appelé *Golluzzo*, à Rome.	855.6	225 $\frac{1}{5}$	201.4	53.0	0.226
Projet de Saint-Pierre de Rome, par Bramante.	19843.0	5222.0	4354.8	1146.0	0.219
Église de Ste-Sophie de Constaotinople.	9591.1	2524.0	2097.3	552.0	0.217
Église de Sainte-Marie-des-Fleurs, à Florence.	7881.2	2074.0	1582.7	416 $\frac{1}{2}$	0.201
Temple de la Concorde, à Girgenti en Sicile.	636.6	167 $\frac{1}{2}$	123.6	32 $\frac{1}{6}$	0.194
Bâtiment dn milieu des Thermes, de Caracalla.	25604.4	6798.0	4499.2	1184.0	0.176
Grand temple de Pestum.	1426.9	375 $\frac{1}{2}$	24 6.	64 $\frac{1}{4}$	0.172
Église de Saint-Paul de Londres. . . .	7809 0	2055.0	133 0.	350.0	0.170
Bâtiment do milieu des Thermes de Dioclétien.	32680.0	8600.0	5464.4	1438 0	0.167
Temple de Jonou Lucioe, à Girgenti.	634.0	166 $\frac{1}{4}$	103.2	27 $\frac{1}{6}$	0.163
Église Cathédrale de Milan.	11696.4	3078.0	1985.6	522 $\frac{1}{4}$	0.161
Église de Saint-Vital de Raveune. . .	676.2	178 0	106.1	28 0	0.157
Église de Saint-Pierre-aux-Liens, à Rome.	2000.0	529 $\frac{1}{5}$	311.6	82.0	0.155
Paothéoo Français.	5593.6	1472.0	861.4	226 $\frac{1}{4}$	0.154
Église de Saint-Sulpice.	5646.8	1486.0	848.2	223 $\frac{1}{5}$	0.151
Église de St.-Dominique de Palerme.	3173.2	835 $\frac{1}{10}$	463.6	122.0	0.146
Église de Notre-Dame de Paris. . . .	6258.6	1647.0	816.4	230 $\frac{1}{5}$	0.140
Église de St-Joseph de Palerme. . . .	2420.6	637.0	335.6	88 $\frac{1}{3}$	0.139
Église de St.-Philippe-de-Néri à Naples.	2121.4	558 $\frac{1}{4}$	273.6	72.0	0.129
Temple de la Paix, à Rome.	6238.2	1665 $\frac{1}{5}$	796.7	209 $\frac{1}{5}$	0.125
Halle au blé de Paris, sans comprendre la cour.	2466.2	649.0	307.8	81.0	0.125
Église de Saint-Paol hors les murs, à Rome.	9899 0	2605.0	1176.1	309 $\frac{1}{2}$	0.112
Église de Sainte-Sabine, à Rome. . .	1407.0	378 $\frac{1}{4}$	143.4	37 $\frac{3}{4}$	0.100
Halle au blé de Paris, en supposant la cour voûtée.	3660.4	963 $\frac{2}{7}$	307.8	81.0	0.084
Église de St.-Etienne-le-Rond, à Rome.	3413.2	898 $\frac{1}{9}$	190.6	50 $\frac{1}{6}$	0.056



212. Il résulte du rapprochement que présente cette table, que le dôme des Invalides est un des édifices voûtés où l'on a employé le plus de matière. On voit que ses murs et points d'appui, qui sont construits en pierre de taille, forment plus du quart de la superficie totale, tandis qu'à Saint-Sulpice, qui ne peut pas certainement être regardée comme une construction légère, ils sont moins du sixième.

Au temple de la Paix, qui n'est construit qu'en maçonnerie de blocage revêtu en briques, les murs et points d'appui ne sont que la huitième partie de la superficie totale : ce rapport ne pouvant pas être regardé comme le dernier terme de la solidité, on peut, en disposant les points d'appui d'une manière convenable, le fixer au neuvième, le terme moyen au septième, et celui de plus grande solidité au cinquième, pour les édifices à base carrée ou rectangulaire : pour ceux à base circulaire, le rapport des murs et points d'appui peut être fixé entre le neuvième et le douzième, à cause de leur avantage sur ceux disposés en ligne droite ci-devant expliqués au N°. 140, page 193.

213. Quant aux édifices de même genre qui ne sont pas voûtés, on voit que dans les anciens temples grecs, le rapport est entre le cinquième et le sixième, et pour les églises en basilique entre le septième et le dixième; en sorte que le terme moyen peut être fixé au huitième pour les édifices à base carrée ou rectangulaire, et depuis le douzième jusqu'au dix-huitième, pour les édifices circulaires, comme à Saint-Étienne-le-Rond.

214. En parlant des bâtimens à plusieurs étages, nous avons dit que dans les palais de Rome où toutes les pièces du rez-de-chaussée sont ordinairement voûtées, 1°. le rapport

des murs et points d'appui comparés à la superficie totale qu'ils occupent, est, en déduisant le vide des portes et des fenêtres, d'environ les . . . . $\frac{2}{9}$ ou 0.222

2°. Que dans les palais de Paris il est les . . $\frac{7}{18}$ ou 0.388

3°. Que dans les ruines de la ville Adrienne, cette proportion est pour les édifices voûtés entre le 7.me ou 8me. . . . . ou 0.155

4°. Que pour ceux qui ne l'étaient pas, il est entre le 8me. et le 9me. . . . . ou 0.118

5°. Que dans les bâtimens avec planchers, construits sur la fin du règne de Louis XIV et le commencement de celui de Louis XV, la superficie des murs et points d'appui, en déduisant le vide des portes et des fenêtres, est environ . . . . $\frac{1}{6}$ ou 0.166

6°. Que dans ceux construits depuis le règne de Louis XV jusqu'à présent, ce rapport est environ . . . . $\frac{1}{8}$ ou 0.122

7°. Enfin que dans les bâtimens construits en briques, ce rapport est les . . . . . . $\frac{2}{17}$ ou 0.117

Ce second rapprochement fait voir que dans les bâtimens de Paris à plusieurs étages, dont le rez-de-chaussée est voûté, on a employé, à superficie égale, beaucoup plus de matière que dans les grands édifices de même genre où elle a été le plus prodiguée, tels que le dôme des Invalides.

Dans les palais de Rome, le rapport des murs et points d'appui est plus grand que dans les Thermes de Dioclétien et de Caracalla; dans les hôtels de Paris bâtis sur la fin du règne de Louis XIV et le commencement de celui de Louis XV, le rapport des points d'appuis est plus

fort qu'à Saint-Sulpice. Dans ceux construits depuis, ce rapport, qui s'accorde avec la règle que nous avons donnée, est presque égal à celui des points d'appui du bâtiment de la Halle au Blé, sans y comprendre la cour. Enfin dans les bâtimens en briques bien construits, ce rapport est presqu'égal à celui tronvé pour les édifices à un seul étage : cette plus grande superficie de pieds-droits qu'on donne aux bâtimens d'habitation à plusieurs étages, est nécessitée par les ébranlemens et les commotions auxquels ils sont plus exposés que les grands édifices, surtout ceux avec des planchers.

SECTION QUATRIÈME.

De la Théorie des voûtes.

Observations préliminaires.

Les voûtes en général peuvent être considérées sous trois points de vue différens, savoir : par rapport à leur forme, à leur construction, et à leur poussée.

Nous avons traité de la forme, de la construction des voûtes en pierre de taille et de tout ce qui peut y avoir rapport, dans les deux livres précédens. Tout ce que nous avons dit à ce sujet, par rapport à cette espèce de voûtes, peut s'appliquer à celles en moellons, en briques et autres matières dont elles peuvent être formées, ainsi

qu'aux voûtes d'une construction mixte. Ce qui nous reste à dire tant sur les unes que sur les autres, exige les connaissances théoriques qui expliquent les conditions et les principes de statique en vertu desquels elles se soutiennent, qui vont être le sujet de cette section.

ARTICLE PREMIER.

Des auteurs qui se sont occupés de la théorie des voûtes.

Messieurs Parent et de la Hire, de l'Académie royale des Sciences, passent pour être les premiers mathématiciens qui se soient occupés de la théorie des voûtes; ils les ont d'abord considérées comme un assemblage de voussoirs ou pierres taillées en forme de coin, susceptibles de glisser sans obstacle les unes sur les autres comme des corps dont les surfaces seraient infiniment polies. Dans cette hypothèse, M. de la Hire a prouvé, dans son traité de mécanique imprimé en 1695, que pour qu'une voûte en plein cintre dont tous les joints tendent à un même centre, puisse se soutenir, il faut que les poids des voussoirs qui la forment soient entre eux comme les différences des tangentes des angles qui renferment chaque voussoir, mais comme ces tangentes augmentent dans une très-grande proportion, il en résulte que ceux qui formeraient les naissances, devraient avoir un poids infini pour résister à l'effort des voussoirs supérieurs. D'après cette hypothèse, non-seulement les voûtes en plein cintre

seraient impossibles, mais encore toutes celles sur-haussées ou sur-baissées dont le cintre se raccorde avec des pieds-droits d'à plomb et parallèles. De sorte qu'il n'y aurait de possibles que les voûtes dont le cintre serait formé par des courbes ouvertes, formant des angles avec des pieds-droits d'à plomb, telles que la parabole, les hyperboles et la chaînette. Il est bon de remarquer à ce sujet, que dans les voûtes paraboliques et hyperboliques, c'est le voussoir qui forme la clef qui doit être le plus pesant, ou avoir le plus de hauteur, et que le poids des autres doit aller en diminuant depuis la clef jusqu'aux naissances; enfin que la chaînette est la seule courbe qui puisse former des voûtes extradossées parallèlement, c'est-à-dire qui aieut partout une même épaisseur, parce que c'est la seule dont les voussoirs divisés également, donnent des différences de tangentes égales. Voyez les figures 8, 9, 10 et 11 de la planche XXXVI, et l'explication qui y a rapport, livre III, pag. 156 et suivantes, où il est question de la forme d'extrados des voûtes.

Dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1729, M. Couplet a publié un premier mémoire sur la poussée des voûtes, dans lequel il adopte l'hypothèse des voussoirs polis; mais ayant reconnu dans la suite que cette hypothèse ne pouvait pas convenir aux matières dont on forme les voûtes, il les a considérés dans son second mémoire, imprimé en 1730, comme des corps tellement grenus qu'ils ne peuvent pas glisser; hypothèse qui s'éloigne autant de la vérité que la première.

M. Danisy, de l'Académie de Montpellier, ne voulant adopter aucune de ces hypothèses, fit faire plusieurs modèles de voûtes de différens cintres, pour consulter

l'expérience. Ces modèles étaient extradossés d'égale épaisseur, et divisés en voussoirs égaux, avec des pieds-droits assez épais pour soutenir leur effort. Pour connaître les endroits où ils étaient susceptibles de se désunir, lorsque les pieds-droits étaient trop faibles, il les chargeait de différens poids. De plusieurs expériences répétées dans la séance publique de 1732, il tira une règle pratique pour trouver l'épaisseur des murs ou pieds-droits d'une voûte en berceau, pour résister à sa poussée (1).

Le père Derand en avait déjà donné une, dans son traité d'architecture des voûtes; mais cette règle ne parait fondée sur aucun principe. Elle fut cependant adoptée par le grand Blondel et le père Dechalles, et dans la suite par M. de la Rue.

M. Gautier, architecte et ingénieur des ponts et chaussées, en a proposé une autre dans son traité des ponts, qui n'est pas mieux établie que celle du père Derand.

M. de la Hire en a aussi donné une; mais elle est fondée sur des principes (2).

A la fin du traité théorique et pratique de la coupe des pierres de M. Frezier, cet auteur a ajouté un appendice sur la poussée des voûtes, qui est un extrait de ce qui avait été publié jusqu'alors sur cet objet, par MM. de la Hire, Couplet, Bernouilli et Danisy, avec des applications à différentes espèces de voûtes en berceau, et un moyen de les appliquer aux voûtes sphériques, sphéroïdes, annulaires, et aux voûtes composées. C'est le premier qui ait tenté de faire ces applications.

(1) Cette règle est citée par Frezier, dans le troisième volume de la Coupe des pierres, page 370.

(2) Elle se trouve aussi dans le même volume, page 364.

MM. Coulon et Bossut, membres de l'Institut national, se sont aussi occupés de la théorie des voûtes. Le premier présenta en 1773, à l'Académie des Sciences, un mémoire sur quelques problèmes relatifs à l'architecture, parmi lesquels il s'en trouve un sur l'équilibre des voûtes.

M. Bossut a fait imprimer dans les Mémoires de cette Académie, de 1774 et 1776, deux mémoires sur la théorie des voûtes en berceau et sur celles en dôme, dans lesquels il est question de la coupole de la nouvelle église de Sainte-Geneviève, aujourd'hui le Panthéon, dont la possibilité était contestée.

En Italie, M. Lorgna, ingénieur militaire et directeur de l'école de Vérone, a aussi traité cette partie dans un ouvrage qui a pour titre : *Saggi di statica mecanica applicate alle arti;* enfin M. Mascheroni de Bergame a publié en 1785, un ouvrage sur cet objet dont le titre est : *Nuove ricerche delle volte,* où il est question de coupoles à bases circulaire, elliptique et polygonale.

ARTICLE II.

Recherches et expériences pour établir la théorie des voûtes.

Le désir d'étudier à fond cette partie essentielle de l'Art de bâtir, m'a porté à lire avec attention les différens ouvrages que nous venons de citer. En les lisant, j'ai fait toutes les opérations qu'ils donnent ou qu'ils indiquent; j'ai appliqué leur formule à plusieurs exemples pris dans

des édifices exécutés, et à des modèles faits exprès. J'ai répété toutes les expériences qu'ils citent, et j'en ai fait de nouvelles, afin de parvenir à découvrir la véritable manière dont les voûtes agissent, et d'y appliquer les principes de mécanique, de manière à obtenir des résultats qui s'accordent avec l'expérience.

C'est de toutes ces recherches et des observations que j'ai été à portée de faire, en examinant et en faisant exécuter des ouvrages de ce genre, que j'ai tiré la théorie que je vais développer, où j'ai affecté de n'employer que les propositions et les opérations les plus faciles du calcul et de la géométrie.

Expériences sur le frottement.

J'ai commencé par ces expériences, afin de ne pas m'égarer dans mes recherches par de fausses hypothèses. Je vais rapporter celles que j'ai faites sur les obstacles qui empêchent les pierres les mieux taillées et dont le grain est le plus fin, de glisser les unes sur les autres, afin de parvenir à évaluer combien cette difficulté qu'on appelle frottement, peut diminuer la poussée dans une voûte en pierre de taille, composée de voussoirs désunis.

Observations.

1°. Pour faire glisser un parallélipipède ABCD de pierre sur un plan horizontal FG, fig. 1, pl. LXXXIX, il faut que la puissance P qui tire ou qui pousse parallèlement à ce plan, ne soit pas plus élevée que la longueur de sa base AB, car si cette puissance agit à un point plus haut, tel que C, le parallélipipède culbutera, au lieu de glisser.

Comme les efforts des puissances P et M sont en

raison inverse des hauteurs auxquelles elles agissent (26, page 110), il en résulte qu'un parallélipipède glissera toutes les fois que la force qu'il faudrait pour le faire culbuter, sera plus grande que celle pour le faire glisser, et qu'au contraire il culbutera lorsqu'il faudra moins de force pour produire cet effet que pour le faire glisser.

2°. Si le plan sur lequel on pose le parallélipipède est incliné, il glissera toutes les fois que la verticale QS, tirée de son centre de gravité, ne sortira pas de la base AB. Ainsi pour connaître si un parallélipipède à base rectangulaire, comme ABCD, figure 2, doit glisser ou culbuter, il faut du point B élever la perpendiculaire BE : si elle passe en dehors du centre de gravité Q, il glissera; si au contraire cette ligne BE passe en dedans, il culbutera.

Si les surfaces des pierres étaient infiniment polies, comme on le suppose pour généraliser l'application des principes de mécanique, elles glisseraient dès que le plan sur lequel on les pose, cesse d'être parfaitement horizontal; mais comme leurs surfaces sont remplies d'inégalités qui s'engagent mutuellement lorsqu'on les pose les unes sur les autres, j'ai trouvé par des expériences répétées plusieurs fois, que celles dont les surfaces sont les mieux taillées, ne commencent à glisser sur des plans bien dressés et faits des mêmes espèces de pierres, que lorsque ces plans sont inclinés depuis 28 degrés jusqu'à 36; parce qu'il faut, pour ainsi dire, les soulever, ou briser ces inégalités pour les faire glisser. Cette difficulté de mouvoir les pierres les unes sur les autres, croît en raison de la rudesse de leurs surfaces, et jusqu'à un certain point en raison de leur poids : car il est évident, 1°. que plus

leurs surfaces sont rudes, plus les inégalités qui s'engagent les unes dans les antres sont considérables.

2°. Que plus leur poids est grand, plus il faut d'effort pour les dégager; mais comme ces inégalités sont susceptibles de se briser, le maximum de la force pour vaincre le frottement doit être égal à celle qui produit cet effet, quel que puisse être le poids de la pierre.

3°. Que cette force doit être plutôt en raison de la dureté de la pierre que de sa pesantenr.

En faisant glisser des parallélipipèdes de pierres dures de différentes grandeurs, qui pesaient depuis 2 livres jusqu'à 60, j'ai prouvé que le frottement, qui était plus de la moitié du poids pour les premiers, se réduisait à moins du tiers pour les derniers.

J'ai remarqué, après chaque expérience faite avec les plus gros, qu'il se détachait, des surfaces qui avaient frotté l'une contre l'autre, une poussière provenant de ces inégalités brisées.

Par les expériences faites sur les pierres tendres, j'ai reconnu que les poudres qui provenaient de ces inégalités brisées, les faisaient glisser plus facilement.

Ces considérations, qui pourraient influer beaucoup pour des pierres d'un poids considérable, ne font rien relativement aux expériences que je vais citer; mon objet n'étant que de vérifier sur des pierres dures d'un très-petit volume, le résultat des opérations indiquées par la théorie.

Par des expériences faites et répétées avec beaucoup de précautions, sur des parallélipipèdes en pierre de liais bien écarris et dressés au grès, j'ai reconnu, 1°. qu'ils ne commencent à glisser que lorsque le plan formé de

la même espèce de pierre et dressé de même, est incliné d'un peu plus de 30 degrés.

2°. Que pour traîner sur cette pierre un parallélipipède de même matière, il faut un peu plus de la moitié de son poids. Ainsi, pour traîner sur un plan de niveau un parallélipipède de 6 pouces de long, 4 pouces de large, et de 2 pouces d'épaisseur, qui pesait 4 livres 11 onces, il fallait une puissance horizontale, égale à 2 livres 7 onces 4 gros.

3°. Que la grandeur de la surface flottante ne fait rien, puisqu'il faut précisément la même force pour faire mouvoir ce parallélipipède sur la face de 2 pouces de large, que sur celle qui en a 4.

Considérant ensuite que par les principes de mécanique, on prouve que pour faire monter un corps parfaitement poli ou un corps rond sur un plan homogène incliné de 30 degrés, il faut une puissance parallèle à ce plan, qui agisse avec une force un peu plus grande que la moitié de son poids, j'en ai tiré cette conclusion qui me paraît fondée, qu'il *faut autant de force pour traîner un parallélipipède en pierre de liais, sur un plan horizontal de même matière, que pour faire monter un corps rond ou infiniment poli sur un plan incliné de 30 degrés.*

Ainsi, j'ai pensé que pour faire l'application des principes de mécanique, aux arcs composés de voussoirs en pierre de liais taillés et dressés comme le parallélipipède des expériences précédentes, on pouvait considérer le plan de 30 degrés, sur lequel ces voussoirs se soutiennent en équilibre, comme un plan horizontal.

Voici une autre preuve que fournit l'expérience, pour

établir cette hypothèse. Si l'on place un parallélipipède C (figure 3) de cette pierre entre deux autres BD, RS, qui soient chacun doubles de volume, et posés sur un plan de même pierre, le parallélipipède C se soutient par le seul frottement des surfaces verticales qui se touchent. Cet effet est une conséquence de notre hypothèse; car les inégalités des surfaces de ces corps se trouvant engagées les unes dans les autres, il faut pour que le parallélipipède C tombe, qu'il repousse les deux autres BD, RS, en les faisant glisser sur le plan horizontal de même matière, et pour cela il faut qu'il emploie une force égale au double du poids soutenu.

Si l'on applique à cette expérience les principes de mécanique, en prenant le plan de 30 degrés pour plan horizontal, les faces verticales ED, FR pourront être considérées comme des plans inclinés de 60 degrés. D'après cette hypothèse, on démontre en mécanique, que pour soutenir un corps entre deux plans formant un angle de 60 degrés (figure 4), il faut que la résistance de chacun de ces plans soit à la moitié du poids à soutenir, comme HD est à DG, comme le sinus total est au sinus de 30 degrés, ou comme 1 est à 2.

La résistance de chaque parallélipipède, représentée par le prisme ADBE, fig. 3, étant égale à la moitié de leur poids, il en résulte que le poids à soutenir par les deux prismes doit être égal au quart des deux parallélipipèdes, pris ensemble ou à la moitié d'un; ce que confirme l'expérience. Cet accord m'a déterminé à faire l'application de cette hypothèse, à des modèles de voûtes composés de voussoirs et de claveaux désunis, faits en pierre de liais avec toute l'exactitude possible; les joints et les pare-

mens sont dressés au grès, comme les parallélipipèdes des expériences précédentes.

Le premier modèle est un arc en plein cintre, de 9 pouces de diamètre, compris entre deux demi-circonférences de cercle concentriques, distantes de 21 lignes. Il est divisé en 9 voussoirs égaux. Cet arc, qui a 17 lignes d'épaisseur, se soutient sur des pieds-droits de 31 lignes de largeur. On a éprouvé, en diminuant peu à peu ces pieds droits, que c'était la moindre largeur qu'ils puissent avoir pour résister à l'effort des voussoirs.

Application.

Soit ce modèle de voûte représenté par la fig. 5, nous observerons, 1°. que le premier voussoir I, étant placé sur un joint de niveau, non-seulement se soutiendra seul, mais pourrait encore résister, par le frottement, à un effort égal à la moitié de son poids.

2°. Que le second voussoir M, étant sur un joint incliné de 20 degrés, se soutiendra encore à cause du frottement; et que de plus ces deux voussoirs réunis résisteraient, avant de reculer sur le joint AB, à un effort horizontal égal à la moitié de leur poids.

3°. Que le troisième voussoir N, étant placé sur un joint incliné de 40 degrés, glisserait s'il n'était pas retenu par une puissance PN qui agisse en sens contraire.

4°. Qu'en prenant, d'après notre hypothèse, le plan de 30 degrés sur lequel ces pierres se soutiennent en équilibre, pour plan horizontal, ce joint incliné de 40 degrés pourra être considéré comme un plan incliné de 10 degrés dans l'hypothèse des voussoirs polis.



5°. Qu'on trouvera que l'effort de la puissance horizontale, qui tiendrait ce voussoir en équilibre sur son joint, sera à son poids comme le sinus de 10 degrés est à son cosinus (68 et 72, pages 125 et 126).

Le modèle de voûte dont il s'agit, ayant 9 pouces ou 108 lignes de diamètre, sur 21 lignes de largeur entre ses deux circonférences concentriques qui forment son épaisseur, sa superficie entière sera de 4257 lignes carrées, laquelle étant divisée par 9, donnera pour celle de chaque voussoir 473 lignes. Ainsi indiquant le poids de chaque voussoir par sa superficie, et nommant P la puissance horizontale, on aura la proportion P : 473 :: sinus 10 degrés : son cosinus, ou P : 473 :: 17365 : 98481, qui donne P = 83 $\frac{1}{11}$.

Le quatrième voussoir O, étant posé sur un joint de 60 degrés, sera considéré comme s'il était sur un plan incliné de 30 degrés; ce qui donnera, en nommant Q la puissance horizontale qui le retiendrait sur son joint, Q : 473 :: sin. 30^d. : cosin. :: 50000 : 86603, qui donne Q = 273 $\frac{1}{10}$.

La demi-clef S, étant posée sur un joint incliné de 80 degrés, sera considérée comme si elle était sur un plan incliné de 50. La superficie de cette demi-clef qui représente son poids, étant 236 $\frac{1}{2}$, si l'on nomme R la puissance horizontale qui la retient sur son joint, on aura la proportion R : 236 $\frac{1}{2}$ :: sin. 30 : cosin. :: 76604 : 64279, qui donne R = 281 $\frac{9}{10}$.

Voulant connaître si la somme des efforts horizontaux qu'il faut pour maintenir les deux voussoirs NO et la demi-clef sur leurs joints, était capable de faire reculer le premier voussoir sur son joint horizontal AB, j'ai

posé la demi-voûte sur un plan de niveau de même pierre sans pieds-droits, et j'ai éprouvé que pour la faire reculer, il fallait un effort horizontal de plus de 16 onces, tandis qu'il ne faut que 10 onces pour soutenir la demi-clef et les deux voussoirs NO. Les deux moitiés de voûte réunies, soutiennent un poids de 5 livres 2 onces avant que les premiers voussoirs reculent.

Pour trouver l'effort de chacun de ces voussoirs lorsque la voûte est élevée sur les pieds-droits, j'abaisse des centres de gravité N, O, S de ces voussoirs, les verticales Nn, Oo, Ss, pour avoir les bras de levier des puissances P, Q, R qui les soutiennent sur leurs joints, en tendant à faire tourner le pied-droit qui porte la demi-voûte sur son point d'appui T ; ce qui donnera pour leur effort $P \times Nn + Q \times Oo + R \times Ss$.

La hauteur du pied-droit étant de 195 lignes,
on trouvera Nn de 244,94,
Oo de 256,26,
et Ss de 260,50.

Ainsi on aura
l'effort $P \times Nn = 83{,}4 \times 244{,}94$, qui donne 20427,996;
$Q \times Oo = 273{,}3 \times 256{,}26$, qui donne 70035,858;
$R \times Ss = 281{,}9 \times 260{,}50$, qui donne 73434,950;

et pour l'effort total, par rapport au point d'appui T. 163898,804.

Le pied-droit résistera à cet effort 1°. par son poids ou sa superficie multipliée par son bras de levier, déterminé par la distance T u, du point d'appui T à la verticale abaissée du centre de gravité G, sur la base du pied-droit.

2°. Par le poids de la demi-voûte, multiplié par son

bras de levier VY, déterminé par la verticale LY abaissée du centre de gravité L, et qui devient, par rapport au point d'appui commun, T=T*t* ou VB+BY, afin de distinguer BY, qui indique la distance du centre de gravité de la demi-voûte, et qui est censé connu, parce qu'il peut l'être par les opérations indiquées par le N°. (43, page 116), de la largeur VB que doit avoir le pied-droit pour résister à l'effort de la demi-voûte que l'on cherche.

Pour parvenir à la trouver, je nomme P l'effort de la voûte que nous avons trouvé = 163898,804,

La hauteur du pied-droit. . . . . . a,
Sa largeur que l'on cherche. . . . . x,
Le poids de la demi-voûte. . . . . b,
La partie BY de son bras de levier, c.

La superficie du pied-droit qui représente son poids, multipliée par son bras de levier, sera $ax \times \frac{x}{2} = \frac{axx}{2}$.

Celle de la demi-voûte multipliée par le sien, désigné par VB+BY ou $x+c$, sera $bx+bc$; ce qui formera l'équation $P = \frac{axx}{2} + bx + bc$, qu'il s'agit de résondre.

Une équation algébrique peut être considérée comme une espèce de balance composée de quantités égales, séparées par le signe = qui indique cette condition; de sorte que pour trouver la valeur d'une quantité inconnue, telle que celle exprimée par x, il ne s'agit que de la faire trouver seule dans un des membres de l'équation, en la dégageant de toutes les quantités connues avec lesquelles elle se trouve combinée.

Faisant d'abord passer toutes les quantités combinées avec x dans un même membre, on aura
$\frac{axx}{2} + bx = P - bc$; et multipliant tous les termes

par $\frac{2}{a}$ pour dégager xx, on aura $xx + \frac{2bx}{a} = \frac{2p - 2bc}{a}$, expression dans laquelle x est élevée au second degré; mais comme $xx + \frac{2bx}{a}$ n'est pas un carré parfait, c'est-à-dire qu'il lui manque le carré de la moitié de la quantité connue $\frac{2b}{a}$, qui multiplie le second terme, en ajoutant ce carré qui est $\frac{bb}{aa}$, à chaque membre, pour ne pas déranger l'équation, on aura

$xx + \frac{2bx}{a} + \frac{bb}{aa} = \frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}$: le premier membre se trouvant par cette addition, un carré parfait dont la racine est $x + \frac{b}{a}$, on aura $x + \frac{b}{a} = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}}$ qui devient, en faisant passer $\frac{b}{a}$ dans le second membre,

$x = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$; dans laquelle x, se trouvant seule dans le premier membre, aura pour valeur le résultat des opérations indiquées dans le second, en quantités connues. Les valenrs de ces quantités étant substituées aux lettres qui les représentent, donneront l'équation

$$x = \sqrt{\frac{163898,80\frac{1}{4} \times 2 - 2128 \times 2 \times 12\frac{1}{4}}{195} + \frac{2128}{195} \times \frac{2128}{195}} - \frac{2128}{195},$$

qui donne, après avoir fait toutes les opérations indiquées, $x = 28$ lignes $\frac{1}{4}$, au lieu de 29 lignes qu'on a conservé à ces pieds-droits pour qu'ils se soutiennent avec une stabilité un peu au-dessus de l'équilibre.

AUTRE APPLICATION,

D'après une autre manière d'évaluer les frottemens.

Pour avoir une nouvelle preuve de la vérité de cette hypothèse, nous allons appliquer au même modèle la

méthode proposée par M. Bossut, membre de l'Institut, dans son Traité de mécanique, articles 329 et 330 de l'édition de 1775, et 272 et 273 de l'édition de 1802.

Soit, fig. 6, le voussoir N posé sur un plan incliné et soutenu par une puissance Q, qui agit horizontalement. Du centre de gravité j'abaisse la verticale Nn, que je prends pour exprimer le poids du voussoir. Ce poids se décompose en deux efforts, dont un Nc, parallèle au joint, et l'autre Na qui lui est perpendiculaire. Je décompose de même la puissance Q, exprimée par la partie QN de sa direction, en deux efforts, dont un Nf sera parallèle au joint, et l'autre Nd lui sera perpendiculaire.

Ayant ensuite prolongé la ligne du joint HG, mené l'horizontale GI, et abaissé la verticale HI, nous considérerons la ligne HG comme un plan incliné dont la hauteur est HI, et la base IG : cela posé, la force Nc avec laquelle le voussoir tend à descendre, sera au poids comme la hauteur HI du plan incliné est à sa longueur HG : ainsi, nommant p le poids du voussoir, on aura la force Nc $= p \times \frac{HI}{HG}$, et la force Na qui presse le plan, comme la base du plan IG est à sa longueur, ce qui donne la force $Na = p \times \frac{IG}{HG}$.

Considérant de même les deux efforts de la puissance Q, qui retient le voussoir sur le joint incliné, on trouvera l'effort parallèle $Nf = Q \times \frac{IG}{HG}$, et l'effort perpendiculaire $Nd = Q \times \frac{IH}{HG}$. Les deux efforts N$a$, N$d$ qui pressent le joint, seront exprimés par $p \times \frac{IG}{GH} + Q \times \frac{H}{HG}$; et comme

ce voussoir ne commence à glisser que sur un plan au-dessus de 30 degrés, le frottement sera à la pression comme sinus 30 degrés est à son cosinus, à très-peu de chose près, comme 500 est à 866, ou les $\frac{500}{866}$ de son expression : nommant ce rapport n, on aura le frottement
$$=\left(p \times \frac{IG}{GH} + Q \times \frac{IG}{GH}\right) \times n.$$

Comme le frottement empêche le voussoir de glisser sur son joint, on aura, dans l'état d'équilibre, la force Nf égale à la force Nc, moins le frottement : ce qui donnera l'équation
$Q \times \frac{IG}{HG} = p \times \frac{HI}{HG} - \left(p \times \frac{IG}{GH} - Q \times \frac{IH}{HG}\right) \times n$; tous les termes de cette équation étant divisés par HG, elle devient $Q \times IG = p \times HI\,(p \times IG - Q \times IH) \times n$; et faisant passer les quantités multipliées par Q, dans un même membre, on a
$Q \times IG + (Q \times IH) \times n = p \times HI - (p \times IG) \times n$, qui devient $Q \times (IG + n \times IH) = p \times (HI - n \times IG)$, d'où l'on tire $Q = p \times \frac{HI - n \times IG}{IG + n \times IH}$, qui servira de formule pour chaque voussoir, en substituant aux lettres leur valeur en nombre.

Ainsi pour le troisième voussoir N de la figure 5, qui est posé sur un plan incliné de 40 degrés, HI qui représente le sinus de cette inclinaison, sera 643, et son cosinus représenté par IG, 766; l'expression du frottement désignée par n, sera $\frac{500}{866}$, qui se réduit à $\frac{15}{26}$; le poids du voussoir exprimé par sa superficie sera 473 : toutes ces valeurs étant substituées dans la formule, on aura
$Q = 473 \times \frac{643 - \frac{15}{26} \times 766}{766 + \frac{15}{26} \times 643}$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $Q = 83, 6$ pour l'expression de l'effort



de la puissance horizontale P, qui tiendrait le voussoir N en équilibre sur son joint, au lieu de 83,4 trouvé par l'opération précédente, qui a l'avantage d'être moins compliquée.

La même formule $Q = p \times \frac{HI - n \times IG}{IG + n \times IH}$, donne pour le voussoir M posé sur un joint incliné de 60 degrés dont le sinus HI est 866, et le cosinus IG, 500,

$Q = 473 \times \frac{866 - \frac{11}{19} \times 500}{500 + \frac{11}{19} \times 866}$, dont le résultat, après avoir fait les opérations indiquées, est 273,4, au lieu de 273,3, trouvé par l'opération précédente.

Pour la demi-clef, le sinus HI étant de 80 degrés, sera exprimé par 985, et son cosinus IG par 174; la demi-clef par 236 $\frac{1}{2}$, et l'expression du frottement par $\frac{11}{19}$.

La formule deviendra $Q = 236 \frac{1}{2} \times \frac{985 - \frac{11}{19} \times 174}{174 + \frac{11}{19} \times 985}$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, Q = 282,2, au lieu de 281 $\frac{9}{10}$, trouvé par l'autre méthode : ces légères différences peuvent venir de ce qu'on a supprimé les deux derniers chiffres des sinus et de quelques restes de fractions négligées.

Multipliant ces valeurs des puissances qui tiennent les voussoirs en équilibre sur leurs lits par leur bras de levier, qui sont les mêmes que pour l'opération précédente, on aura leur énergie

Pour le voussoir. . . .	N,	83,6 × 244,94 =	20476,98;
Pour le voussoir. . . .	O,	273,4 × 256,26 =	70061,48;
Et pour la demi-clef. .	S,	282,2 × 260,50 =	73313,10;

et pour l'effort total, par rapport au point d'appui T. 163851,56,

qui sera la valeur de p, laquelle étant substituée dans la formule $x = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, ainsi que la valeur des autres lettres, qui est la même que pour l'exemple précédent, on aura

$$x = \sqrt{\frac{163851,56 \times 2 - 2128 \times 2 \times 12 \frac{1}{5}}{195} + \frac{2128}{195} \times \frac{2128}{195}} - \frac{2128}{195},$$

qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 28$ lignes 16 pour la largeur des pieds-droits, au lieu de 28 lignes $\frac{1}{4}$ trouvé par l'opération précédente.

Troisième application à un modèle de voûte en plate-bande, figure 7.

Le second modèle sur lequel nous avons fait l'application des deux méthodes précédentes, est une plate-bande en même pierre, de 9 pouces de portée entre les pieds-droits. Cette plate-bande a 21 lignes de hauteur sur 18 lignes d'épaisseur; elle est divisée en 9 claveaux, dont les joints tendent à un même centre. Pour déterminer la coupe des joints, on a tiré sur la face de la demi-plate-bande la diagonale FG, et de son extrémité F, qui touche le pied-droit, la perpendiculaire FO, jusqu'à la rencontre O de la verticale qui passe par le milieu de la largeur entre les pieds-droits : c'est à ce point O que tendent toutes les coupes. Les coupes des pieds-droits qui supportent la plate-bande, forment chacune un angle de 21 degrés 15 minutes avec la verticale du milieu, et de 68 degrés 45 minutes avec l'horizontale FN.

En opérant pour chacun des claveaux de la demi-plate-bande, comme nous avons fait pour les voussoirs de l'arc

précédent, nous avons trouvé que pour retenir le premier claveau A sur le joint IF du pied-droit, qui forme avec l'horizontale NF un angle de 68 degrés 45 minutes, il fallait un effort horizontal de. 217,50;

Pour le second B. . . 254,33;
Pour le troisième C. . 298,75;
Pour le quatrième D. . 354,66;
Pour la demi-clef. . . 212,83;

En tout 1338,07.

La hauteur des pieds-droits étant de 195 lignes, jusque sous la plate-bande, et de 216 lignes jusqu'au-dessus de l'extrados, il en résulte que le bras de levier qui est le même pour tous les claveaux, est de 206 $\frac{1}{3}$; ce qui donne pour l'effort de la poussée, exprimée par p dans la formule $x = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, sera 1338,07 × 206,33, qui donne 276084.

b qui exprime la superficie de la demi-plate-bande, est de 1219 $\frac{1}{2}$.

c qui exprime la distance de son centre de gravité à la verticale $Fn = 24$, et a qui exprime la hauteur du pied-droit, $= 216$: substituant ces valeurs dans la formule, elle devient

$$x = \sqrt{\frac{276084 \times 2 - 2439 \times 24}{216} + \frac{1219\frac{1}{2} \times 1219\frac{1}{2}}{216 \times 216}} - \frac{1219\frac{1}{2}}{216},$$ qui

donnera pour la valeur de x, après avoir fait les calculs indiqués, 42 lignes $\frac{1}{2}$. L'expérience donne 44 lignes pour la moindre largeur des pieds-droits, sur lesquels ce modèle puisse se soutenir; mais il faut se rappeler ce que nous avons dit à la page 93 du troisième livre, à l'occasion de l'appareil de ces espèces de voûte, c'est-à-dire que les

joints de coupe ne pouvant pas être perpendiculaires à la surface inférieure, il en résulte que les efforts des claveaux ne peuvent pas se correspondre, et qu'ils poussent à faux les uns des autres, comme on le voit par les lignes F*a*, 1*c*, 2*e*, et 3*g* perpendiculaires aux joints contre lesquels se portent ces efforts; en sorte qu'une pareille voûte ne peut pas se soutenir quand la perpendiculaire FG ne se trouve pas renfermée dans l'épaisseur de la voûte. Ces voûtes ne sont solides que lorsqu'elles peuvent comprendre un arc dont l'épaisseur soit égale à la coupe des pieds-droits IF, ainsi qu'on le voit par la figure 7.

ARTICLE III.

Nouvelles observations sur la manière dont les pierres qui composent les voûtes agissent pour se soutenir.

Soit, fig. 10, une demi-voûte circulaire AHCDNB, composée d'une infinité de voussoirs qui peuvent agir sans frottement, et qui ne se soutiennent que par les efforts mutuels qu'ils font les uns sur les autres; il doit en résulter, 1°. que le premier voussoir représenté par la ligne AB, ayant ses joints sensiblement parallèles et horizontaux, agira avec tout son poids selon la direction verticale IE pour affermir le pied-droit.

2°. Que le voussoir vertical CD qui représente la clef, ayant aussi ses joints sensiblement parallèles, agira avec tout son poids, selon des directions horizontales pour

renverser les deux demi-voûtes et les pieds-droits qui les soutiennent.

3°. Que tous les autres voussoirs placés entre ces deux extrêmes, agiraient avec des efforts mixtes G*n*, *nm*, *ml*, *l*K, K*h*, *hg*, *gf*, *f*T, qui tiennent des deux précédens, et qui peuvent se décomposer chacun en deux autres, dont un vertical et l'autre horizontal : ainsi l'effort mixte K*h* peut être considéré comme le résultat d'un effort vertical 4*h*, et d'un autre horizontal 4K.

4°. Que l'effort vertical de chaque voussoir va en diminuant de T en G, où il devient nul pour la clef ou voussoir CD, tandis que les efforts horizontaux vont en augmentant en raison inverse; de manière que le voussoir HN, qui est au milieu, a un effort vertical égal à son effort horizontal.

5°. Que dans les voûtes dont le cintre est formé par une demi-circonférence de cercle, et qui sont extradossées d'égale épaisseur, la circonférence passant par le centre de gravité des voussoirs, peut représenter la somme de tous les efforts mixtes que les voussoirs font les uns sur les autres pour se soutenir, en agissant sans obstacle par leur poids.

6°. Que si des points T et G on tire, d'une part, la verticale TF, et de l'autre, l'horizontale GF, qui se rencontrent au point F, la ligne TF pourra représenter la somme des efforts verticaux qui contribuent à affermir le pied-droit, et FG la somme des efforts horizontaux qui tendent à le renverser.

7°. Que si, par le point K, on mène l'horizontale IKL entre les parallèles FT et CO, la partie IK pourra représenter la somme des efforts horizontaux de la partie

inférieure de voûte AHNB, et KL celle des efforts horizontaux de la partie snpérieure HCDN.

8°. Les voussoirs inférieurs compris entre T et K, étant maîtrisés par leurs efforts verticaux, la partie de voûte AHNB tendra à tomber en dedans en tournant snr le point B, tandis que les voussoirs compris entre K et G, étant maîtrisés par leurs efforts horizontaux, la partie de voûte HCDN repoussera la partie inférieure en tendant à la faire tourner sur le point A.

9°. Les efforts horizontaux de la partie supérieure de voûte, désignés par KL, agissant de L en K, et ceux de la partie inférieure désignés par IK, en sens contraire des premiers, c'est-à-dire de I en K, ces efforts étant directement opposés se détruiraient s'ils étaient égaux, et la voûte n'aurait pas de poussée; mais comme ils sont toujours inégaux, c'est la différence de ces efforts qui occasione la poussée, et qui agit selon la direction de la puissance la plus forte.

10°. Si l'on imagine que la largeur BO d'nne demi-voûte diminue continuellement, tandis que sa hanteur reste la même, la somme des efforts horizontaux diminuera en même raison; en sorte que si le point B se confond avec le point O, l'effort horizontal étant anéanti, il ne resterait plus que l'effort vertical qui agirait seul sur le pied-droit, et contribuerait à l'affermir, et il n'y aurait pas de poussée, puisque ce ne serait plus une voûte, mais un simple pied-droit continué.

11°. Si, au contraire, c'est la hauteur OD qui diminue, tandis que la largeur BO reste la même, il arrivera à la fin que la conrbe BND se confondra avec la ligne droite BO, et la voûte deviendra un plancher on voûte

plate horizontale. Dans ce cas, les efforts verticaux qui affermissent le pied-droit étant anéantis, il ne restera plus à cette voûte pour se soutenir, que les efforts horizontaux qui agiront seuls avec tout le poids de la voûte; d'où il résulte que ces espèces de voûtes doivent être celles qui poussent le plus, et que les voûtes en berceau circulaire tiennent le milieu entre des voûtes qui n'auraient point de poussée, et les voûtes plates dont la poussée serait infinie, si les pierres dont elles sont formées pouvaient glisser librement les unes sur les autres, et si les joints étaient perpendiculaires à leur surface inférieure comme dans les autres voûtes.

12°. Nous avons ci-devant parlé des inconvéniens qui résultent lorsqu'on fait tendre les joints des voûtes plates à un centre; car si les pierres pouvaient glisser librement, comme elles ne pourraient agir qu'à faux les unes des autres, leurs efforts ne pourraient jamais se balancer ni se détruire.

13°. Une infinité d'expériences faites sur 54 modèles de voûtes de différentes formes de cintre et d'extrados, divisés également et inégalement en nombre de voussoirs pairs ou impairs, m'ont fait connaître que les pierres ou voussoirs qui composent les voûtes agissent plutôt comme des leviers que comme des coins ou des corps qui tendent à glisser les uns sur les autres.

14°. Que lorsque les pieds-droits sont trop faibles pour résister aux efforts des voussoirs, plusieurs s'unissent ensemble et ne forment qu'une masse qui tend à tourner autour du point opposé à l'endroit où le joint s'ouvre.

15°. Les voûtes divisées en nombres pairs de voussoirs.

ont plus de poussée que celles divisées en nombres impairs.

16°. Dans celles divisées en nombres impairs et inégalement, plus la clef est grande, moins elles ont de poussée; en sorte que le cas de la plus grande poussée est lorsqu'il se trouve un joint au milieu au lieu de clef, comme dans les voûtes divisées en nombre pairs.

17°. Une voûte en plein cintre divisée en quatre parties égales a plus de poussée qu'une autre divisée en 9 voussoirs égaux.

18°. Les voûtes surhanssées poussent moins que celles en plein cintre de même diamètre, de même forme d'extrados et divisées de même.

19°. La poussée n'augmente pas en raison de l'épaisseur des voûtes; en sorte qu'à condition égale d'ailleurs, une voûte qui a le double d'épaisseur n'a pas le double de poussée.

20°. Une voûte en plein cintre extradossée également dans toute son étendue, étant divisée en quatre parties égales, ne peut pas se soutenir lorsque son épaisseur est moindre de la dix-huitième partie de son diamètre, quelle que puisse être la résistance des pieds-droits et même sans pieds-droits.

21°. Toutes les fois que dans l'épaisseur d'une demi-voûte extradossée d'égale épaisseur, on peut tirer une ligne droite de son point d'appui extérieur au milieu de l'extrados de la clef, figure 9, il ne se fait pas de fraction dans le milieu des reins, si les pieds-droits ont la même épaisseur que la voûte par le bas.

22°. Les voûtes dont l'épaisseur diminue en allant de leur naissance au sommet, ont moins de poussée que celles dont l'épaisseur est partout égale.

23°. Les voûtes en plein cintre et surbaissées, extradossées en ligne droite de niveau, ont moins de poussée que de toute autre manière.

24°. Lorsque les pieds-droits d'un modèle de voûte sont trop faibles pour soutenir sa poussée, ils peuvent être retenus par un poids double de la différence entre la poussée et la résistance d'un pied-droit, suspendu par un fil qui passe par les joints placés au milieu des reins, ou par un poids égal à cette différence, placé au-dessous de chaque joint du milieu des reins, comme on le voit figure 9.

D'après les expériences que nous venons de citer, et un grand nombre d'autres qu'il serait trop long de rapporter, dont celles-ci sont les résultats, nous avons établi une formule générale pour toutes sortes de voûtes en berceau, extradossées d'égale épaisseur, quelle que soit la forme de leur cintre.

Opération.

Après avoir décrit leur circonférence moyenne GKT, fig. 10, 12, 13, 14, 15, etc., des points G et T, on tirera des tangentes à cette courbe qui se rencontreront au point F. De ce point, on mènera à cette circonférence une perpendiculaire FO qui la coupera au point K; ce point indiquera l'endroit où se fait le plus grand effort, et la désunion qui en est la suite, lorsque l'épaisseur des pieds-droits est trop faible pour résister à l'effort de leur poussée.

Par le point K, on mènera entre les parallèles TF et GO l'horizontale IKL, qui représentera la somme des efforts horizontaux, et la verticale TF, qui exprimera

celle des efforts verticaux; la circonférence moyenne G K T indiquera celle des efforts mixtes.

Ces voûtes ayant partout une épaisseur égale, la partie I K de l'horizontale I K L multipliée par l'épaisseur de la voûte, exprimera l'effort horizontal de la partie inférieure de chaque voûte, et K L multipliée par la même épaisseur, sera l'expresssion de celui de la partie supérieure.

Ces deux efforts agissant en sens contraire, et étant directement opposés, se détruiront en partie; ainsi portant IK de K en m, la différence m L multipliée par l'épaisseur de la voûte, sera l'expression de la poussée.

Cet effort agissant au point K selon la direction horizontale KH, son bras de levier sera déterminé par la perpendiculaire PH, élevé du point d'appui P du pied-droit à cette direction qui est celle de la poussée, de sorte que son énergie sera exprimée par $m\overline{L \times AB} \times PH$.

Le pied-droit résistera à cet effort,

1°. Par son poids représenté par sa superficie $= EP \times PR$, multiplié par son bras de levier PS, déterminé par une verticale abaissée du centre de gravité Q; ce qui donnera pour l'expression de la résistance du pied-droit $\overline{EP \times PR} \times PS$.

2°. Par la somme des efforts verticaux de la partie supérieure de chaque voûte représentée par MK × AB, ces efforts agissant au point K, leur bras de levier par rapport au point d'appui du pied-droit P sera KH.

3°. Par la somme des efforts verticaux de la partie inférieure représentée par IT multiplié par AB, cette somme agissant au point T, aura TE pour bras de levier : ainsi, dans le cas d'équilibre, on aura

$$\overline{mL \times AB} \times PH = \overline{PE \times PR} \times PS + \overline{MK \times AB} \times KH + \overline{IT \times AB} \times TE;$$

mais comme dans cette équation on ne connaît ni PR = BE, ni PS, ni KH, ni TE, il faut avoir recours à une équation algébrique, dans laquelle nous indiquerons l'effort de la poussée exprimé par

$mL \times AB$ par.	p
la hauteur du pied-droit PE par.	a
EH = TI = KL = KV, par.	d
PH par.	$a + d$
EB = PR par.	x
PS par.	$\frac{x}{2}$
la somme des efforts verticaux de la partie supérieure $MK \times AB$ par.	m
celle des efforts de la partie inférieure $IT \times AB$ par.	
la partie iK de l'horizontale IKL par.	c
TB égal à la moitié de l'épaisseur de l'arc, par	e
le bras de levier KH par.	$c + x$
celui TE par.	$x - e$.

L'équation précédente deviendra

$pa \times pd = \frac{axx}{2} + mx + mc + nx - ne$; faisant passer les quantités connues dans le second membre, on a $\frac{axx}{2} + mx + nx = pa + pd + ne - mc$: multipliant ensuite tous les termes par 2 et les divisant par a, afin de dégager xx, on aura

$xx + \frac{m + n \times 2x}{a} = 2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a}$; faisant $m + n = b$, et ajoutant à chaque membre $\frac{bb}{aa}$, afin de pouvoir extraire la racine du premier membre, on aura

$xx + \frac{2bx}{a} + \frac{bb}{aa} = 2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}$, dont, ex-

trayant la racine, il vient

$x + \frac{b}{a} = \sqrt{2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a} + \frac{b}{aa}}$, et enfin

$x = \sqrt{2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$. Cette dernière équation sera une formule pour trouver l'épaisseur des pieds-droits de toutes sortes d'arcs et de voûtes en berceau extradossées d'égale épaisseur. Pour en faire l'application, nous allons prendre pour premier exemple un modèle d'arc en plein cintre, entièrement extradossé d'égale épaisseur, représenté par la figure 12.

Cet arc a 36 pouces 3 lignes de diamètre et 3 pouces d'épaisseur, renfermé entre deux circonférences concentriques; il est divisé en quatre parties égales par un joint vertical au milieu, et deux autres inclinés de 45 degrés.

Les pieds-droits sur lesquels il est élevé ont 40 pouces 4 lignes de hauteur. En tirant sur le dessin de ce modèle les lignes ci-devant indiquées, on trouvera, en prenant pour plus d'exactitude des millièmes de pouce, que la valeur de PE désignée dans la formule par

a, est de.	40,333.
Celle de EH = TI = KL = KV, désignée par *d*, est de.	13,876.
ML × AB, qui exprime la poussée désignée par *p*, étant 8,127 × 3, sera.	24,381.
2 *p*.	48,762.
2 *pd*, qui indique 48,762 × 13,876, sera. . .	676,621.
2 MK × AB × KH, désigné par 2 *mc*, sera 5,749 × 3 × 4,249. . . . . =	73,282.
2 *ne*, qui représente IT × AB × AB, sera 13,876 × 3 × 3. . . . . =	124,824.

$b = m + n = \text{MK} + \text{IT} = \text{FT} = 19{,}625 \times 3$, sera 58,875.

$a = \text{EP}$, qui désigne la hauteur du pied-droit étant 40,333, $\frac{b}{a}$ sera $\frac{58{,}875}{40{,}333}$, ce qui se réduit à. . . . 1,459.

Et $\frac{bb}{aa}$. . . . . = 2,128.

Substituant ces valeurs dans la formule

$x = \sqrt{2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, on aura

$$x = \sqrt{48{,}762 + \frac{676{,}621 + 124{,}824 - 73{,}282}{40{,}333} + 2{,}128} - 1{,}459,$$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 5{,}8$ ou 5 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$, pour l'épaisseur des pieds-droits, dont la résistance serait en équilibre avec la poussée de cet arc, en le supposant d'une exécution parfaite; mais comme il n'est pas possible d'atteindre ce degré de perfection, quoique ce modèle soit fait avec beaucoup de précision, il ne commence à se soutenir que lorsqne l'épaisseur des pieds-droits est de 6 pouces 3 lignes.

Quand cette épaisseur est de 7 pouces $\frac{1}{2}$, l'arc supporte à son sommet, au-dessus du joint d'aplomb qui le divise en deux, un poids de 3 livres équivalent à 8 pouces de la superficie de l'arc en augmentation sur les parties supérieures qui causent la poussée, ce qui porte la valeur de $2p$ de la formule à 56,762, au lieu de 48,762, et qui donne pour l'équation

$$x = \sqrt{56{,}762 + \frac{787{,}629 + 124{,}826 - 86{,}458}{40{,}333} + 2{,}430} - 1{,}55,$$

qui donne, après les opérations faites, $x = 7{,}366$ ou 7 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$: il n'est guère possible d'obtenir un accord plus parfait de la théorie avec l'expérience.

Autre méthode pour servir de preuve à la précédente.

Ayant remarqué que dans les modèles d'arc divisés en nombre pairs de voussoirs, quand les pieds-droits sont trop faibles pour résister à leur poussée, le joint du milieu s'ouvre en dessous, et ceux des milieux des reins en dessus, ainsi qu'on le voit représenté par la figure 11, j'ai voulu appliquer à cet effet la théorie des prismes qui tendent à culbuter ou à être renversés par une puissance.

Ainsi, en prenant pour exemple le modèle précédent, je considère le demi-arc uni à son pied-droit, et ne formant d'abord qu'une seule pièce : il est évident que, dans cette supposition, la demi-voûte étant posé sur un plan de niveau, si la verticale abaissée de son centre de gravité passe en dehors du point d'appui R, elle ne pourra se soutenir que par le moyen d'une puissance M, qui l'empêche de tomber en tournant sur le point R. Mais si l'on joint deux demi-voûtes semblables et opposées, les efforts avec lesquels elles agiront étant égaux et directement opposés, ils se détruiront, et la voûte entière se soutiendra.

Considérant ensuite la voûte divisée en quatre parties posées sur des pieds-droits, il est certain qu'elle ne pourra se soutenir que dans le cas où l'effort des parties supérieures ne serait pas plus grand que celui qui tend à faire tourner chaque demi-arc, considéré d'une seule pièce sur son point d'appui R : cela posé, si du centre de gravité G du voussoir supérieur, on abaisse la verticale G*g*, et que du point N, considéré comme un appui, on tire l'horizontale N*g* et la verticale N*n*, on pourra considérer ce voussoir comme tendant à culbuter, et soutenu par une puis-

sance horizontale P, agissant à l'extrémité du bras de levier Nn. Nous avons déjà fait voir que dans le cas d'équilibre, le produit du poids du voussoir par le bras de levier Ng doit être égal à celui de la puissance P par l'autre bras de levier Nn; de sorte qu'indiquant le poids du voussoir par Q, on doit avoir $Q \times Ng = p \times Nn$, d'où l'on tire $P = \frac{Q \times Ng}{Nn}$.

Pour avoir cette valeur de P, il faut, indépendamment de la superficie de ce voussoir, qui représente son poids, connaître la position de son centre de gravité, qu'on trouvera en opérant, comme nous l'avons ci-devant indiqué, N°. 43, page 116, c'est-à-dire qu'il faut, 1°. chercher le centre de gravité du grand secteur CHO, dans lequel le voussoir est compris.

2°. Celui du petit secteur DNO.

3°. Multiplier la superficie de chacun de ces secteurs, par la distance de leur centre de gravité au centre commun O.

4°. Oter le plus petit produit du plus grand, et diviser le reste par la superficie du voussoir : le quotient donnera la distance du centre de gravité du voussoir au même centre O.

A l'article 42 nous avons dit que pour trouver le centre de gravité d'un secteur, il faut multiplier le double du rayon par la corde, et diviser ce produit par trois fois la circonférence.

Dans ce cas-ci le rayon du grand secteur, sera 21,125
la corde 16,168
et la circonférence 16,600

Ainsi l'opération sera $\frac{21,125 \times 2 \times 16,168}{16,60 \times 3}$, qui donnera,

après avoir été faite, la distance de son centre de gravité au centre O = 13,72.

Le rayon du petit secteur étant. 18,125
la corde 13, 87
et la circonférence 14, 24

l'opération sera $\frac{18,125 \times 2 \times 13,87}{14,24 \times 3}$, qui donnera 11,77 pour la distance de son centre de gravité au centre O.

Le produit de la superficie du grand secteur, par la distance de son centre de gravité au centre O, sera exprimé par $\frac{16,60 \times 21,125}{2} \times 13,72$. . . . . = 2404,63

Et pour le petit secteur $\frac{14,24 \times 18,125}{2} \times 11,77$ = 1518,92

Ce qui donnera pour la différence. 885,71

Cette différence exprimera le moment du voussoir, c'est-à-dire le produit de sa superficie par la distance de son centre de gravité au centre O.

Cette superficie étant égale à la différence des deux secteurs, sera 46,29 : on aura la distance du centre de gravité de ce voussoir en divisant 885,71, par 46,29, dont le quotient donnera 19,13 pour cette distance.

Pour avoir la distance de la verticale abaissée de ce centre de gravité au point d'appui N, on cherchera d'abord sa distance à la verticale CO, par cette analogie : sinus total est au sinus de l'angle HOC, qu'on trouvera de 22 degrés 30 m. comme 19, 13 est à un quatrième terme qui donnera pour cette distance, 7,32.

On cherchera ensuite la distance du point N à la même verticale CO par cette analogie : sin. tot. : sin. 45^{d} : : 18,125 est à un quatrième terme qui sera 12,81 ; dont ôtant 7,32,

le reste 5,49 sera la distance cherchée Ng, qui est le bras de levier du poids du voussoir réuni à son centre de gravité.

Ainsi en exprimant ce poids par la superficie du voussoir, on aura pour son énergie $46,29 \times 5,49 = 254,13$. Mais comme la puissance doit agir au point C, on aura son expression par rapport à ce point, en divisant 254,13 par Nn = 8,315, qui donnera pour cette expression 30,56. Comme elle agit au point C, son bras de levier sera $40,333 + 21,125 = 61,458$, et son énergie $30,56 \times 61,458 = 1878,156$. Le pied-droit chargé de la demi-voûte résistera à cet effet, 1°. par son poids exprimé par sa superficie et multiplié par son bras de levier, plus par le poids de la demi-voûte exprimée aussi par sa superficie et multipliée par son bras de levier, lequel sera exprimé par la verticale abaissée de son centre de gravité au point B. Pour l'avoir, on opérera pour cette demi-voûte comme nous avons fait pour le voussoir supérieur, et on trouvera pour cette distance 7,135; la superficie de la demi-voûte étant 92,575, cet effort sera 661,236.

Pour trouver l'épaisseur du pied-droit, il faudra prendre la première formule, page 249, c'est-à-dire

$x = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, dans laquelle p exprime l'énergie de la poussée que nous avons trouvé. . . $= 1878,156$

b 95,575

et $bc = 631,236$

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura

$x = \sqrt{\frac{3756,313 - 1322,472}{40,333} + 5,24} - 2,29$, qui donnera, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 5,80$, c'est-à-dire précisément le même résultat que par la méthode

précédente; ce qui prouve la certitude de la première, qui a l'avantage d'être moins compliquée, et qui dispense des opérations pour trouver les centres de gravité qui rendent cette dernière plus longue et plus difficile. Cependant elle est quelquefois la seule dont on puisse faire usage pour les voûtes qui ne sont pas extradossées d'égale épaisseur ou qui sont irrégulières, comme nous le ferons voir dans la suite.

Seconde application, figure 5.

Nous allons prendre pour exemple le modèle d'arc en pierre de liais, dont il a été ci-devant question, divisé en 9 voussoirs égaux, extradossés à 21 lignes d'épaisseur, et dont le diamètre intérieur est de 9 pouces.

Ayant tiré les lignes ci-devant indiquées, on trouvera $mL \times AB$, désigné dans la formule par

$p = 26{,}7 \times 21$, qui donne	560,70
et pour $2p$	1121,40
$EH = TI = KL = KV$, désigné par d, sera	45,60
ce qui donnera pour $2pd$	5113,584
$2ne$ indiquant le double de l'effort vertical de la partie inférieure de l'arc multiplié par la moitié de AB, sera $45{,}6 \times 21 \times 21$, qui donne	20109,60
$2mc$ qui indique le double de l'effort vertical de la partie supérieure, multiplié par iK, sera $18{,}9 \times 21 \times 2 \times 8{,}4$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués	6667,92

a qui désigne la hauteur des pieds-droits étant

195, et $b = m + n = 64{,}5 \times 21 = 1354{,}5$:

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{1354{,}5}{195} = 6{,}94$

et $\frac{bb}{aa}$ $48{,}163$

Toutes ces valeurs substituées dans la formule, donnent

$$x = \sqrt{1121{,}40 + \frac{5113{,}584 + 20109{,}6 - 6667{,}92}{195} + 48{,}163} - 6{,}94$$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 28{,}62$, c'est-à-dire 28 lignes $\frac{3}{5}$, au lieu de 28 lignes $\frac{1}{4}$ que nous avons trouvé par les méthodes précédentes.

Ayant fait faire deux demi-voussoirs, et collé les autres ensemble, afin d'avoir un arc divisé en quatre parties égales il n'a pu se soutenir que sur des pieds-droits de 30 lignes d'épaisseur; ce qui prouve que cette manière de diviser les voûtes est celle qui produit la plus grande poussée, ainsi que nous l'avons déjà observé page 259, n°. 17.

Troisième application, figure 12.

Le modèle sur lequel nous allons faire cette application est en pierre de Conflans; il fait partie de la collection d'arcs de même diamètre, même épaisseur et même hauteur de pieds-droits, mais de différens cintres et formes d'extrados, que j'ai fait faire, afin de parvenir à comparer d'une manière plus immédiate leurs efforts et la manière dont ils agissent.

Ce modèle en plein cintre, a 9 pouces ou 108 lignes de diamètre, sur 9 lignes d'épaisseur; il est divisé en quatre parties égales; les pieds-droits ont 10 pouces ou 120 lignes de hauteur.

Ayant tiré les lignes ci-devant indiquées, on trouvera pour la valeur de la poussée, désignée par $m\,L \times A\,B$,

et par p dans la formule, 24,22 × 9, qui
donne 217,98
et pour $2p$ 435,96
EH = TI = KL = KV, désigné par d, sera 41,36
ce qui donne pour $2pd$ 180,31,30
n qui désigne TI × AB, sera 41,36 × 9 = 372,24
$e = \frac{AB}{2}$ étant 4,5, $2ne$, sera 372,24 × 9 = 3350,16
m qui désigne KM × AB, sera 17,14 × 9 = 154,26
et c qui représente iK étant 12,64, on aura
$2mc$ = 308,5 × 12,64, qui donne 3899,69
a qui désigne la hauteur des pieds-droit étant 120
et $b = m + n = 372{,}24 + 154{,}26 = 526{,}5$, on
aura $\frac{b}{a} = \frac{526{,}5}{120}$, qui se réduit à 4,387, et $\frac{bb}{aa}$ sera = 19,245

Ces valeurs substituées dans la formule

$x = \sqrt{2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, donneront,

$x = \sqrt{\frac{435{,}96 + 3350{,}16 - 3899{,}69}{120} + 19{,}245} - 4{,}387$ qui

donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 20{,}123$, c'est-à-dire 20 lignes $\frac{1}{8}$ pour l'épaisseur des pieds-droits qui ferait équilibre à la poussée de cet arc, parfaitement exécuté : mais comme nous avons déjà remarqué que cette perfection était impossible, de même que l'évaluation rigoureuse des efforts, à cause des irrégularités insensibles et inévitables qui se trouvent toujours, quelque précaution que l'on prenne, et à cause de la nature de pierre dont il est formé, qui ne soutient pas aussi-bien ses arêtes que la pierre de liais (ces arêtes étant essentielles aux points d'appui P, N et C autour desquels se font les efforts); il en résulte que ce modèle, qui, fraîchement taillé et ajusté, se soutient sur des pieds-droits de 20 lignes $\frac{1}{8}$ d'épaisseur, ne

peut plus se soutenir que sur des pieds-droits de 21 lignes $\frac{1}{2}$, lorsque ces arêtes sont émoussées.

Il faut encore observer que dans l'application que nous venons de faire, nous avons considéré l'arc réduit à sa circonférence moyenne TKG, et comme tendant à tourner sur le point T, tandis qu'à cause de son épaisseur, il ne peut tourner réellement que sur le point B.

Ainsi, dans l'application de notre formule, au lieu de porter IK de K en m, il ne faut porter que iK; ce qui donnera pour la valeur de p, $m\mathrm{L} \times \mathrm{AB} = 28{,}72 \times 9$, qui

donne 258,48, et pour $2p$	516,96
d, étant toujours 41,36, $2pd$ sera	21381,46

En considérant la partie inférieure de l'arc comme tendant à tourner sur le point B, l'effort vertical IT sera transporté en iB; alors TB représenté par e deviendra zéro, ainsi que $2ne$.

$2mc$ sera toujours	3899,69
$\frac{b}{a}$ sera toujours	4,387
et $\frac{bb}{aa}$	19,245

Par cette modification, $2ne$ n'ayant plus de valeur, la formule se réduit à $x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, qui donnera l'équation

$$x = \sqrt{516{,}96 + \frac{21381{,}46 - 3899{,}69}{120} + 19{,}245} - 4{,}387,$$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 21{,}723$, c'est-à-dire 21 lignes $\frac{3}{4}$. Cette manière de faire l'application, qui donne un résultat un peu plus fort, est préférable pour la pratique.

Ces applications ne sont devenues si compliquées, que

parce que nous avons voulu trouver une épaisseur de pied-droit qui fasse précisément équilibre à la poussée; mais comme il est indispensable, pour la solidité, que la résistance soit plus forte, il suffit, pour avoir l'épaisseur des pieds-droits, de prendre la racine carrée du premier terme $2p$ du second membre de la formule qui exprime le donble de la poussée, indiquée par $mL \times AB$, qui donne pour ce dernier exemple $28{,}72 \times 9 = 258{,}48$ pour la valeur de p, et pour celle de $2p$, $516{,}96$, dont la racine carrée $22{,}73$ ou 22 lignes $\frac{3}{4}$, indiquera l'épaisseur qu'il convient de donner aux pieds-droits pour leur procurer la solidité convenable.

Il est bon d'observer que cette épaisseur est suffisante, quelle que soit la hauteur des pieds-droits; car en examinant avec attention la dernière formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a},$$

on verra que les quantités exprimées par $2pd - 2mc + bb - b$, étant toutes divisées par a, qui désigne la hauteur des pieds-droits, il doit en résulter que si cette hauteur était infinie, ces quantités deviendraient zéro, en sorte qu'il ne resterait de la formule précédente que $x = \sqrt{2p}$. Donc, la racine carrée du double de la poussée donne une épaisseur suffisante, quelle que puisse être la hauteur des pieds-droits.

Ce résultat se trouve confirmé, autant qu'il est possible par l'expérience; car en essayant ce dernier modèle d'arc sur des pieds-droits de 10, 15, 20 et jusqu'à 25 pouces de hauteur, j'ai trouvé qu'il se sontenait sur ces pieds-droits, quoique leur épaisseur ne fût que de 21 lignes $\frac{1}{2}$, au lieu de 22 lignes $\frac{3}{4}$ que donne la formule : ainsi, cette dernière

épaisseur doit suffire pour les arcs entièrement extradossés, dont la hauteur ne passe pas trois fois le diamètre, qui est la plus grande proportion que les Goths aient donné aux nefs de leurs églises.

Quoique l'extraction de la racine carrée ne soit pas une opération bien difficile, surtout en se servant des logarithmes, ou des tables que plusieurs auteurs ont fait imprimer, et entr'autres celles faites par M. Seguin l'aîné, entrepreneur de bâtiment (1), nous allons donner une méthode géométrique fort simple, pour trouver l'épaisseur à donner aux pieds-droits de toutes sortes de voûtes extradossées d'égale épaisseur.

Méthode géométrique.

Quelle que soit la courbe du cintre de la voûte, après avoir tracé la circonférence moyenne TKG (figures 12, 13, 14, 15, etc.), la sécante FO perpendiculairement à la courbe du cintre, et par le point K où cette sécante coupe la circonférence moyenne, l'horizontale IKL, et élevé du point B une verticale qui rencontre l'horizontale IKL au point i, on portera iK de K en m, et la partie mL de B en h, et le double de l'épaisseur de la voûte de B en n. On divisera ensuite hn en deux parties égales au point d, duquel comme centre et avec un rayon égal à la moitié de hn, on décrira une demi-circonférence de cercle qui coupera en E l'horizontale BA prolongée. La partie BE indiquera l'épaisseur qu'il faudra donner aux pieds-droits de chacune de ces

(1) Ces tables se trouvent chez Firmin Didot.

voûtes, pour qu'ils puissent résister avec une solidité convenable à l'effort de leur poussée.

Cette opération donnera pour le grand modèle de voûte en pierre de Conflans de 36 pouces 3 lignes de diamètre, 7 pouces $\frac{1}{2}$ ou 90 lignes.

Pour celui en pierre de liais de 9 pouces de diamètre, 39 lignes $\frac{1}{2}$.

Et pour celui de l'exemple précédent, 22 lignes $\frac{3}{4}$.

Quatrième application. Voûtes surhaussées, figure 13.

Désirant connaître la courbure de cintre la plus avantageuse pour les voûtes surhaussée, j'ai fait faire en même pierre trois modèles d'arcs représentés par les fig. 13, 14 et 15, de même diamètre que le précédent, dont l'élévation de cintre était de 81 lignes. Celui sur lequel nous allons faire l'application, a son cintre intérieur formé par une demi-ellipse; il est divisé en quatre parties par un joint d'aplomb au milieu, et deux autres vers le milieu des reins déterminés par la sécante FO, perpendiculaire à la courbe du cintre intérieur.

Ayant tracé la circonférence moyenne GKT, l'horizontale IKL et la verticale Bi, on trouvera KL $= 36\frac{1}{4}$.

IK $= 21\frac{3}{4}$

iK $= 17\frac{1}{4}$

IT $= 66\frac{1}{2}$

MK $= 19 = d$.

L'effort de la poussée désigné par KL $-$ iK $= m$ L, sera $19\frac{1}{2} \times 9$, qui donnera pour l'expression p de la formule 175,5

et pour $2p$ 351.

d étant 66,5, $2pd$ sera 351 × 66,5, qui donne 2334,5

m qui désigne KM × AB, sera 19 × 9, qui donne 171,0

c qui désigne iK étant 17 $\frac{1}{4}$, on aura

$2mc = 171 \times 17\frac{1}{4} \times 2$, qui donne 5899,5

La hauteur des pieds-droits désignés par $a =$ 120

b qui exprime la somme des efforts verticaux $m + n$ sera égal à MK + IT × AB,

ou $19 + 66\frac{1}{2} \times 9$, qui donne 769,5

Ainsi $\frac{b}{a}$ sera $\frac{769,5}{120}$, qui se réduit à 6,41

Enfin $\frac{bb}{aa}$ sera 41,11

Substituant ces valeurs dans la formule

$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, on aura l'équation

$x = \sqrt{351 + \frac{2334,5 - 5899,5}{120} + 41,11} - 6,41$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 16,77$, c'est-à-dire un peu plus de 16 lignes $\frac{3}{4}$.

Ce modèle de voûte ne commence à se soutenir que sur des pieds-droits de 17 lignes.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, qui est, dans ce cas, 351, on trouvera 18 lignes $\frac{3}{4}$, ainsi que par la méthode géométrique.

Cinquième application, fig. 14.

Le modèle sur lequel nous allons faire l'application de la formule ci-dessus, a même hauteur de cintre, même épaisseur, même diamètre et même hauteur de pieds-droits que le précédent; mais la courbe intérieure qui forme son cintre, au lieu d'être une ellipse, est formée par la cassinoïde,

espèce de courbe plus ouverte que l'ellipse, dont il a déjà été parlé dans le troisième livre, pages 123 et suivantes.

Ayant tracé, à l'ordinaire, la circonférence moyenne GKT, les tangentes TF et GF, la sécante FO, l'horizontale IKL, les verticales MK et Bi,

on trouvera KL $=$	39 lig.
iK $=$	15
TI $=$ Bi	67,67
MK	17,83
mL $=$ KL $-$ iK sera $39 - 15 =$	24,0
et mL $\times$ AB, indiqué par p dans la formule, $=$	216,0
$2p =$	432,0
TI représenté par d étant 67,67, $2pd$ sera	29233,44
m qui désigne KM $\times$ AB, sera $17,83 \times 9$, qui donne	160,47
c qui désigne iK étant 15, on aura $2mc = 160,47 \times 15 \times 2$, qui donne	4814,10
la hauteur des pieds-droits désignée par a étant	120,00
et b qui exprime la somme des efforts verticaux $m + n$, sera, comme ci-devant, $85,5 \times 9$, qui donne	769, 5
et $\frac{b}{a} =$	61,41
$\frac{bb}{aa} =$	41,11

Ces valeurs substituées dans la formule, donneront l'équation $x = \sqrt{432 + \frac{29233,44 - 4814,10}{120} + 41,11} - 6,41$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 19,62$ ou 19 lignes $\frac{2}{3}$: en ne prenant que la racine de $2p = 432$, on trouve 20,79 ou un peu plus de 20 lignes $\frac{3}{4}$, ainsi que par la méthode géométrique.

L'expérience fait connaître que ce modèle ne peut se soutenir que lorsque les parties inférieures de l'arc sont collées aux pieds-droits, ou lorsque les pieds-droits sont prolongés jusqu'en *e*; alors la voûte se soutient presque en équilibre sur des pieds-droits de 20 lignes d'épaisseur.

Nous avons dit ci-devant, page 259, n°. 20, qu'une voûte ou arc en plein cintre extradossé d'égale épaisseur, ne peut pas se soutenir, quelle que puisse être l'épaisseur de ses pieds-droits, si l'épaisseur de cette voûte ou arc a moins de la dix-huitième partie de son diamètre : dans les voûtes surhaussées qui ont pour cintre la cassinoïde, il faut, pour qu'elles se soutiennent, que leur épaisseur soit plus de la neuvième partie du diamètre : ainsi celle dont il vient d'être question, ne commence à se soutenir sans pieds-droits que lorsque son épaisseur est de plus de 12 lignes $\frac{1}{2}$; d'où il résulte que cette courbe ne vaudrait rien pour des arcs ou voûtes qui devraient être entièrement extradossées d'égale épaisseur.

Sixième application, figure 15.

Le modèle sur lequel nous allons faire cette application, a les mêmes dimensions que le précédent; mais son cintre est formé par deux demi-cicloïdes, avec un joint d'aplomb au milieu, et deux autres vers le milieu des reins déterminés comme pour l'exemple précédent, par une perpendiculaire FO, à la courbe tirée du point F, où se rencontrent les tangentes tirées du point G et T de la circonférence moyenne GKT : ayant mené par le point K l'horizontale IKL, on trouvera KL = 35, $\frac{1}{4}$

*i*K = 18, $\frac{1}{4}$

TI = 65,$\frac{1}{2}$
MK = 28,0

La poussée p indiquée par $mL \times AB$, sera
$16\frac{1}{2} \times 9 =$ 148,$\frac{1}{2}$
ce qui donne pour $2p$ 297,0
TI représenté par d étant 65,5 on aura $2pd = 19453,5$
m qui représente $KM \times AB$, sera 20×9,
qui donne 180,0
c qui représente iK étant 18,75, on aura
$2mc =$ 6750,0
b qui exprime la somme des efforts verticaux
$m+n$, sera, comme dans l'exemple précédent, 769,5
et $a = 120$; en sorte que $\frac{b}{a}$ sera encore 6,41
et $\frac{bb}{aa}$ 41,11.

Ces valeurs substituées dans la formule, donnent

$x = \sqrt{297 + \frac{19453,5 - 6750}{120} + 41,11} - 6,41$, qui donne, après les opérations faites, $x = 14,66$ ou 14 lignes $\frac{2}{3}$: ce modèle commence à se soutenir sur des pieds-droits d'un peu plus de 15 lignes.

En ne prenant que la racine de $2p = 297$ exprimant le double de la poussée, on trouve 17 lignes $\frac{24}{100}$; de même que par la méthode géométrique.

Il n'est pas nécessaire, comme dans l'exemple précédent, de coller les voussoirs du bas avec les pieds-droits. Le calcul et l'expérience prouvent qu'elle peut se soutenir étant également extradossée avec une épaissenr un peu plus forte que la dix-huitième partie de son diamètre, comme les arcs en plein cintre.

En comparant les épaisseurs 16,77, 19,62 et 14,66,

trouvées pour les trois modèles de voûte précédens, on voit que le cintre le plus avantageux est celui formé par la cicloïde, et celui formé par la cassinoïde, le plus désavantageux; et que l'ellipse qui tient le milieu doit être préférée. Ce n'est pas que les constructeurs fassent réellement usage de la cicloïde et de la cassinoïde; mais ils forment leurs cintres par des ovales composées d'arcs de cercle qui approchent plus ou moins de ces courbes.

Septième application à un arc gothique, fig. 16.

Le modèle sur lequel nous allons faire cette application, a les mêmes dimensions que les précédens, extradossé d'égale épaisseur, et divisé en 4 parties.

Ayant tracé la circonférence moyenne et les autres lignes comme dans les exemples précédens, on trouvera iK désigné dans la formule $x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{aa}{bb}} - \frac{b}{a}$,

par $c =$ 20
KL $=$ 34
mL $=$ 14
IT désigné par $d =$ 63
MK $=$ 23
AB $=$ 9

mL $\times$ AB désigné par p dans la formule,
sera $14 \times 9 =$ 126
et $2p =$ 252
$2pd$ sera 252×63, qui donne $=$ 15876
m qui désigne KM $\times$ AB, sera $23 \times 9 =$ 207
et $2m = 414$; $2mc = 414 \times 20$, qui donne 8280

La hauteur du pied-droit désigné par a étant 120, on

aura $\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{15876 - 8220}{120}$, qui se réduit à 63,8 ; b qui désigne F T × A B, sera 86 × 9, qui donne 774 : ainsi $\frac{b}{a}$ sera $\frac{774}{120}$, qui se réduit à 6,45, et $\frac{bb}{aa}$ à 41,60. Substituant ces valeurs dans la formule, on aura

$x = \sqrt{252 + 63,8 + 41,6} - 6,45$; qui donne, après les opérations faites, $x = 12$ lignes $\frac{40}{100}$ pour l'épaisseur des pieds-droits en équilibre avec la ponssée de cette espèce d'arc.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, on trouve 15 lignes $\frac{11}{100}$ de même que par la méthode géométrique.

La plus petite épaisseur des pieds-droits sur lesquels ce modèle peut se soutenir, est de 14 lignes.

Huitième application, à un arc dont la courbe du cintre est formée par la parabole, figure 17.

Ce modèle a les mêmes dimensions que le précédent, divisé de même en quatre parties, et élevé sur des pieds-droits de même hauteur.

Ayant tiré les tangentes F G, F T à la circonférence moyenne, et la sécante F O, on mènera à l'ordinaire, par le point K, l'horizontale I K L : on remarquera que la partie K L, qui représente l'effort horizontal de la partie de voûte supérieure, étant plus petite que I K, qui représente celui de la partie inférieure, il en résulte que ce sont les parties inférieures qui tendraient à soulever les parties supérieures, si les voussoirs pouvaient agir sans obstacle ; c'est pourquoi, en parlant de la forme d'extrados de cette espèce de

voûte au troisième livre, pag. 159 et 160, nous avons fait voir que son épaisseur devait être plus forte au sommet, ainsi qu'on le voit à la figure 10 de la planche XXXVI. Comme le frottement empêche les voussoirs d'agir, il ne se fera pas de désunion en K; en sorte que si la tangente T F était d'aplomb comme dans les exemples précédens, il n'y aurait pas de poussée contre les pieds-droits; mais, cette ligne T F étant inclinée, la voûte entière agira selon cette direction, qui pourra être considérée comme celle d'un effort mixte qui peut se décomposer en deux autres, dont un vertical T f tend à affermir le pied-droit, et l'autre horizontal T m à le renverser. Ce dernier effort, qui cause la poussée, serait exprimé par T $m \times$ A B, si la voûte était sans épaisseur, et réduite à sa circonférence moyenne; mais, comme elle a une épaisseur, cette expression sera B m $\times$ A B ou 25 ¼ × 9, qui donne 227 ¼ pour la valeur de p de la formule $x = \sqrt{2p + \frac{2pd - mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$; ainsi $2p$ sera 454 ½.

Comme dans cette voûte la poussée agit à la hauteur des pieds-droits, il en résulte que d, qui dans les applications précédentes représentait T I, deviendra zéro, ainsi que $2pd$.

De plus, comme la partie supérieure de voûte ne peut pas causer de désunion, il en resulte que $2mc$ devient nul. Ainsi pour cette espèce de voûte, la formule précédente se réduira à $x = \sqrt{2p + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$.

b, qui représente Tf × A B, sera 85 ½ × 9, qui donne 769,5 et $\frac{b}{a} = \frac{769,5}{120}$ qui se réduit à 6,41, et $\frac{bb}{aa}$ à 41,11. Substituant ces valeurs dans la dernière formule, on aura

$x = \sqrt{454,5 \times 41,11} - 6,41$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x =$ 15 lignes $\frac{93}{100}$.

La moindre épaisseur de pieds-droits sur lesquels cette voûte peut se soutenir, est d'environ 17 lignes.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, on trouve par le calcul ou la méthode géométrique, 21 lignes $\frac{4}{10}$.

Neuvième application à un autre modèle d'arc surhaussé, dont le cintre est formé par la chaînette, fig. 18, planche LXXXX.

Ayant décrit, comme pour l'exemple précédent, la circonférence moyenne T K G, les tangentes T F, F G, et la verticale Tf, on verra que dans ce modèle, comme dans le précédent, I K étant plus grand que K L, il ne se fera pas de désunion, et que la voûte entière agira contre les pieds-droits selon la direction oblique FT, qui se décompose en deux autres Tf et Tm; la formule se réduira comme ci-devant à $x = \sqrt{2p + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$: ainsi, ayant trouvé B $m = 22\frac{1}{3}$, on aura la valeur de $p = 22\frac{1}{3} \times 9$, qui donne 201, et pour $2p$, 402.

Ce modèle ayant même hauteur de cintre, même épaisseur et même hauteur de pied-droit que le précédent, b qui représente $Tf \times AB$ sera de même 769,5 et $\frac{b}{a}$ $\frac{769,5}{120}$, qui se réduit à 6,41 et $\frac{bb}{aa}$ à 41,11. Ces valeurs substituées dans la formule, donneront $x = \sqrt{402 + 41,11} - 6,41$, qui se réduit, après les opérations faites, $x =$ 14 lignes $\frac{64}{100}$ ou $\frac{2}{3}$. En ne prenant que la racine du double de la pous-

sée, on trouve par le calcul ou l'opération géométrique, $x = 20$ lignes $\frac{1}{100}$; l'expérience donne 16 lignes.

En comparant les résultats des six applications précédentes, on voit que c'est l'arc gothique qui pousse le moins, et que c'est celui dont le cintre est formé par la cassinoïde, qui pousse le plus.

On a rassemblé dans la petite table ci-après, les résultats de la formule et de l'expérience, pour faire connaître d'un seul coup d'œil le rapport de la poussée de ces différens cintres à dimensions égales.

MODÈLES D'ARCS.	ÉPAISSEUR des pieds-droits d'après		
	La formule.		L'expérience.
	lig.	100es.	
Avec un cintre gothique.	12	46	14
En chaînette.	14	64	15
En cicloïde	14	66	15
Parabolique.	15	85	$16\frac{1}{2}$
Elliptique.	16	77	17
En cassinoïde.	19	62	21

On voit, par ce rapprochement, que la forme de cintre la plus avantageuse pour les voûtes surhaussées est celle des voûtes gothiques composées de deux arcs de cercle, formant un angle au sommet qui n'est pas agréable.

Les architectes des dixième et douzième siècles, ont fait des voûtes en ce genre, qui sont remarquables par

leur légèreté, leur hardiesse apparente et leur combinaison.

Les voûtes gothiques sont très-propres à former les toits des édifices où l'on ne veut pas employer de charpente, afin de les mettre à l'abri des incendies, parce que la forme de leur cintre se prête mieux que toute autre pour former des toits à double pente, avec le moins de charge, le plus de solidité et d'économie.

Après le cintre gothique, celui qui convient le mieux aux voûtes surhaussées, est celui formé par la chaînette.

Nous avons déjà parlé des propriétés de cette courbe, et de la manière de la tracer, au troisième livre, pages 137—145. Il est certain que si l'on n'a en vue que la solidité et l'économie, c'est la courbe qui convient le mieux pour former le cintre des voûtes, surtout lorsqu'elles doivent être extradossées d'égale épaisseur. Cette courbure de cintre ne serait point désagréable, si elle pouvait se raccorder avec des pieds-droits d'aplomb; mais on peut faire disparaître ce léger défaut, en plaçant une corniche au droit des naissances, ou en raccordant le bas de la courbe avec les pieds-droits par le moyen d'un arc de cercle. Cette espèce de voûte a encore une particularité que j'ai reconnue en éprouvant un modèle d'arc en chaînette, de 16 pouces de diamètre et de onze pouces de hauteur de cintre, extradossé également à un pouce d'épaisseur, et divisé en 29 voussoirs.

Ce modèle étant en équilibre sur ses pieds-droits, si l'on ajoute sur le milieu de la clef un poids capable de causer des désunions; en ôtant subitement ce poids, la voûte se relève et balance pendant quelque temps en s'élevant et s'abaissant successivement.

Les voûtes paraboliques ont une courbure moins agréable que celles dont le cintre est formé par la chaînette ; elles poussent davantage ; elles ont aussi l'inconvénient de former un angle avec des pieds-droits d'aplomb, et n'ont pas la même flexibilité : quand on ôte le poids dont on les surcharge pour causer des désunions, elles se relèvent subitement, sans faire d'oscillation. Cependant, comme ces voûtes ont beaucoup de fermeté, on pourrait les employer avec succès pour des voûtes ou des arcs de construction qui auraient de grands fardeaux à supporter, en leur procurant des buttées suffisantes.

Relativement aux trois autres espèces de courbes qui se raccordent avec des pieds-droits d'aplomb, nous avons déjà dit que la cicloïde, qui produit le moins de poussée, est celle dont la courbe est la moins agréable ; et que la cassinoïde, qui produit le meilleur effet, a le défaut d'avoir beaucoup de poussée et d'exiger une épaisseur de voûte et de pieds-droits considérables ; d'où il résulte que l'ellipse, qui a une courbure moyenne et qui peut satisfaire à toute sorte de hauteur, est préférable aux deux autres.

Dixième application. Voûtes surbaissées.

Afin de parvenir à connaître les courbes qui conviennent le mieux aux voûtes surbaissées, j'ai fait faire trois modèles d'arcs, fig. 19, 20 et 21, de même diamètre et épaisseur que les précédens, sur 35 lignes d'élévation de cintre formé par l'ellipse, la cassinoïde et la cicloïde. Celui sur lequel nous allons faire l'application de la formule $x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, a son cintre formé par

une demi-ellipse : ayant tracé à l'ordinaire les lignes ci-devant indiquées, on trouve K L = 45,5

i K = 8,5	
I T désigné par d dans la formule. . . . . =	24,84
M K =	14,66
m L $\times$ A B qui désigne la poussée par 37×9, qui donne pour la valeur de p.	333,0
et pour celle de $2\,p$	666,00
T I représenté par d étant 24,84, on aura $2\,p\,d$	16543,44
m représentant K M $\times$ A B, sera $14,66 \times 9$, qui donne	131,94
c qui représente i K étant 8,5, on aura $2\,m\,c$ =	2242,94
b qui exprime la forme des efforts verticaux $m + n$ sera $39,5 \times 9$, qui donne.	355,5
a étant toujours 120, $\frac{b}{a}$ sera $\frac{355,5}{120}$, qui se réduit à	2,96
enfin $\frac{bb}{aa}$ sera	8,76

Substituant ces valeurs dans la formule, on trouve $x = \sqrt{666 + \frac{16543,44 - 2242,94}{120} + 8,76} - 2,96$, qui donne, après les opérations faites, $x = 25,22$, c'est-à-dire un peu moins de 25 lignes $\frac{1}{4}$.

Ce modèle ne commence à se soutenir que sur des pieds-droits de 26 lignes ; mais il faut que les voussoirs inférieurs soient collés aux pieds-droits.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, c'est-à-dire de 666, on trouve 25,81, ou un peu plus de 25 lignes $\frac{3}{4}$, de même que par la méthode géométrique.

Pour que cet arc se soutienne sans qu'on soit obligé de coller les voussoirs du bas avec les pieds-droits, il faut

que son épaisseur soit un peu plus de la dixième partie de son diamètre.

Onzième application, figure 20.

Le modèle sur lequel nous allons faire cette application, a les mêmes dimensions que le précédent, mais son cintre intérieur est formé par une demi-cassinoïde.

Ayant tracé les lignes ci-devant indiquées, on trouve

K L =	47
i K =	7
T I =	26,5
K M =	13
m L =	40
ce qui donne pour la poussée exprimée dans la formule par p, 40×9, qui donne	360
et pour $2\,p$	720
T I représenté par d étant 26,5, on aura $2\,p\,d =$	19080,00
m représentant K M × A B sera 13×9, qui donne	117,00
c qui représente i K étant 7, on aura $2\,m\,c = 234 \times 7$, qui donne	1638,00
b qui exprime la somme des efforts verticaux $m+n$ sera comme pour l'exemple précédent	355,5
$\frac{b}{a}$	2,96
et $\frac{bb}{aa}$	8,76

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura

$x = \sqrt{720 + \frac{19080 - 1638}{120} + 8,76} - 2,96$, qui donne, après

les calculs faits, $x = 26,61$, c'est-à-dire un peu moins de 26 lignes $\frac{2}{3}$.

Ce modèle ne commence à se soutenir que sur des pieds-droits de 27 lignes $\frac{1}{8}$: mais il faut que les voussoirs inférieurs soient collés aux pieds-droits.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, c'est-à-dire de 720, on trouve 26,84, c'est-à-dire un peu moins de 27 lignes, de même que par la méthode géométrique.

Pour que cet arc se soutienne sans qu'on soit obligé de coller les voussoirs inférieurs avec les pieds-droits, il faut que son épaisseur soit plus de la neuvième partie du diamètre.

Il faut remarquer que dans les voûtes surbaissées, les efforts verticaux qu'on supprime en ne prenant que la racine du double de la poussée, n'étant pas aussi considérables que dans les voûtes en plein cintre et surhaussées, l'épaisseur que l'on trouve est celle des pieds-droits sur lesquels elles commencent à se soutenir.

Douzième application, figure 21.

Le modèle sur lequel nous allons faire cette application est de même dimension que le précédent, mais son cintre intérieur est formé par une cycloïde.

Ayant tracé les lignes indiquées, on

trouve KL =	45,25
iK =	8,75
TI =	23,50
KM =	16,00

mL × AB qui exprime la poussée désignée

par p dans la formule, sera $36,5 \times 9$, qui donne		328,5
et pour $2p$		657,0
TI représenté par d étant 23,60, on aura $2pd$		15439,5
m représentant KM $\times$ AB sera 16×9, qui donne 144, et pour $2m$		288,0
c qui représente iK étant 8,75, on aura $2mc$	$=$	2520,0
b qui exprime la somme des efforts verticaux, sera encore		355,50
$\frac{b}{a}$	$=$	2,96
et $\frac{bb}{aa}$	$=$	8,76

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura $x = \sqrt{657 + \frac{15439,5 - 2520}{120} + 8,76} - 2,96$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 24,85$, c'est-à-dire moins de 25 lignes.

Ce modèle commence à se soutenir sur des pieds-droits de 26 lignes. En ne prenant que la racine du double de la poussée 657, on trouve 25,64 ou 25 lignes $\frac{2}{3}$, de même que par la méthode géométrique.

Il résulte des six dernières applications, et des modèles sur lesquels elles ont été faites, que dans les voûtes de même diamètre, même hauteur de cintre et même épaisseur, celles dont le cintre a le plus de courbure par le haut et qui donnent une plus grande retombée iK, ont le moins de poussée : ainsi dans les voûtes surhanssées, celle dont le cintre est formé par la cycloïde à la partie iK $=$ 18 $\frac{3}{4}$, et la poussée 148 [illegible]

dans l'elliptique...	i K = $17\frac{3}{4}$	et la poussée	$175\frac{1}{2}$
dans la cassinoïde	i K = 15		216

Pour les voûtes surbaissées.

La cycloïde donne	i K = $8\frac{1}{4}$,	et la poussée	$328\frac{1}{2}$
l'ellipse.........	= $8\frac{1}{2}$		333
et la cassinoïde...	= 7		360

Nous ajouterons à ce que nous avons déjà dit au troisième livre, page 127 — 131 et à la page 278 de celui-ci, que la cassinoïde est celle de ces trois courbes qui renferme le plus grand espace, et celle qui, inscrite dans un rectangle formé par le diamètre et la hauteur de la voûte, produit le meilleur effet; mais outre que cette courbe ne peut pas servir pour tous les cas, c'est celle qui produit la plus grande poussée. Lorsqu'elle est entièrement extradossée d'égale épaisseur, et divisée en quatre parties, elle ne peut pas se soutenir étant posée sur un plan de niveau et sans pieds-droits, lorsque son épaisseur est moins de la neuvième partie de son diamètre.

La cycloïde, qui renferme le moindre espace, est celle qui produit le moins de poussée, mais elle ne s'ajuste pas aussi bien dans le rectangle formé par le diamètre et la hauteur du cintre de la voûte; elle a encore l'inconvénient de ne pouvoir servir que dans un seul cas, c'est-à-dire lorsque le rapport de la largeur est à la hautenr du cintre, comme 22 est à 7 pour les voûtes surbaissées, et pour les voûtes surhaussées, comme 14 est à 11.

La moindre épaisseur qu'exigent les voûtes dont le cintre est formé par cette courbe pour se soutenir, lorsqu'elle est

posée sur un plan sans pieds-droits, est un peu plus de la dix-huitième partie du diamètre, comme dans les voûtes dont le cintre est formé par une demi-circonférence de cercle.

L'ellipse, dont la courbure est moyenne entre les deux précédentes, a l'avantage de pouvoir servir pour toutes sortes de hauteurs de cintre; inscrite dans un rectangle, elle produit un meilleur effet que la cycloïde, mais elle a plus de poussée que cette dernière et moins que la cassinoïde.

Comme les constructeurs préfèrent de former les cintres des voûtes surbaissées avec des assemblages d'arcs de cercle qui produisent une courbe qui approche plus de la cassinoïde que de l'ellipse, il faut qu'ils soient prévenus que ces sortes de voûtes ne doivent jamais être entièrement extradossées d'égale épaisseur, et de plus, que leurs murs ou pieds-droits doivent être continués, au moins, jusqu'à l'endroit où la ligne du pied-droit prolongée rencontre l'extrados à l'endroit où elle se détache des murs : comme on le voit, figure 24, leur épaisseur à cet endroit peut avoir la douzième partie du diamètre, et de là en diminuant jusqu'au milieu de la clef, où cette épaisseur peut être réduite au vingt-quatrième.

Il est bien essentiel d'observer, qu'une voûte trop mince, extradossée également, peut tomber, quelle que soit la résistance des murs ou points d'appui qui la soutiennent, surtout lorsqu'elle est surbaissée, parce qu'une fois rompue par un accident quelconque, l'effort des parties supérieures peut faire relever les parties inférieures sans que les murs s'écartent.

Treizième application, figure 22.

Soit ACA' le modèle d'un arc rampant, de même diamètre et épaisseur que les précédens, extradossé également, élevé sur des pieds-droits d'inégale hauteur, dont le plus bas a 10 pouces ou 120 lignes, et le plus haut 14 pouces $\frac{1}{2}$ ou 174 lignes : nous avons dit au troisième livre, page 145, en parlant de la manière de tracer les cintres de ces espèces d'arcs, qu'elle dépendait de la ligne de sommité, qui pouvait être inclinée ou de niveau. Dans cette application, la ligne de sommité est supposée parallèle à la ligne de rampe B, B'.

Cette voûte étant composée de deux moitiés d'arcs différens, on tracera sur chacune la circonférence moyenne et les autres lignes, comme il a été ci-devant indiqué; ensuite on prolongera indéfiniment l'horizontale KL du petit arc qui coupera la circonférence moyenne de l'autre en S, et la ligne intérieure de son pied-droit en *g*.

La partie KLS indiquera l'effort horizontal de la partie de voûte KGS commune aux deux demi-arcs; de sorte que si l'on suppose un joint en S, la partie LK indiquera l'effort qui agit contre la partie inférieure du petit arc, et LS celui contre la partie inférieure du grand. Ces parties résisteront à ces efforts, savoir : le petit arc, avec une force indiquée par *i*K, et le grand avec une force indiquée par *g*S. Mais comme *g*S est plus grand que LS, on portera LS de *g* en *f* pour avoir la différence *f*S, qui exprimera de combien LS doit être augmenté pour résister à l'effort du grand demi-arc, c'est-à-dire que l'effort du petit doit être égal à L*f*; mais comme ce dernier a besoin pour se soutenir que le

grand agisse contre lui avec un effort égal à K L, ce sera la différence de ces deux efforts opposés qui causera la poussée contre la partie inférieure du petit arc et le pied-droit qui le soutient : ainsi, ayant porté la grandeur f L de L en q, on prendra la moitié de $i\,q$, qu'on portera de L en h; la partie h K multipliée par l'épaisseur A B, sera l'expression de la poussée désignée par p dans la formule

$$x = \sqrt{2\,p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}.$$

Ayant trouvé $h\text{K} = 30\tfrac{1}{2}$ et $\text{AB} = 9$, on aura pour la valeur de p, $30\tfrac{1}{2} \times 9 = 274\tfrac{1}{2}$; et pour celle de $2\,p$ — 549, d, qui représente I T, étant $29\tfrac{1}{2}$, on aura $2\,p\,d = 16195\tfrac{1}{2}$ dans $2\,m\,c$, m qui désigne $\text{MK} \times \text{AB}$, sera $12\tfrac{1}{3} \times 9 = 111$, et $2\,m = 222$.

c qui désigne i K étant 8, on aura $2\;mc = 222 \times 8$, qui donne 1776.

La hauteur du pied-droit désignée par a étant 174, on aura $\frac{2\,p\,d - 2\,m\,c}{a} = \frac{16195\frac{1}{2} - 1776}{174}$, qui se réduit à 82,81

L'effort vertical désigné par b, exprimé par $\text{TF} \times \text{AB}$, sera $41\tfrac{2}{3} \times 9 = 375$, et $\frac{b}{a} = \frac{375}{174}$, qui se réduit à 2,15

et $\frac{bb}{aa}$ 4,64

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura $x = \sqrt{549 + 82{,}81 + 4{,}64} - 2{,}15$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 23{,}08$, c'est-à-dire un peu plus de 23 lignes pour l'épaisseur du grand pied-droit qui soutient le demi petit arc.

Pour le demi grand arc, il faudra, après avoir prolongé indéfiniment l'horizontale I K' L', porter la grandeur V L' de K' en r, et diviser r L' en deux parties égales au point t;

la ligne K' t indiquera l'effort avec lequel le petit demi-arc agira contre le grand, qui lui résistera avec une force indiquée par i' K' : ainsi, portant i' K' de K' en q', l'effort de la poussée sera indiqué par $q' t \times$ A B, dont la valeur désignée dans la formule par p,

sera $20 \times 9 = 180$, et pour $2p$	360
d, qui désigne TI étant $69\frac{2}{3}$, $2pd$ sera	25080
Dans $2mc$, m étant $26 \times 9 = 234$	
et $c = 23\frac{1}{6}$, $2mc$ sera	10842
a, qui désigne la hauteur du petit pied-droit étant	120
on aura $\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{25080 - 10842}{120}$, qui se réduit à —	118,65
b, qui représente T F $\times$ A B, sera $95\frac{2}{3} \times 9$, qui donne	861
$\frac{b}{a}$ sera $\frac{861}{120}$, qui se réduit à 7, 175, et $\frac{bb}{aa}$ à	51,48

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura $x = \sqrt{360 + 118{,}65 + 51{,}48} - 7{,}175$, qui donnera, après les calculs faits, $x = 15{,}855$, c'est-à-dire, près de 16 lignes pour l'épaisseur du petit pied-droit qui porte le demi grand arc.

En ne prenant que la racine carrée du double de la poussée, on trouve pour le grand pied-droit 23 lignes $\frac{44}{100}$, et pour le petit 19 lignes.

Pour l'opération géométrique, il faudra, pour le grand pied-droit, porter hK de B en u, et le double de AB de B eu n ; ensuite, sur un, comme diamètre, décrire une demi-circonférence de cercle qui coupera eu E l'horizontale BA prolongée; BE qu'on trouvera de 23 lignes $\frac{4}{9}$, sera l'épaisseur à donner à ce pied-droit.

Pour le petit pied-droit, on portera $q't$ de B' en u', et le double de A' B' de B' en n'; la demi-circonférence décrite sur un comme diamètre, donnera 19 lignes pour son épaisseur.

Ce modèle de voûte éprouvé avant que les arêtes fussent émoussées, s'est soutenu sur des pieds-droits dont le grand était de 22 lignes, et le petit de 18 lignes.

Quatorzième application, figure 23.

Pour l'autre modèle d'arc rampant, après avoir fait les mêmes opérations que pour le précédent, on trouve pour le petit arc $hK \times AB = 30\frac{1}{3} \times 9$, qui donne

$p = 273$ et $2p =$ 546

d, étant $22\frac{2}{3}$, on aura $pd =$ 12376

m, qui représente $MK \times AB$, sera $9\frac{1}{6} \times 9$, qui donne $82\frac{1}{2}$, et pour $2m$, 165

c, qui représente iK étant $4\frac{2}{3}$, $2mc$ sera $165 \times 4\frac{2}{3} =$ 770

La hauteur du grand pied-droit, désigné par a dans la formule, étant 174, on aura pour la valeur de $\frac{2pd - 2mc}{a}$, $\frac{12376 - 770}{174}$, qui se réduit à 66,7

La somme des efforts verticaux désignée dans la formule par b qui représente $TE \times AB$, sera $31\frac{5}{6} \times 9$, qui donne $286\frac{1}{2}$, et pour $\frac{b}{a}\ \frac{286\frac{1}{2}}{174} =$ 1,65

et pour $\frac{bb}{aa}$ 2,71

Substituant ces valeurs dans la formule $x = \sqrt{2p + \frac{2p - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, on trouve

$x = \sqrt{546 + 66,7 + 2,71} - 1,65$, qui donne, après les opérations faites, $x = 23$ ligoes [illegible] pour l'épaisseur du grand pied-droit.

Pour avoir celle du petit, après avoir opéré comme pour l'exemple précédent, on trouvera $q't \times A'B'$, désigné dans la formule par $p = 25 \times 9$, qui doone 225, et pour

$2p$	450
d, qui désigne IT étant $60\frac{1}{6}$, on anra $2pd =$	27075
m, désignant $M'K' \times A'B'$, sera 25×9,	
qui donne 225 et $2m$,	450
c désigné par iK étant $20\frac{1}{2}$, on aura $2mc =$	9225
La hanteur du pied-droit désignée par a étant	
120, on aura $\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{27075 - 9225}{120}$, qui	
se réduit à	148,75
b qui représeote TF $\times$ AB, sera $85\frac{1}{6} \times 9$,	
qui donne	766,5
et $\frac{b}{a} = \frac{766,5}{120}$, qui se réduit à 6,387, et $\frac{bb}{aa}$ à	40,80

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura $x = \sqrt{450 + 148,75 + 40,8} - 6,387$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 18$ ligoes [illegible] pour l'épaisseur du pied-droit.

Eu ne prenant que la racine carrée du double de la poussée, ou trouve pour le grand pied-droit 23 lignes [illegible], et pour le petit 21 lignes [illegible].

L'opération géométrique donne les mêmes résultats.

L'expérience donne 22 ligoes pour le grand pied-droit, et 19 lignes [illegible] pour le petit.

Il résulte de ces deux applications et de leur résultat confirmé par l'expérience, que plus l'arc soutenu par le grand pied-droit, est petit par rapport au grand arc soutenu

par le petit pied-droit, plus la poussée contre le grand pied-droit est considérable. D'où l'on peut conclure que lorsqu'il s'agit d'arc-bouter un mur, il vaut mieux déterminer la courbe par une ligne de sommité horizontale que par une ligne de sommité rampante, et que le cas le plus avantageux est lorsqu'on ne forme qu'un demi-arc.

Quinzième application, figure 24.

Dans les applications précédentes, notre objet était de faire connaître les courbures de cintre qui conviennent le mieux aux voûtes surhaussées, surbaissées et rampantes; c'est pourquoi nous les avons considérées comme étant entièrement extradossées d'égale épaisseur, ce qui n'arrive presque jamais, parce que c'est le cas le plus défavorable. Dans les applications suivantes, nous allons les considérer comme on a coutume de les construire, et comme elles doivent être pour avoir toute la solidité dont elles sont susceptibles.

Le sujet de cette application est un modèle de voûte en plein cintre, dont les pieds-droits sont continués jusqu'à l'endroit où la ligne de leur face intérieure prolongée rencontre celle de l'extrados de la voûte. D'ailleurs les autres dimensions de ce modèle sont semblables à celui sur lequel nous avons fait la troisième application, page 270, fig. 12.

Cette disposition donne la hauteur du pied-droit indiquée dans la formule $x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, par a de 152,5, au lieu de 120.

L'effort de la poussée indiqué par $m\text{L} \times \text{AB}$, désigné

par p dans la formule, sera toujours 217,98 et

$2p =$ 435,96

d, qui représente EH, sera 8,86; ce qui donnera pour $2pd$ 3862,60

$2mc$ sera comme ci-devant 3899,69

$\frac{2pd - 2mc}{a}$ sera $\frac{3862,60 - 3899,69}{152,5}$, qui se réduit à 37,09

b, qui représente tF × AB, sera 36 × 9, qui donne 324

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{324}{152,5}$, qui se réduit à 2,124, et $\frac{bb}{aa}$ à 4,51

Ces valeurs étant substituées dans la formule, donneront $x = \sqrt{435,96 - 37,09 + 4,51} - 2,124$, qui se réduit à $x = 17,934$, c'est-à-dire un peu moins de 18 lignes, au lieu de 20 lignes $\frac{1}{3}$ qu'exigent les pieds-droits de la même voûte, lorsqu'elle est entièrement extradossée.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, on trouve par le calcul, ou la méthode géométrique, 20 lign. $\frac{88}{100}$, au lieu de 22 lignes $\frac{3}{4}$ que donne la même opération, lorsque la voûte est entièrement extradossée; ce qui prouve l'avantage de cette dernière disposition.

La moindre épaisseur de pied-droit sur lesquels ce modèle commence à se soutenir, est de 19 lignes $\frac{1}{5}$.

Seizième application, figure 26.

Le modèle d'arc sur lequel nous allons faire cette application a le même diamètre que les précédens; mais il est extradossé en ligne droite de niveau, comme pour former le sol d'un étage supérieur. L'épaisseur au milieu de la clef est de 9 lig. Pour trouver l'endroit où se ferait la fraction, ou le plus grand effort, il faut, après avoir élevé du point

B la verticale BF jusqu'à la rencontre de la ligne d'extrados, tirer la sécante FO qui coupe perpendiculairement la circonférence intérieure au point K : par ce point, on mènera l'horizontale IKL et la verticale HKM.

La partie CDKF sera celle qui cause la poussée avec un effort indiqué par KL, qu'on trouvera = 35,14
FH = IK, désigné par c dans la formule, sera 18,86
l'arc ou circonférence KD de 40^d, 36^m = 38,28
l'arc KB 46,57
l'arc DKB 84,85
KH désigné par d 22,
la verticale HKM 63
la hauteur du pied-droit, désignée par a dans la formule est de 183

La superficie du voussoir supérieur, indiquée par FKCD, est de 667,44; mais comme la charge des reins se porte sur le voussoir inférieur, il faudra en déduire le triangle FKH $= \frac{18,26 \times 22}{2} = 207,46$: le surplus 459,98, étant multiplié par KL et divisé par l'arc KD, c'est-à-dire $\frac{459,98 \times 35,14}{38,28}$, qui se réduit à 422,24, désignera l'effort de la partie supérieure.

Celui de la partie inférieure, désigné par $\frac{FBKH \times IK}{KB}$ sera $\frac{651,07 \times 18,86}{46,57}$, qui se réduit à 263,67 : la différence de ces deux efforts = 158,57 sera l'expression de la poussée désignée par p dans la formule, et pour $2p$ 317,14.

Les pieds-droits étant censés continués jusqu'à la ligne d'extrados EC, seront plus grands que le bras de levier de la poussée qui agit au point K. Ainsi l'expression de



ce bras de levier, au lieu d'être exprimé par $a + d$, comme dans lés exemples précédens, sera $a - d$ en désignant par d leur différence, ce qui donnnera $-\frac{2pd}{a}$, au lieu de $+\frac{2pd}{a}$ dans la formule, dont la valeur sera $-\frac{317,14 \times 22}{183}$, qui se réduit à 38,12.

$2mc$ qui, dans les applications précédentes, désignait le double de l'effort vertical dn voussoir snpérieur, multiplié par son bras de levier, devient nul, parce qu'il se trouve compris dans l'addition faite au voussoir inférieur, en sorte qne la formule devient

$$x = \sqrt{2p - \frac{2pd}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}.$$

b, qui désigne toujonrs l'effort vertical de la demi-voûte, sera $\frac{1111,05 \times 63}{84,85}$, qui donne 824,94 et pour $\frac{b}{a}$, $\frac{824,94}{183}$, qui se réduit à 4,5, et pour $\frac{bb}{aa}$, à 20,25.

Ces valeurs étant substituées dans la dernière formule, donneront $x = \sqrt{317,14 - 38,12 + 20,25} - 4,5$, qui se réduit à $x = 12$ lignes $\frac{8}{10}$. En prenant la racine du double de la poussée, on trouve 17 lignes $\frac{3}{10}$: l'expérience donne 14 lignes pour la moindre épaisseur de pieds-droits snr lesquels cette voûte puisse se soutenir.

Pour trouver cette épaissenr par la méthode géométrique, on portera IK de K en m, et m L de B en h, le double de l'épaisseur CD de B en n, et sur nh, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle, qui conpera l'horizontale OB prolongée an point A; ce qui donnera l'épaisseur cherchée BA $= 17 \frac{1}{4}$.

Autre solution par la méthode des centres de gravité, pour servir de preuve à la précédente.

En faisant l'application de cette méthode au grand modèle de voûtes extradossées d'égale épaisseur, nous avons dit, page 269, qu'elle convenait particulièrement à celles qui ne sont pas extradossées d'égale épaisseur.

On cherchera d'abord la position du centre de gravité de la partie de voûte supérieure FCDK, et de ce centre G, on abaissera une verticale indéfinie; considérant ensuite le point K comme un appui, on tirera de ce point une perpendiculaire Kg à cette direction, et une autre KH à celle de la puissance désignée par CF : cela fait, considérant HKg comme un levier angulaire dont l'appui est en K, soutenant à l'extrémité du bras Kg le poids du voussoir par le moyen d'une puissance horizontale placée à l'extrémité H de l'autre bras, on aura, en nommant cette puissance p, et le poids Q, $p : Q :: Kg : KH$, qui donne $Q \times Kg = p \times KH$, et $p = \frac{Q \times Kg}{KH}$.

Q, qui désigne la superficie de la partie supérieure de voûte, étant 667,44
Kg — 8,34
et KH — 22,00

on aura $p = \frac{667,44 \times 8,34}{22}$, qui se réduit à 252,93 pour la valeur de p de la formule $x = \sqrt{2p - \frac{2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, et pour $2p$ — 505,86.

b, qui désigne la superficie de la demi-voûte, sera $= 1111,05$ et $2b = 2222,1$.

c, qui indique la distance du point B à la verticale abaissée du centre de gravité de cette demi-voûte, sera 18,57.

a, qui désigne la hauteur du pied-droit, sera comme ci-devant 183.

Ainsi $\frac{2bc}{a}$ sera $\frac{2222,1 \times 18,57}{183}$, qui se réduit à 225,48

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{1111,05}{183}$, qui se réduit à 6,07

et $\frac{bb}{aa}$ à 36,85

Substituant ces valenrs dans la formule, on aura l'équation $x = \sqrt{505,86 - 225,48 + 36,85} - 6,07$, qui se réduit à $x = 11,74$, au lien de 11,8 tronvé par la méthode précédente.

On convient que cette dernière méthode est plus juste que la précédente; mais les opérations qu'il faut faire pour trouver la position des centres de gravité et les distances de leurs directions aux points d'appui K et B, la rendent beaucoup plus longue et plus difficile.

D'ailleurs comme c'est plntôt la stabilité qne l'équilibre qu'on doit avoir en vue dans ces recherches, il n'y a pas d'inconvénient à ce que les résultats soient plutôt un peu forts que plus faibles; il suffit de prendre la racine du double de la poussée, ou le résultat de l'opération géométrique.

La moindre épaisseur de pieds-droits sur lesquels ce modèle a pu se soutenir lorsqu'il était nouvellement taillé et que les arêtes étaient encore vives, a été de 14 lignes.



Dix-septième application de la formule au modèle de voûte représenté par la figure 27.

Ce modèle comprend une voûte semblable à la précédente, avec un étage au-dessus formé par deux murs dont la hauteur est 100, et d'un toit représenté par la fig. 27. Il s'agit de savoir quel changement cette addition doit apporter à l'épaisseur des pieds-droits, à cause du poids de ces constructions qui tendent à les affermir.

Le moyen le plus simple est de réduire ces constructions en superficie de même matière, et de les considérer comme un prolongement de pieds-droits.

Dans ce modèle, la hauteur des murs prolongés est 100 lignes; au lieu d'être en pierre de Conflans comme le bas, il sont en plâtre, dont la pesanteur spécifique n'est que les $\frac{3}{4}$ de celle de la pierre de Conflans.

Le toit au-dessus avec la charpente pèse 12 onces. D'abord, il est aisé de voir que la hauteur EG des murs, qui est 100, n'équivaudra à cause de leur moindre pesanteur qu'à 75. Quant à la charpente qui pèse 12 onces, ayant éprouvé que 576 lignes de superficie de pierre de Conflans sur même épaisseur que le modèle, pèsent 5 onces, on trouvera, par une simple règle de proportion, que 12 onces répondent à une superficie de 13,82, dont la moitié 6,91 doit être ajoutée à celle des efforts verticaux désignée par b dans $\frac{b}{a}$ et $\frac{bb}{aa}$. Nous désignerons ces termes $\frac{h}{a}$ et par $\frac{hh}{aa}$, et la formule deviendra $x = \sqrt{2p - \frac{2pd}{a} + \frac{hh}{aa}} - \frac{h}{a}$. La hauteur des pieds-droits désignée par a dans cette formule sera dans ce cas-ci $183 + 75 = 258$.

p ne changeant pas de valeur, on aura, comme dans la quinzième application, $2p = 265,86$.

d, qui représente la différence de la hauteur du pied-droit avec le bras de levier, sera 75 ; ce qui donnera la valeur de $\frac{2pd}{a} = \frac{565,85 \times 75}{258}$, qui se réduit à 77,28.

h sera $750,69 + 691 = 1441,69$,

Et $\frac{h}{a}$ $\frac{1441,69}{258}$, qui se réduit à 5,58.

Et $\frac{hh}{aa}$, devient 31,22.

Substituant ces valeurs dans la formule, on a $x = \sqrt{265,86 - 77,28 + 31,22} - 5,58$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 9,15$.

Ce modèle se soutient sur des pieds-droits de 11 lignes.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, on trouve 13 lignes.

Pour la méthode géométrique, après avoir opéré, comme nous avons ci-devant indiqué page 30, on ôtera du résultat 17 lignes $\frac{1}{4}$, la valeur de $\frac{h}{a}$, c'est-à-dire 5, 58, 5; le reste, 11 lignes $\frac{2}{3}$, sera l'épaisseur que l'on cherche.

Il est bon de faire observer qu'en avançant les murs du haut d'une ligne en dedans de la verticale BF, il suffit qu'ils ayent 6 lignes d'épaisseur pour que le modèle se soutienne, parce que cette espèce de porte à faux augmente la résistance des pieds-droits. Ce moyen a été souvent mis en usage avec succès par les architectes Goths, ainsi que celui de faire porter la naissance des arcs ogives sur des encorbellemens, afin d'éviter de donner une trop grande épaisseur aux murs ou pieds-droits qui les soutiennent.

Dix-huitième application au modèle représenté par la figure 28.

Ce modèle représente un arc composé de 11 voussoirs, dont 10 avec des crossettes pour se raccorder avec des assises horizontales, et le onzième formant clef. Son diamètre est de 9 pouces, ou 108 lignes, comme les précédens.

Ayant tiré les lignes BF, FC, la sécante FO, et l'horizontale IKL, en considérant ce modèle, indépendamment des 5 rangs d'assises ajoutés au-dessus de la ligne d'extrados FC, on trouvera KL = 30,73
IK = 23,27
OC = BF = 78
l'arc KD = 32,7
l'arc KB = 52,15
KG = 33,59
a qui indique la hauteur du pied-droit, 198.

La superficie de la partie de voûte supérieure KFCD, sera 1223,1, dont ôtant celle du triangle FKG, qui est de 590,82; le reste, 832,28 étant multiplié par 30,73, et divisé par 32,7, donnera pour l'effort de cette partie 782,44.

La superficie de la partie inférieure sera de 697,95, à laquelle ajoutant le triangle FKG = 390,82, on aura 1088,77, qui, étant multiplié par 23,27, et divisé par 52,15, donne 485,82 pour son effort.

L'expression de la poussée désignée par p dans la formule $x = \sqrt{2p - \frac{2pd}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, étant égale à la diffé-

rence de ces deux efforts, sera 296,62, et $2p =$ 593,24

d, qui représente KG, étant 33,59

on aura $2pd = 19926{,}93$; $\frac{2pd}{a}$, sera 100,64

b, représentant la somme des efforts de la

demi-voûte, sera $\frac{1921 \times 78}{85}$, qui se réduit à 1762,8

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{1762{,}8}{198}$, qui se réduit à 8,9, et $\frac{bb}{aa}$, à 79,21

Substitnant ces valeurs dans la formule, on aura l'équation $x = \sqrt{593{,}24 - 100{,}64 + 79{,}21} - 8{,}9$, qui se réduit à $x = 15{,}01$.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, on trouve 23,91; mais cette épaisseur est un peu trop forte, parce que la somme des efforts verticaux dont on fait abstraction est considérable.

Par la méthode géométrique, on trouve 19 lignes.

La moindre épaisseur de pieds-droits sur lesquels ce modèle peut se soutenir est de 16 lignes.

Autre solution par la méthode des centres de gravité.

Nous considérerons le voussoir N, joint à la demi-clef, comme ne faisant qn'un seul voussoir, dont la superficie est de 791,79; après avoir trouvé le centre de gravité de ce voussoir, on trouvera que la distance dn point d'appui f, à la verticale abaissée de son centre de gravité, est de 15,73; ainsi, en considérant nfd comme un levier angulaire, on aura pour l'expression de l'effort qui soutient ce voussoir sur le joint hf, $\frac{791{,}79 \times 15{,}73}{28{,}88}$, qui donne 431,26, pour la valeur de p de la formule $x = \sqrt{2p - \frac{2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, et pour $2p$, 862,5.

b, qui indique la superficie de la demi-voûte, étant 1921,14, et c qui exprime la distance du point à la verticale abaissée de son centre de gravité 22,14, on trouvera $bc = 42534{,}0396$, et $2bc = 85068{,}08$; ce qui donne $\frac{2bc}{a} = \frac{85068{,}08}{198}$, qui se réduit à 429,13

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{1921{,}14}{198} = 9{,}7$, et $\frac{bb}{aa} = 94{,}09$.

Substituant ces valeurs dans la formule, on trouve $x = \sqrt{862{,}52 - 429{,}13 + 94{,}09} - 9{,}7$, qui donne $x = 13{,}26$, au lieu de 15,01 trouvé par l'autre méthode.

Pour trouver l'épaisseur des pieds-droits par la méthode géométrique, après avoir porté IK, de K en m, on portera, comme il a été dit ci-devant, mL, de B en h, et le double de CD, de B en n; ensuite sur nh, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence qui coupera l'horizontale OB, prolongée en E, et BE qu'on trouvera de 18 lignes $\frac{3}{4}$, sera l'épaisseur qui conviendrait à cet arc, ou aux pieds-droits d'une voûte dont elle présente la coupe, qui serait extradossée de niveau, selon la ligne FG.

Il est bon de remarquer que si l'on pose au-dessus de cet arc plusieurs assises de pierres carrées, comme pour former un mur en pierre de taille, bien loin d'augmenter l'effort de la poussée contre les pieds-droits, on augmente leur résistance, en sorte que l'arc se soutient avec plus de solidité, et même sur des pieds-droits de moindre épaisseur que celle indiquée par les deux méthodes pour l'état d'équilibre; trois assises suffisent pour détruire l'effort de la poussée, et lorsqu'il y en a cinq, on peut ôter la clef de l'arc, et la pierre au-dessus. Ce qui prouve que les murs construits au-dessus des arcades détruisent souvent leur poussée au lieu de l'augmenter, parce qu'il se forme une voûte

naturelle par encorbellement, ainsi qu'on le voit par la fig. 28, par la fig. 1 de la planche XX, et la fig. LXIX.

La tenacité du mortier augmente cet effet, en raison de ce que les pierres sont moins grosses, et qu'il se trouve en plus grande quantité, ainsi qu'on le voit par le mur représenté par la planche X, qui offre une preuve de la force avec laquelle le mortier peut unir les pierres dans les maçonneries bien faites.

L'appareil à crossettes convient principalement pour les grandes arcades en pierre de taille, parce qu'il se relie mieux avec les assises du niveau, et qu'il empêche les voussoirs d'agir comme des coins, de se désunir, et de glisser sur leurs joints : mais il ne faut pas que ces crossettes ayent plus de la moitié de la hauteur des assises avec lesquelles les voussoirs se raccordent.

Dix-neuvième application de la formule, fig. 25.

Le modèle de voûte sur lequel nous allons faire cette application, est extradossé par une circonférence de cercle qui n'est pas concentrique avec celle qui forme le cintre intérieur, en sorte que son épaisseur va en diminuant depuis le bas jusqu'au milieu de la clef; son diamètre est comme ceux des modèles précédens, de 9 pouces ou 108 lignes. Son épaisseur au sommet est de 4 lignes.

Vers le milieu des reins, de 7 lignes $\frac{1}{2}$, et à sa naissance de 14 lignes $\frac{1}{2}$.

La courbe d'extrados est formée par un arc de cercle, dont le centre est au-dessous de celui du cintre intérieur

de la sixième partie de la corde AO, en sorte que le rayon

	DN est de	68,5
	KL	38,18
	IK	15,82
L'arc BK =	KC —	42,43

La superficie de la partie supérieure de voûte KHDC est de 258,75. Celle de la partie inférieure BAHK, de 486,5.

D'après ces valeurs on aura pour l'expression de l'effort de la partie supérieure $\frac{258,75 \times 38,18}{42,43}$, qui se réduit à 232,47.

Le demi-segment AB*e*, étant supposé uni au pied-droit, il n'y aura que la partie B*e*HK, dont la superficie est de 178, qui puisse balancer l'effort supérieur : son expression sera $\frac{178 \times 15,82}{42,43}$, qui donnera 66,24.

La différence de ces deux efforts 166,23, sera l'expression de la poussée indiquée par p dans la formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}:$$

ainsi $2p$ sera	332,46
IB = KL indiqué par d, sera	38,18
Ce qui donne la valeur de $2pd$ =	12693,92
L'effort vertical de la partie supérieure indiqué par m, sera $\frac{258,75 \times 1582}{42,43}$ =	96,3
et pour $2m$	192,6
La valeur de c étant 15,82, on aura $2mc$ =	3046,5
La hauteur des pieds-droits étant toujours 120, on trouvera $\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{12693,92 - 3046,5}{120}$, qui se réduit à	80,39

b, qui indique l'effort vertical de la demi-voûte, représenté par FB, sera $\frac{745,26 \times 54}{84,85}$,

qui donne 473,48

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{473,48}{120}$, qui se réduit à 3,95

et $\frac{bb}{aa}$ à 15,56

Ces valeurs étant substituées dans la formule, donneront $x = \sqrt{232,46 + 8039 + 15,56} - 3,95$, qui donne, après les opérations faites, $x = 16,74$.

La moindre épaisseur de pieds-droits sur lesquels ce modèle peut se soutenir, est 17 lignes [illegible].

Pour trouver l'épaisseur par la méthode géométrique, au lieu du double de CD, il faut porter le double de l'épaisseur moyenne HK de B en h, et mL de B en n, et décrire à l'ordinaire sur nh comme diamètre, une demi-circonférence qui coupera OB prolongé en E, et EB sera l'épaisseur cherchée qu'on trouvera de 18 lignes [illegible].

Si le pied-droit est continué jusqu'au point e, où l'épaisseur de la voûte se dégage du pied-droit, la hauteur de ce pied-droit désignée dans la formule par a, sera de 151,5, au lieu de 120, et la différence

b, au lieu d'être $\frac{745,26 \times 54}{85}$, ne sera plus que $\frac{436,75 \times 54}{85}$ qui se réduit à 277,46.

d exprimé par Ie, sera 6,5. Toutes les autres valeurs restant les mêmes que dans l'exemple précédent, l'équation se réduira à $x = \sqrt{232,46 - 5,71 + 4} - 2$, qui donnera, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 16,21$.

Par la méthode des centres de gravité, on trouve 15,84, et par l'expérience 16 [illegible].

Observation.

Dans les applications précédentes, nous avons considéré les voûtes, plutôt comme des arcades supportées par des pieds-droits, que comme des voûtes soutenues par des murs d'une certaine longueur; nous allons les considérer actuellement sous ce dernier point de vue, et comme servant à couvrir un espace renfermé par des murs.

Par rapport aux voûtes en berceau supportées par des murs parallèles, il est évident que la résistance de ces murs n'augmente pas en raison de leur longueur, comme l'effort de la voûte; car si l'on suppose la longueur de cette voûte divisée en une infinité de tranches, telles que C, D, E, figure 30, planche LXXXXI, on trouvera pour chacune de ces tranches une même épaisseur de pieds-droits, en sorte que tous ces pieds-droits réunis ensemble formeront un mur de même épaisseur. C'est pourquoi nous n'avons considéré dans les exemples précédens, que la surface de ces arcades et de leurs pieds-droits, qui peut être considérée comme la coupe ou le profil d'une voûte d'une longueur quelconque. Ainsi on peut dire que l'épaisseur de mur trouvée pour le profil en coupe d'une voûte, convient à cette même voûte prolongée à l'infini, en supposant les deux murs qui la supportent isolés, et qu'elle n'est pas terminée par d'autres murs à ses extrémités.

Lorsque les voûtes en berceau sont terminées à leurs extrémités par des murs, qu'on appelle murs de pignon, contre lesquels la voûte se profile, il est facile

de concevoir que moins ces murs seront éloignés, plus il faudra d'effort aux voûtes pour renverser ceux qui les supportent; ainsi on peut appliquer, à ces derniers murs, la règle que nous avons ci-devant indiquée pour ceux qui renferment un espace, (pag. 190, N.° 135.) c'est-à-dire qu'il faut porter leur longueur de R en T, fig. 24. pl. LXXXX; et après avoir tiré la ligne oblique T B, prolongée indéfiniment, porter sur cette ligne l'épaisseur trouvée pour le profil, de B en *a*; du point *a*, abaisser une verticale, qui donnera l'épaisseur *e* B, qu'il suffit de donner à ces murs, à cause de la plus grande résistance que leur procurent les murs de pignon, avec lesquels ils sont liés. Il faut encore faire attention qu'en reliant les voûtes avec ces murs de pignon, on peut diminuer beaucoup l'effort de leur poussée, surtout lorsqu'ils sont peu éloignés. Quand il se trouve des vides dans les murs, il faut ajouter à leur longueur le double de ces ouvertures, ainsi que de celles pratiquées dans les murs de pignon.

La fig. 11 de la pl. LXXXIX, fait voir que lorsque les murs n'ont pas assez d'épaisseur pour résister à la poussée des voûtes, elles s'ouvrent en dessous vers le sommet, et en dessus vers le milieu des reins; d'où il résulte qu'on parviendrait à supprimer la poussée d'une voûte en pierre de taille, en cramponnant les voussoirs près de la clef en dessous, et ceux des milieux des reins en dessus. Ce moyen serait préférable aux chaînes ou tirans de fer qu'on place sur l'extrados des voûtes, parce que ces tirans ne peuvent pas empêcher qu'il ne se fasse un écartement en dessous, assez considérable pour que les coupes puissent échapper, lorsque leurs arêtes supérieures sont déjà brisées par l'effort de la poussée.

Les chaînes placées au droit des naissances, quoique plus avantageuses, ne peuvent non plus empêcher les voûtes, extradossées d'égale épaisseur, de se rompre, et de tomber, lorsqu'elles sont trop minces, parce qu'elles ne sauraient s'opposer au renflement qui se fait au milieu des reins, semblable à celui qu'éprouve un demi-cerceau, dont les deux bouts sont fixés, lorsqu'on appuye sur le milieu. La position la plus avantageuse d'une chaîne horizontale, pour s'opposer à l'effort d'une voûte, serait de passer par le point K, où se fait la réunion des deux efforts.

ARTICLE V.

De la poussée des voûtes composées.

M. Frézier, en parlant de la poussée de ces espèces de voûtes, propose, pour trouver l'épaisseur des pieds-droits qui doivent les soutenir, de chercher par la manière ordinaire l'épaisseur qui convient à chaque partie de voûte en berceau B N, B K, fig. 32, dont se compose l'arête: ainsi, portant de B en E l'épaisseur qui conviendrait au berceau B N, et de B en F celle qu'exigeroit le berceau B K, le pied-droit B E H F devrait suffire pour résister à la poussée du quart de voûte O K B N.

Par ce procédé, on trouverait que pour soutenir une travée de voûte d'arête de 9 pouces de diamètre, il ne faudrait des pieds-droits que de 21 lignes d'épaisseur en tous sens, sur 120 lignes de hauteur: cependant l'expérience prouve qu'une semblable voûte a bien de la peine

à se soutenir sur des pieds-droits de 44 lignes en carré, dont la superficie de base est cependant plus de quatre fois plus grande que celle indiquée par M. Frézier; il n'a pas fait attention que dans ces sortes de voûtes, la partie qui pousse est six fois plus considérable que celle qui résiste, (tandis que dans les berceaux ordinaires, ces deux parties sont égales); ce qui produit une poussée quatre fois plus grande.

Vingtième application à un modèle de voûte d'arête.

Le modèle sur lequel nous allons faire cette application, a 9 pouces de diamètre, extradossé également à 9 lignes d'épaisseur; élevé sur quatre pieds-droits de 10 pouces ou 120 lignes de hauteur.

La voûte est formée par deux berceaux circulaires de même diamètre, qui se croisent à angles droits, ainsi qu'elle est représentée par la figure 32. Les quatre portions de voûte étant semblables, il suffit de chercher l'effort d'une de ces parties contre le pied-droit qui y répond.

Après avoir fait, à l'ordinaire, le profil, fig. 29, décrit la circonférence moyenne T K G, tiré les deux tangentes F T, F G, la sécante F O, et mené l'horizontale I K L, on élèvera la verticale B *i*, et on portera K L sur le plan, figure 32, de N en G et de K en I.

Dans les applications précédentes faites pour les arcs et les voûtes en berceau, nous n'avons eu besoin que de considérer la surface du profil, qui est constamment la même dans toute leur longueur. Mais l'espèce de voûte dont il s'agit, étant composée de pans de voûte triangulaire, dont le profil change à chaque point, nous serons obligés d'opérer sur les cubes, au lieu

des superficies, et de suppléer les lignes par des surfaces : ainsi en ne considérant que la partie triangulaire K B O, la somme des efforts horizontaux de la partie supérieure de cette portion de voûte désignée dans le profil par K L, sera représentée en plan par le trapèze K I L O.

La somme de ceux de la partie inférieure désignée dans le profil par i K, sera représentée en plan par le triangle B I L.

La poussée sera exprimée par la différence de la superficie du trapèze et du triangle, mnltipliée par l'épaisseur de la voûte : ainsi K B et K O du plan étant $= 54$, la superficie du triangle B K O sera $54 \times 27 = 1458$; la partie B K du plan étant égale à I L, et B I à i K du profil $= 12\frac{9}{14}$, la superficie du triangle B I L qui indique la somme des efforts horizontaux de la partie inférieure, sera $12\frac{9}{14} \times \frac{9}{14}$, qui donne $79\frac{13}{14}$.

On aura la superficie du trapèze K I L O, en ôtant celle du petit triangle B I L, de celle du grand triangle B K O, c'est-à-dire $79\frac{13}{14}$ de 1458; le reste, $1378\frac{1}{14}$, indiquera l'effort horizontal de la partie supérieure; ôtant ensuite $79\frac{13}{14}$ de $1378\frac{1}{14}$, le surplus $1298\frac{2}{14}$, sera l'expression de la poussée, dont on aura la valeur en multipliant $1298\frac{2}{14}$ par 9, qui donnera $11683\frac{2}{7}$, désignée par p dans la formule $x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$. Désignant toujours la hauteur par a, et T I du profil par d, le bras de levier de la poussée sera, comme ci-devant, $a + d$, et son expression algébrique $pa + pd$.

Le pied-droit résistera à cet effort par son cube, multiplié par son bras de levier.

Si l'on prolonge les lignes K B et O B du triangle

BKO, qui représente la projection de la partie de voûte pour laquelle nous allons opérer, on verra que la base du pied-droit qui résisterait à sa poussée, serait representée par le triangle opposé BHF, qui est rectangle et isocèle : ainsi désignant son côté BF par x, la superficie de ce triangle sera exprimée par $\frac{xx}{2}$: la hauteur du pied-droit étant désignée par a, son cube sera $\frac{axx}{2}$.

Le bras de levier de ce pied-droit sera déterminé par la distance de la verticale, abaissée de son centre de gravité, à la ligne HF $= \frac{x}{3}$; ce qui donnera pour l'expression de la résistance du pied-droit $\frac{axxx}{6}$.

Cette résistance sera augmentée par l'effort vertical de chaque partie de voûte, multipliée par son bras de levier.

Celui de la partie supérieure sera exprimé par son cube, multiplié par la verticale KM, et le produit divisé par l'arc moyen KG.

Le cube de cette partie sera égal à la superficie moyenne, désignée par l'arc KG, multipliée par l'épaisseur de la voûte.

Pour avoir la superficie moyenne, on multipliera l'arc KG, moins KM, par la longueur GO, prise sur le plan, (ainsi que l'a démontré M. Mauduit, dans ses Élémens de géométrie, article 387, pag. 222 et 223, édition de 1773).

La circonférence de l'arc KG étant 46, et KM $= 17\frac{1}{7}$, on aura KG — KM $= 28\frac{6}{7}$: GO étant 54, la superficie moyenne sera $28\frac{6}{7} \times 54$, qui donne 1558. Cette superficie multipliée par 9, qui est l'épaisseur de la voûte, donnera pour le cube de la partie supérieure, $14024\frac{4}{7}$.

Ce cube multiplié par KM $= 17 \frac{1}{7}$, et divisé par l'arc KG $= 46$, donnera $5226 \frac{3}{4}$ pour la valeur de l'effort vertical de cette partie de voûte qui se trouve désignée dans la formule par m; son bras de levier sera iK + iH.

iK étant désigné par c, et iH par x, son expression sera $mx + mc$.

L'effort vertical de la partie inférieure sera exprimé par son cube multiplié par TI, et le produit divisé par la circonférence de l'arc TK.

On aura ce cube en multipliant la surface moyenne par l'épaisseur de la voûte. Cette surface étant égale à l'arc TK — TI × GO, c'est-à-dire $46 - 41 \frac{5}{14} \times 54$, qui donne $250 \frac{5}{7}$ pour la surface moyenne, et $250 \frac{5}{7} \times 9 = 2256 \frac{3}{7}$ pour le cube de la partie inférieure de voûte. Ce cube multiplié par TI et divisé par l'arc TK, donnera $\frac{2256 \frac{3}{7} \times 41 \frac{5}{14}}{6} = 2028 \frac{2}{3}$, pour la valeur de l'effort vertical de cette partie désignée dans la formule par n. On remarquera que cet effort agissant au point B, son bras de levier BF sera x, et son expression nx.

En rassemblant toutes ces valeurs algébriques, on formera l'équation $pa + pd = \frac{ax^3}{6} + mx + mc + nx$; et faisant $m + n$, qui multiplie x égal b, on aura $pa + pd = \frac{ax^3}{6} + bx + mc$: faisant ensuite passer mc dans le premier membre, il vient $pa + pd - mc = \frac{ax^3}{6} + bx$; enfin multipliant tous les termes de cette équation par $\frac{6}{a}$, afin de dégager x^3, on aura, au lieu de la formule précédente,

$6p + \frac{6pd - 6mc}{a} = x^3 + \frac{6bx}{a}$, qui est une équation du troisième degré, dont le second terme manque.

Pour parvenir à résoudre cette équation plus facilement, nous allons d'abord chercher la valeur de $6p + \frac{6pd - 6mc}{a}$, et celle de $\frac{6b}{a}$ qui multiplie x dans le second membre;

p, étant 11683 $\frac{4}{7}$, $6p$ sera 70069 $\frac{3}{7}$
d, étant 41 $\frac{5}{14}$, $6\,pd$ sera 2899124 $\frac{3}{7}$
m, étant 5226 $\frac{1}{3}$, $6\,mc$ sera 537593 $\frac{6}{7}$

Ainsi $\frac{6pd - 6mc}{a}$ sera $\frac{2361537\frac{2}{7}}{120}$, qui se réduit à 19679 $\frac{5}{14}$ et $6p + \frac{6pd - 6mc}{a}$ à 89779 $\frac{4}{7}$, que nous désignerons par g, afin de simplifier le reste de notre opération.

b qui désigne $m + n$ sera 5226 $\frac{1}{3}$ + 2038 $\frac{2}{3}$ = 7255 $\frac{1}{3}$ et $\frac{6b}{a} = \frac{43534}{120}$, qui se réduit à 362 $\frac{3}{4}$, que nous désignerons par f: ainsi, au lieu de l'équation $6p + \frac{6pd - 6mc}{a} = x^3 + \frac{6bx}{a}$ nous aurons $g = x^3 + fx$, que nous allons résoudre par le moyen de la formule suivante, tirée des Élémens d'algèbre de M. Bossut, (art. 235, page 213, édition de 1776.)

$$x = \sqrt[3]{\frac{g}{2} + \sqrt{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{g}{2} - \sqrt{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}}$$

Substituant dans cette formule les valeurs de g et de f, on aura $x = \sqrt[3]{44889\frac{4}{7} + \sqrt{2015073623 + 1767902}}$

$+ \sqrt[3]{44889\frac{4}{7} - \sqrt{2015073623 + 1767902}}$, qui se réduit à

$\sqrt[3]{44889\frac{4}{7} + 44909\frac{2}{7}} + \sqrt[3]{44889\frac{4}{7} - 44909}$, $\frac{2}{3}$ dont,

extrayant la racine cubique, on trouve $x = 44\frac{3}{4} - 2\frac{3}{4}$, et enfin $x = 42$ pour la longuenr BF d'une des faces du pied-droit triangulaire BAF, l'antre FA sera déterminée par le prolongement de la diagonale ou ligne d'arête OB. La partie de pied-droit répondant à la partie de voûte BNO, sera déterminée en menant des points B et A, des parallèles BM et MA à FA et FB.

Ces deux triangles formeront une base carrée, dont chaque côté sera de 42 lignes, qui répondra au quart de voûte KBNO; ainsi, pour soutenir l'effort de la poussée de cette voûte, il faudrait quatre piliers à base carrée de 42 lignes de grosseur.

Ce résultat s'accorde antant qu'il est possible avec l'expérience; car ce modèle de voûte a bien de la peine à se soutenir sur des pieds-droits de 43 lignes $\frac{1}{2}$.

En faisant l'application par les centres de gravité, on trouve la distance hg de la verticale, abaissée du centre de gravité de la partie supérieure de voûte, au point d'appui $h = 23{,}28$ et $gn = 24{,}84$; ce qui donne la valeur de $p = \frac{14024{,}57 \times 23{,}28}{24{,}84}$, qui se réduit à 13143,8,

et pour $6p$, 78862,8.

d, qui représente os, étant 63, on aura

$$pd = 828059{,}4, \text{ et } 6pd = 4968356{,}4.$$

Au lieu de mc qui désignait l'effort vertical de la partie supérieure de voûte, dans l'application précédente, on aura le poids des deux parties de voûte exprimé par leur cube = 16281, que nons désignerons par b, et désignant par c la distance mA dn centre de gravité de ces deux parties de voûte, on aura

$bc = 16281 \times 24{,}75 = 402954{,}75$, et $6bc = 2417728{,}50$,

ce qui donnera

$6p + \frac{6pd - 6bc}{a} = 78862{,}8 + \frac{4968356{,}4 - 2417728{,}5}{120}$, qui se réduit à $100118 = g$. b étant 16281, et $a = 120$, on aura $\frac{b}{a} = 814 = f$; substituant ces valeurs dans la formule

$$x = \sqrt[3]{\frac{g}{2} + \sqrt{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{g}{2} - \sqrt{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}}$$

on aura $x = \sqrt[3]{50059 + \sqrt{2505903481 + 19976042}}$

$+ \sqrt[3]{50059 - \sqrt{2506903481 + 19976042}}$, qui se réduit à

$x = \sqrt[3]{50059 + 50268} + \sqrt[3]{50059 - 50268}$, dont extrayant la racine cubique, on trouvera

$x = 46{,}46 - 5{,}93 = 40{,}53$, au lieu de 42 trouvé dans l'application précédente.

La méthode géométrique ne pouvant pas avoir lieu pour cette espèce de voûte, on pourra donner à BF et BA le double de ce qu'on trouve pour une voûte en berceau de même genre, même forme et dimension : ainsi le modèle dont il s'agit, ayant même diamètre, même cintre, et épaisseur que celui de la troisième application, pour lequel nous avons trouvé 21 lignes $\frac{5}{6}$, devrait avoir 43 lignes $\frac{2}{3}$, comme l'indique l'expérience.

On suppose dans ces applications, que les parties de voûte formant lunettes, ne sont pas continuées dans l'épaisseur des pieds-droits. Lorsqu'elles le sont, comme leur poids augmente la résistance des pieds-droits, il suffit de donner aux faces B^1F^1, B^1M^1, l'épaisseur qui convient aux parties de voûte auxquelles elles correspondent, telle que FC, DM, c'est-à-dire qu'on peut supprimer la partie CHDA, ou, ce qui revient au même, on donnera aux

faces B'' F'' et B'' M'' du pilier carré 1 fois ¼ l'épaisseur trouvée pour les parties de berceau correspondantes, ainsi que le prouve l'expérience.

Il est aisé de concevoir, que si le plan de la voûte était barlong, au lieu d'être carré, le pied-droit angulaire aurait la même forme, et que si les quatre côtés étaient inégaux, il faudait répéter l'opération pour chaque pied-droit.

Lorsque les voûtes d'arête sont composées de plusieurs travées, comme celles représentées par les figures 33 et 34, il n'y a que les piliers formant les angles extérieurs qui aient besoin d'une aussi grande épaisseur. Ceux du milieu étant contrebutés tout autour, n'ont à soutenir que le poids des parties de voûtes qui y répondent, et il suffit qu'ils aient une superficie proportionnée à ce poids, et à la force de la pierre, comme le prouve l'exemple que nous avons déjà cité, de l'église de Toussaint d'Angers, représentée par les figures 1 et 2 de la planche LXXVIII. Mais il faut observer que les murs qui renferment cette voûte, ont beaucoup plus d'épaisseur qu'il ne faut pour résister aux efforts de sa poussée. En bonne construction, il vaut mieux que la superficie des points d'appui soit distribuée de manière à procurer à chacun une stabilité suffisante, par ce qu'un des points faibles qui viendrait à fléchir, pourrait entraîner la ruine de la voûte, indépendamment des autres. La méthode pratique la plus facile et qui s'accorde le mieux avec la théorie et l'expérience, est celle-ci : soit ABCD, fig. 33 et 34, la forme de l'espace que l'on veut couvrir d'une voûte d'arête, supportée au centre par un pilier E; après avoir divisé chaque côté en deux parties égales, on tirera les lignes BI, FE,

qui se croiseront au centre E, et les diagonales AE, EB, EC, ED, et HF, HG, IF, IG, qui se croiseront aux points K, K', K'', K'''; on portera ensuite la moitié de la hauteur que doit avoir le pilier, fig. 35, jusqu'au niveau de la naissance de la voûte, de K en L, et on divisera EL en 12. Le premier point de division 1 indiquera la moitié d'une des diagonales du pilier, qui sera égale aux autres, si le plan forme une figure régulière, telle qu'un carré, un rectangle, ou un parallélogramme, et qu'il faudra chercher de la même manière pour chacune, si la figure est irrégulière.

Pour les piliers intermédiaires H, F, I, G, après avoir trouvé les diagonales des demi-piliers, on les prolongera en dehors du double de leur saillie en dedans, de manière à former ensemble des piliers dont l'épaisseur ait une fois et demi leur largeur. Cette opération donnera, pour les piliers angulaires, une superficie de base une fois et demie plus considérable, qui les mettra en état de résister au plus grand effort de poussée qu'ils ont à soutenir.

Lorsque la largeur de l'espace à voûter doit être divisée en trois travées, et que celle du milieu doit être plus large et plus élevée que les autres, comme dans la plupart de nos églises, on peut déterminer les bases de leurs points d'appui de deux manières. Celle la plus en usage, et qu'on tient des architectes goths, consiste à ne donner à la superficie des bases des points d'appui intérieurs, que l'étendue nécessaire pour recevoir la charge qu'ils doivent supporter, en rejetant l'effort de la poussée sur les piliers extérieurs, par le moyen d'arcs-boutans, en donnant à ces

points d'appui une position et une superficie de base capables d'y résister solidement.

La méthode la plus facile qu'on puisse tirer des principes de la théorie pour ce premier cas, consiste, après avoir fait le plan des deux demi-travées qui tombent sur un même pilier, fig. 36, à prendre la moitié de la somme des deux demi-diagonales AD, AE, à laquelle on ajoutera la moitié de la hauteur isolée du point d'appui, et à prendre le douzième du tout, comme rayon, pour décrire un cercle qui indiquera la surface de la base du point d'appui cherché. Si elle ne doit pas être circulaire, on circonscrira autour la forme qu'on voudra lui donner, afin d'augmenter plutôt que de diminuer sa solidité. Pour le point d'appui extérieur B, on formera un rectangle, qui aura pour largeur le côté du carré inscrit au cercle précédent, et pour longueur, le double.

Au-dessus des toits des bas côtés, on établira un arc-boutant dont le pied-droit sera élevé sur celui du bas, en retraite d'un sixième sur le nud extérieur, et en avance d'autant sur le nud intérieur. La ligne de sommité ou tangente de cet arc-boutant, qui doit être d'un seul arc de cercle, sera déterminée par la corde de l'arc de la partie supérieure de la voûte prolongée indéfiniment. Pour avoir son centre, on tirera la corde GH, fig. 37, sur le milieu de laquelle on élèvera une perpendiculaire qui coupera l'horizontale GF en un point I qui sera le centre de l'arc.

On pourra relier ces arcs rampans par d'autres arcs en retour, qui porteront une plate-forme ou trottoir au-dessus, avec un appui sur lequel on pourra faire le tour de l'édifice, et qui formera en dehors un attique, pour cacher les arcs-boutans.

Pour le second cas, on cherchera une base de pied-droit qui puisse résister à l'effort de la grande voûte de la nef du milieu, en prenant pour hauteur de pied-droit, l'élévation de sa naissance au-dessus de la voûte des bas côtés, fig. 39; on portera la moitié de cette hauteur de B en H sur le plan, fig. 38. Ayant ensuite divisé IH en douze parties égales, on en portera une de I en A, et 2 de A en F; le rectangle fait sur la diagonale FI, indiquera la superficie du pied-droit intérieur, auquel on ajoutera des saillies de droite et de gauche, pour recevoir les retombées des arcs communiquans aux bas côtés. La longueur FD sera divisée en 6 parties égales, dont 2 pour la saillie du pilastre, ou demi-colonne intérieure sur laquelle doit se profiler l'entablement, trois pour l'épaisseur du mur, et une pour le pilastre du côté des nefs latérales, dont le prolongement formera contre-fort au-dessus des bas côtés.

Pour le pied-droit extérieur B, on portera, comme ci-devant, la moitié de la hauteur jusqu'à la naissance de E en G, et $\frac{1}{12}$ de BG, de B en L; enfin, $\frac{2}{12}$ de B en K, le rectangle fait sur la diagonale KL désignera la superficie du pied-droit; on ajoutera comme pour celui en face, les saillies pour les retombées des arcs ou vitraux, comme on le voit indiqué à la figure 38.

Lorsque les intervalles entre les pieds-droits sont remplis d'un mur plein, si on le place en arrière-corps, afin que les pieds-droits forment dosserets en dedans, comme *ihef*, figure 33, dont la saillie *ef* est égale à la moitié de la face *he*, ce mur doit avoir une épaisseur égale à *he*; mais si ce mur est avancé à l'alignement de la face des piliers, il suffit qu'ils aient les deux tiers de cette épaisseur; de manière que les pieds-droits forment contre-forts à

l'extérieur : au reste, connaissant l'effort de la poussée, on peut opérer pour les murs de talus et les contre-forts, comme nous l'avons ci-devant indiqué pour ceux des murs de terrasse, depuis la page 143 jusqu'à la page 157.

Des voûtes d'arêtes antiques.

Ce qui reste des grands édifices construits par les anciens Romains, nous fait connaître qu'ils avaient la précaution de soutenir la retombée des voûtes d'arête, par des colonnes placées en avant des murs, afin d'augmenter leur résistance précisément aux endroits où se font les plus grands efforts. Ces colonnes avaient encore l'avantage de diminuer le diamètre de ces voûtes, en produisant un genre de décoration noble et utile. On peut juger de cette belle disposition, par les grandes salles des Thermes, telles que celle des Thermes de Dioclétien à Rome, qui forme actuellement l'église des Chartreux, et par les restes des Thermes de Caracalla et du Temple de la Paix, ainsi que par plusieurs parties d'édifices construits d'après ces modèles.

Voûtes du Temple de la Paix.

En examinant la belle disposition de l'édifice connu sous le nom de Temple de la Paix, représenté par la fig. 2 de la planche LXXXII, on ne peut pas s'empêcher d'admirer la manière avantageuse dont ses points d'appui sont distribués pour résister à la poussée des voûtes immenses qui couvraient ce grand édifice. La voûte de la partie du milieu, qui a 25 mètres 22 centimètres de lar-

geur (77 pieds 8 p.), sur 74 mètres 92 centimètres (239 pieds 7 p. 9 lignes) de longueur, était formée par trois travées de voûte d'arête, dont les retombées étaient soutenues par 8 grandes colonnes de marbre de 1 mètre 847 millimètres de grosseur (5 pieds 8 pouces 4 lignes). Ces colonnes étaient placées en avant des murs, de manière à diminuer le diamètre intérieur de la voûte de 3 mètres 42 centimètre (10 pieds 6 pouces 4 lignes).

Les parties collatérales sont formées de chaque côté de trois renfoncemens voûtés en berceau de 23 mèt. 12 cent. de largeur (71 pieds 2 pouces), et 16 mètres 59 cent. de profondeur (51 pieds 1 pouce). Ces voûtes sont séparées par des murs dont l'épaisseur est de 3 mètres 356 millimètres (10 pieds 4 p.); les murs des extrémités marqués A et B, ont 4 mètres 575 millimètres (14 pieds 1 p.).

En appliquant à ces voûtes la formule $x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, nous avons trouvé 3 mètres 25 cent. (10 pieds) pour l'épaisseur des murs capables de résister à leur poussée, au lieu de 3 mètres 356 millimètres que se trouvent avoir les murs qui les séparent, et de 4 mètres 575 millim. qu'on a donnés à ceux des extrémités ; ainsi l'on voit que ces murs n'ont que l'épaisseur qui convenait à un édifice de ce genre, indépendamment des efforts qu'ils avaient encore à soutenir de la grande voûte du milieu. Cependant, comme ces derniers efforts agissent dans le sens de la longueur de ces murs, ils acquièrent par le poids des parties de la grande voûte qu'ils soutiennent, une résistance beaucoup plus forte que l'effort de la poussée; car on ne trouve, par la formule des voûtes d'arête, que 6 mètres 18 cen-

timètres pour la longueur des murs intermédiaires C et D, sur l'épaisseur qu'ils ont, tandis que leur longueur est de 16 mètres 59 centimètres, et pour celle des murs extérieurs, 8 mètres 69 centimètres, c'est-à-dire, moins de la moitié de celle qu'ils ont. Il faut remarquer que ces voûtes n'étaient entretenues par aucune chaîne, ni tiran de fer, comme nous le pratiquons, et qu'elles se soutenaient par la seule résistance de leurs pieds-droits. Il est vrai que ces voûtes étant construites en blocages et en briques maçonnées avec d'excellent mortier, elles ont acquis, avec le temps, autant de solidité que si elles étaient formées d'une seule pièce, mais il a fallu des siècles pour qu'elles parviennent à ce degré de solidité, et que les murs soient assez solides pour résister aux premiers efforts de la poussée.

Des voûtes d'arêtes gothiques.

La courbure de cintre la plus favorable pour les voûtes d'arête, est celle des arcs gothiques, parce que la partie qui pousse le plus se trouve supprimée. On trouve que l'effort de leur poussée n'est que les trois septièmes de celui des voûtes en plein cintre de même diamètre, épaisseur, hauteur de pied-droit et forme d'extrados, et qu'il suffit de donner à leurs points d'appui les trois quarts de ceux des voûtes en plein cintre de même forme et dimension.

Dans la plupart des églises gothiques et des églises modernes, en arcades et voûtées en voûtes d'arête, l'épaisseur des piliers est entre le tiers et le quart de la largeur des bas côtés, et celle des murs extérieurs entre le tiers ou

le quart de la largeur de la nef du milieu, qui est ordinairement double des bas côtés.

A l'église de Notre-Dame de Paris, les piliers ronds qui soutiennent le milieu des voûtes des doubles bas-côtés, ont pour diamètre la neuvième partie de la largeur qu'ils divisent en deux, entre les nuds des colonnes. Celles qui séparent la nef du milieu, n'ont que la dixième partie de sa largeur; mais les murs des chapelles, qui se trouvent opposés selon leur longueur à l'effort des voûtes, suppléent à ce que les colonnes ou piliers ronds ont de moins que ceux des autres édifices de ce genre.

A la cathédrale de Milan, où les doubles bas-côtés sont fort élevés, le diamètre des piliers, formant un faisceau de huit colonnes, est le tiers de leur distance prise de milieu en milieu, et le sixième de la largeur de la grande nef. Mais les murs d'enceinte, en y compreuant les demi-piliers et les contre-forts, n'ont que le tiers de la largeur de la nef du milieu; tandis qu'à Notre-Dame de Paris, les murs des chapelles opposent une épaissenr de plus de la moitié de la largeur de la grande nef.

A la cathédrale de Florence (Sainte-Marie-des-Fleurs), les piliers qui séparent la grande nef des bas-côtés, sont extrêmement éloignés les uns des autres, et les murs extérieurs fort minces. Leur épaisseur, qui n'est que la septième partie de la largeur de la nef, serait insuffisante pour soutenir la poussée des voûtes d'arête qui sont fort élevées, si elle n'était pas retenue par des doubles tirans de fer qui traversent la nef du milieu au droit de chaque pilier, et par de fortes armatures de charpente posées audessus des voûtes des bas-côtés, avec des arcs-boutans en pierre, qui ne paraissent pas à l'extérieur.

Nous avons déjà remarqué que ces voûtes d'arête gothique ne sont pas, comme les voûtes régulières, le résultat de parties de voûte en berceau qui se croisent; c'est l'assemblage de plusieurs arcs, dont les intervalles sont garnis de maçonnerie légère, disposée de la manière la plus propre à les maintenir et à former un ensemble régulier. Comme le milieu des lunettes ne forme jamais une ligne droite horizontale, mais une courbe, il en résulte que tout l'effort ne tombe pas seulement sur les pieds-droits, et qu'une partie est soutenue par les parties de murs intermédiaires; c'est pourquoi ces voûtes, pour la légèreté et la solidité, ont l'avantage sur les voûtes régulières.

Cette multitude d'arcs-boutans, dont la plupart des églises gothiques sont garnies à l'extérieur, sont souvent superflus, ainsi que le prouvent, indépendamment de la théorie, plusieurs édifices de ce genre, où l'on a évité d'en mettre, quoique leurs voûtes soient beaucoup plus élevées que la plupart des grandes nefs au-dessus des bas-côtés des églises ordinaires, telles que la Sainte-Chapelle à Paris, et la petite église de Cluni près la Sorbonne, que nous avons déjà citées, et plusieurs autres qui n'en sont pas moins solides.

Dans la plupart de nos églises modernes, où les lunettes ont un diamètre beaucoup plus petit que celui de la grande voûte, afin d'éviter de leur donner un cintre surbaussé, on s'est servi de différens expédiens : les uns, en conservant les naissances à la même hauteur, ont formé des lunettes qui rencontrent la grande voûte au-dessous de son sommet; d'autres ont élevé les naissances des lunettes jusqu'à ce que leur sommet se trouve à la même hauteur que celui de la grande voûte, en coupant sa partie

inférieure d'aplomb jusqu'à la hauteur de la naissance des lunettes; d'autres ont pris un parti moyen, en élevant d'une part les naissances des lunettes au-dessus de celles de la grande voûte, et abaissant de l'autre leur sommet au-dessous de celui de la grande voûte; d'autres enfin ont donné une inclinaison au sommet des lunettes, qui forme une tangente à la courbe du cintre de la grande voûte.

Le premier de ces moyens a le désavantage de produire une plus grande poussée, en augmentant le poids de la partie qui la cause.

Le second a le défaut de diminuer la force de la grande voûte dans la partie coupée d'aplomb, et de produire une arête de lunette, qui forme un jarret désagréable à la hauteur de la naissance de la lunette.

Le troisième moyen ne fait que pallier les inconvéniens qui résultent des deux autres, en les rendant moins sensibles.

Le quatrième, dont on voit beaucoup d'exemples en Italie, est préférable, surtout lorsque la différence des diamètres des lunettes avec celui de la grande voûte n'est pas trop considérable.

Cette inclinaison des lunettes opposées, équivaut en partie à la courbure des lunettes gothiques; mais elle porte sur les murs intermédiaires une plus grande partie de la poussée.

De tout ce qui vient d'être dit, il est aisé de conclure que le meilleur moyen est de former les voûtes d'arête avec des parties de voûte en berceau de même diamètre, dont les naissances soient au même niveau, ainsi que l'ont pratiqué les anciens Romains dans leurs plus beaux édifices.

Cette disposition de voûte convient parfaitement aux édifices qui doivent être éclairés par le haut, surtout pour

ceux dont la longueur est très-considérable par rapport à la largeur : elle produit un effet moins lourd et plus agréable que les voûtes en berceau continu, par la manière dont la lumière se répand. La bibliothèque de la Minerve, à Rome, est un modèle qu'on peut citer en ce genre.

Je pense que c'est le moyen qui conviendrait le mieux pour une galerie de tableaux, telle que celle du Muséum ; c'est un de ceux que j'avais proposés, en 1786, à M. le comte d'Angiviller, directeur général des bâtimens du roi, et qu'il avait accueilli. On pourrait soutenir les retombées de ces voûtes par des colonnes de marbre, comme au Temple de la Paix, et aux grandes salles des Thermes. Ce genre de décoration employerait utilement les colonnes de marbre précieux qui s'y trouvent. Comme on ne pourrait tirer des jours qu'à de certaines distances, on diviserait la longueur de la galerie en parties de voûtes, qui seraient alternativement en berceau derrière les frontons, et d'arête dans leur intervalle, séparées par des arcs doubleaux. Cette division ferait disparaître la monotonie de cette longue voûte qui, lorsque les croisées seront bouchées, aura l'air d'un aquéduc souterrain, éclairé par des trous qui, en détruisant la solidité de la voûte, produiront le plus mauvais effet.

Vingt-unième application, à un modèle de voûte en arc de cloître.

Ce modèle représenté par la figure 40, forme en plan un carré dont chaque côté est de 9 pouces, mesuré à l'intérieur, sur 10 pouces de hauteur de mur, jusqu'à la naissance de la voûte. Cette voûte est plein cintre et

extradossée également à 9 lignes d'épaisseur; elle est divisée en dix-sept parties coupées aux endroits où se font les plus grands efforts, ainsi que l'indiquent le plan et la coupe, figures 40 et 41. Sur un des côtés de la première, on a tracé à l'ordinaire la circonférence moyenne TKG, les tangentes FT; FG, la sécante FO, l'horizontale IKL, et les verticales B*i* et MK : cela fait, on a considéré cette voûte comme formée de quatre portions triangulaires de voûtes en berceau, soutenues chacune dans toute la longueur de leur base par un des murs qui forment les côtés du carré.

Comme dans ce cas-ci les portions sont égales, il suffit de faire l'application à une, relativement au mur qui la soutient.

Pour opérer, il faudra, pour cette voûte comme pour la précédente, prendre les cubes au lieu des surfaces, et les surfaces au lieu des lignes : ainsi, désignant la longueur du mur par f, sa hauteur par a, et son épaisseur par x, on aura son cube $= afx$; son bras de levier étant toujours $\frac{x}{2}$, l'expression de sa résistance sera $\frac{afxx}{2}$, au lieu de $\frac{axx}{2}$: de sorte que pour dégager xx, au lieu de diviser tous les autres termes par a, il faudra les diviser par af; ce qui donnera la formule

$$x = \sqrt{\frac{2p}{f} + \frac{2pd - 2mc}{af} + \frac{bb}{a^2f^2}} - \frac{b}{af}.$$

L'effort horizontal de la partie supérieure, désignée dans la coupe par la ligne KL, sera exprimé par le triangle *e*E*d* du plan.

Celui de la partie inférieure, désigné dans la coupe par *i*K, sera exprimé par le trapèze *e*BC*d*, du plan.

Le plan de cette voûte étant un carré, la base ed sera double de $Eg = KL$ de la coupe, et la superficie du triangle eEd égal au carré de KL, qu'on trouvera $= 41\frac{4}{14} \times 41\frac{4}{14}$, qui donne $1710\frac{2}{7}$.

Ea du plan étant 54 et $Eg = 41\frac{4}{14}$, on aura la surface du trapèze égale au carré 54, moins le carré de $41\frac{4}{14}$, c'est-à-dire à $1206\frac{2}{7}$: l'effort supérieur étant $1710\frac{2}{7}$, leur différence sera 504, qui, étant multipliée par l'épaisseur de la voûte qui est 9, donnera 4536 pour l'expression de la poussée désignée par p dans la formule, et pour celle de $2p$, 9072, et $\frac{2p}{f} = 84$: d qui représente TI, étant $41\frac{4}{14}$, on aura pour la valeur $2pd$, 375192.

Pour avoir la valeur de l'effort vertical de la partie supérieure de la voûte désignée par m, il faudra multiplier son cube par KM, et diviser le produit par l'arc KG.

Le cube de cette partie est égal à la superficie courbe qui passe par le milieu de son épaisseur, multipliée par cette même épaisseur.

La superficie moyenne est égale au produit de la longueur nq, prise sur le plan, multiplié par KM, ainsi que l'a démontré M. Mauduit, dans ses Élémens de géométrie, déjà cités page 121.

nq étant 117 et KM $17\frac{1}{7}$, leur produit, qui exprime la superficie moyenne, sera $2005\frac{5}{7}$, qui, étant multiplié par 9 donnera pour son cube $18051\frac{3}{7}$. Ce cube, multiplié encore par $KM = 17\frac{1}{7}$, et divisé par la circonférence $KG = 46$, donnera 6727 pour la valeur de m, et pour $2m$, 13454. c étant $12\frac{9}{14}$, on aura $2mc = 170100\frac{4}{7}$, et pour $\frac{2pd - 2mc}{af}$, $\frac{375192 - 170100\frac{4}{7}}{120 \times 108}$, qui se réduit à 15,82.

b, qui désigne l'effort vertical de la demi-voûte, sera

exprimé par son cube multiplié par Bf, $= 58\frac{1}{2}$, et divisé par la circonférence moyenne TKG $= 92$.

Pour avoir le cube, on multipliera la snperficie moyenne, c'est-à-dire $nq \times Bf$, ou $117 \times 58\frac{1}{2}$, par l'épaisseur AB $= 9$, qui donnera $6844\frac{1}{2} \times 9 = 61600\frac{1}{2}$. Ce cube multiplié par B$f = 58\frac{1}{2}$, et divisé par la circonférence moyenne TKG $= 92$, c'est-à-dire $61600\frac{1}{2} \times \frac{58\frac{1}{2}}{92}$, qui donnera 39169,88 pour la valeur de b, et pour cclle de $\frac{a}{b}$, $\frac{39169,88}{120 \times 108}$, qui se réduit à 3,02, et $\frac{bb}{aa}$ à 9,12.

Substituant toutes ccs valeurs dans la formule

$x = \sqrt{\frac{2p}{f} + \frac{2pd - 2mc}{nf} + \frac{bb}{a^2f^2}} - \frac{b}{af}$, on aura

$x = \sqrt{84 + 15,82 + 9,12} - 3,02$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 7,42$, c'est-à-dire un peu moins de 7 lignes $\frac{1}{2}$ pour l'épaisseur des murs qui serait moindre que cellc de la voûte; ce qui fait voir qu'en donnant à ces murs la même épaisseur que la voûte, ils auront toute la solidité qu'ils doivent avoir, ainsi que le prouve l'expérience, ce modèle de voûte se soutenant également bien sur des murs de 9 lignes d'épaisseur, divisés en 8 parties, et sur 12 colonnes doriques dont le diamètre est de 9 lignes, savoir quatre placées aux angles, et huit autres sous les parties inférieures de voûte, ainsi qu'on le voit indiqué pour un qnart dans la figure 41.

Pour trouver l'épaisseur de ces murs, par la méthode géométrique, il faut prendrc la différence de la superficie du triangle BEC, avec celle dn triangle Eed, qu'on divisera par la longucur BC.

Ainsi, la surface du grand triangle étant $\frac{108 \times 54}{2}$, qui donne 2916, et celle du petit $\frac{82\frac{5}{7} \times 41\frac{5}{14}}{2} = 1710,4$; lenr

différence 1205,6, divisée par 108, donnera 11,16, qu'on portera à l'ordinaire sur le profil de B en *h*, et l'épaisseur de la voûte de B en *n*, pour décrire sur *nh*, comme diamètre, une demi-circonférence de cercle, qui, en coupant l'horizontale BE, déterminera l'épaisseur du mur qu'on trouvera de 10 lignes.

Le peu de poussée que donne cette espèce de voûte, vient de ce que la partie supérieure qui la cause, diminue de volume à mesure que l'effort horizontal devient plus considérable, et de ce que la forme triangulaire de ses parties et leur position, lui procure l'avantage d'avoir leur plus grand côté pour base; tandis que dans les voûtes d'arête, les parties triangulaires ne posant que sur un angle; le poids augmente en plus grande raison que les efforts horizontaux.

De plus, comme les parties en retour se soutiennent mutuellement, il en résulte qu'une demi-voûte, et même un quart de voûte à base carrée se soutient seul, lorsque l'épaisseur des murs est de 10 lignes; ce qui prouve que les parties opposées n'agissant presque pas les unes contre les autres, la poussée devient presque nulle.

En appliquant à cette voûte la méthode des centres de gravité; la formule devient $x = \sqrt{\frac{2p}{f} + \frac{2bc}{af} + \frac{bb}{a^2f^2}} - \frac{b}{af}$; on trouvera que la verticale abaissée de celui de la partie supérieure de voûte, est éloignée du point d'appui N, autour duquel elle tend à tourner de 11,18, et que la distance N*g* de ce point d'appui à la direction de la puissance horizontale G*g*, est de 24,82.

Le cube de cette partie de voûte étant 18051,41, l'expression de l'effort qu'il faudra pour la soutenir, sera



18051,41 × [illegible], qui donne pour la valeur de p, 8131,13, et pour $\frac{2p}{f}$, $\frac{16262,26}{108}$, qui se réduit à 150, 57; b étant 61600,5; et c, qui indique la distance de la verticale abaissée du centre de gravité de la demi-voûte au point B, autour duquel elle tend à tourner, étant 7,23, on aura

$\frac{2bc}{af} = \frac{123201 \times 7,23}{120 \times 108}$, qui se réduit à 68,73,

$\frac{b}{af}$ sera $\frac{61600,5}{120 \times 108} = 4,75$, et $\frac{bb}{a^2f^2} = 22,56$.

Ces valeurs substituées dans la formule, donnent $x = \sqrt{150,57 - 68,75 + 22,56} - 4,75$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 5,47$, environ 5 lignes $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire moins que par l'autre méthode, parce que la forme triangulaire exigerait quelque petite modification que nous avons négligée, par la raison que nous avons déja allégnée, qu'il vaut mieux trouver un résultat un peu trop fort qu'un peu trop faible.

Il est bon d'observer que le plus grand effort de cette espèce de voûte devant se faire vers le milieu de la longueur du mur en $a\,h$, c'est là où devrait être la plus forte épaisseur; d'où il résulte qu'au lieu d'un mur à base rectangulaire, il en faudrait un à base triangulaire. Cette observation est confirmée par l'expérience, car le modèle entier se soutient bien sur des pieds-droits de 9 lignes d'épaisseur, tandis que pour qu'un quart de voûte se soutienne, il faut que l'épaisseur des parties de mur qui y répondent soit de 10 lignes.

Pour trouver l'épaisseur que devrait avoir le pied-droit à base triangulaire au droit de l'angle, il faut changer dans la formule l'expression algébrique de la résistance du pied-droit : ainsi, désignant l'épaisseur $a\,h$ (de la fig. 41),

par x, la superficie de la base du pied-droit triangulaire sera $f \times \frac{x}{2}$, et son cube $\frac{afx}{2}$; et comme son centre de gravité répond au tiers de ah, la résistance du pied-droit sera $\frac{afx}{2} \times \frac{2x}{3}$, qui donne $\frac{2afxx}{6}$.

Ainsi on aura l'équation $pa + pd = \frac{2afxx}{6} + bx + mc$, qui donnera, après avoir fait les réductions comme ci-devant, $x = \sqrt{\frac{3p}{f} + \frac{3pd - 3mc}{af} + \frac{9bb}{4a^2f^2}} - \frac{3b}{2af}$, dans laquelle substituant les valeurs, on aura $x = \sqrt{126\frac{1}{6} + 23\frac{1}{6} + 28\frac{4}{9}} - 5\frac{1}{3}$, qui donne 8 lignes pour l'épaisseur ah; mais comme cette forme de pied-droit ne peut pas convenir à une voûte dont l'épaisseur par le bas est terminée par des lignes parallèles, le moyen le plus convenable est de donner au pied-droit la même épaisseur que la voûte a par le bas.

Il est facile de concevoir que les avantages des voûtes en arc de cloître diminuent en raison de ce qu'elles sont plus longues que larges, en sorte que le milieu du grand côté d'une voute de ce genre, dont la longueur est plus du double de la largeur, doit agir comme une voûte en berceau ordinaire. Si les parties de voûtes sont séparées par les diagonales du plan que la voûte doit couvrir, comme la figure 1 de la planche LIII, on donnera aux murs les deux tiers de l'épaisseur que devrait avoir une voûte en berceau, de même cintre, ayant la largeur pour diamètre. Mais si elles sont séparées par des lignes qui divisent l'angle du plan en deux, comme aux figures 7 et 12 de la même planche, il faudra donner aux murs l'épaisseur entière, au lieu des deux tiers.

Comme dans ces espèces de voûtes le plus grand ef-

fort se fait vers le milieu des côtés, il faut éviter, autant qu'il est possible, d'y pratiquer des vides ponr des ouvertures de porte ou de fenêtre.

Cette forme de voûte convient très-bien pour les appartemens voûtés, auxquels on a peu d'élévation de cintre à donner, et dont le plan ne présente pas une longueur plus grande que le double de leur largeur.

Lorsque la hauteur de cintre qu'on peut donner à ces voûtes est moindre de la sixième partie de leur largeur, il faut le former d'un senl arc de cercle.

Vingt-deuxième application à un modèle de voûte sphérique.

Ce modèle, représenté par les figures 42, 43, 44 et 45, a même diamètre et épaisseur que le précédent; il est coupé en huit parties égales par des plans verticaux qui se croisent à l'axe : chacune de ces parties est subdivisée en deux autres par un joint à 45 degrés, ce qui forme en tout seize morceaux. Cette voûte est élevée sur un mur circulaire de même épaisseur qu'elle, divisé en huit parties correspondantes à celles de la voûte : toutes ces parties sont posées de manière à former des joints continus, sans aucune liaison, afin de présenter le cas le plus défavorable. Cependant ce modèle se sontient solidement, et peut même porter un poids sur son sommet.

Si l'on substitue aux huit parties de murs circulaires huit petites colonnes de même hauteur, comme le représente la figure 44, de manière que les joints verticaux répondent au milieu de chaque colonne; cette voûte se soutient encore, quoique le cube de ces colonnes, ainsi que

leur poids, ne soit que la neuvième partie du mur circulaire qu'elles remplacent.

Il résulte de ces expériences que les voûtes sphériques ont encore moins de poussée que les voûtes en arc de cloître.

Pour faire l'application, il faudra, après avoir fait le profil de cette voûte, et décrit la circonférence moyenne, tirer à l'ordinaire les tangentes TF, GF; la sécante FO; l'horizontale IKL, et les verticales KM et B *i*; ensuite, opérant pour un huitième de voûte, on prendra le secteur O *h m* pour exprimer l'effort horizontal indiqué par KL, et la partie de couronne H *h* M *m*, pour exprimer l'effort horizontal de la partie inférieure.

La différence de ces deux superficies, multipliée par l'épaisseur de la voûte, sera l'expression de la poussée, désignée par *p* dans la formule.

Le rayon O *m* du secteur étant $41 \frac{1}{14}$, et sa circonférence $32 \frac{5}{7}$, sa superficie sera $672 \frac{1}{56}$.

La superficie de la partie de couronne *h* H M *m* sera égale à la différence des deux secteurs O H M et O *h m*, dont le premier est égal au produit de la moitié de O M $= 27$ par l'arc H M $= 42 \frac{3}{7} = 1145 \frac{4}{7}$, et le second $= 672 \frac{1}{56}$, on trouvera cette différence $= 473 \frac{31}{56}$.

La poussée étant égale à la différence entre $672 \frac{1}{56}$ et $473 \frac{31}{56}$, sera $198 \frac{26}{56} \times 9$, qui donnera pour la valeur de *p* de la formule, $786 \frac{12}{56}$.

f, exprimant pour ce modèle le développement de la huitième partie de mur circulaire, sera $42 \frac{3}{7}$, ce qui donnera $\frac{e}{f} = 42$.

d, qui exprime la différence de la longueur du bras de

levier avec la hauteur du pied-droit, étant $41 \frac{5}{14}$, on aura $p\,d = 73897 \frac{4}{7}$.

Pour avoir la valeur de $m\,c$, il faut d'abord chercher celle de m, qui indique l'effort vertical de la partie supérieure de voûte, qui doit être égal au cube de cette partie, multiplié par K M, et divisé par l'arc K G.

Le cube de cette partie de voûte est égal à la différence du cube du secteur de sphère, dans lequel elle est comprise avec celui qui forme sa capacité intérieure.

Nous avons déjà dit, pag. 120, que le cube d'un secteur est égal au produit de la superficie de sphère dont il fait partie par le tiers du rayon, et que cette superficie était égale au produit de la circonférence du grand cercle par la flèche de cette surface : ainsi la superficie du grand secteur O R C r, figure 42, sera égale au produit du grand cercle, dont A a est le diamètre $= 126$ par la flèche C s $= 18 \frac{4}{11}$, qui donne 7308, et son cube par $7308 + 21$, qui donne 153468.

La superficie du petit secteur O N D n sera égale au produit du grand cercle, dont B b est le diamètre $= 108$ par la flèche V D $= 15 \frac{2}{11}$, qui donne $5369 \frac{27}{77}$, et son cube par $5369 \frac{27}{77} \times 18$, qui donne $96648 \frac{24}{77}$. Otant ce dernier cube de celui du grand secteur, que nous avons trouvé $= 153468$, le reste, 56819, sera le cube de la partie de voûte supérieure formant calotte, dont la huitième partie $7102 \frac{3}{8}$ sera le cube que nous cherchions, lequel étant multiplié par K M $= 17 \frac{1}{7}$, et divisé par l'arc K G $= 46$, donnera $2646 \frac{4}{7}$ pour la valeur de m de la formule.

c, qui représente i K, étant $12 \frac{9}{14}$, on aura $m\,c = 33461 \frac{3}{7}$; ainsi $p\,d - m\,c$ sera $73897 \frac{4}{7} - 33461 \frac{3}{7}$ $= 40436 \frac{1}{7}$; et pour $\frac{pd - mc}{af}$ $\frac{40436 \frac{1}{7}}{120 \times 42 \frac{1}{2}}$ qui se réduit à 7,92.

Dans l'application précédente au modèle de voûte en arc de cloître, les murs étant droits, la distance de leur centre de gravité au point d'appui se trouvait égale à la moitié de leur épaisseur : dans celle-ci, le mur étant circulaire, son centre de gravité est d'autant plus éloigné du point d'appui, qu'il embrasse une plus grande partie de la circonférence du cercle : en ne prenant que la huitième partie, son centre de gravité se trouve hors de l'épaisseur du mur, d'une quantité que nous désignerons par e ; en sorte que son bras de levier, au lieu d'être $\frac{x}{2}$ sera $e + x$, ce qui changera la formule précédente en celle-ci :

$x = \sqrt{\frac{p}{f} + \frac{pd - mc}{af} + h^2} - h$, dans laquelle h exprime $e + \frac{b}{af}$, par lesquels x se trouve multiplié.

b exprime l'effort vertical d'un huitième de voûte, égal à son cube, multiplié par la verticale B f, et divisé par la circonférence moyenne T K G.

Ce cube est égal au huitième de la sphère, dont A a est le diamètre, moins celui du huitième de la sphère, qui a pour diamètre B b.

Le diamètre A a étant 126, le huitième de la circonférence du grand cercle sera $49 \frac{1}{2}$, qui, multiplié par la flèche qui se trouve être le rayon = 63, donnera pour la superficie du huitième de la grande sphère $3118 \frac{1}{2}$, et pour son cube $3118 \frac{1}{2} \times 21 = 65688 \frac{1}{2}$.

Le diamètre B b étant 108, le huitième de la circonférence du grand cercle sera $42 \frac{3}{7}$, qui, multiplié par le rayon 54, donnera pour la superficie $2291 \frac{1}{7}$, et pour son cube $2291 \frac{1}{7} \times 18 = 41240 \frac{4}{7}$: en ôtant le plus petit de ces cubes du plus grand, la différence, $24447 \frac{13}{14}$, sera

celui de ce huitième de voûte qu'il faudra multiplier par B $f = 58$ [illegible], et diviser le produit 1430203 [illegible] par l'arc moyen TKG $= 91$ [illegible]; le quotient 15558 exprimera l'effort vertical du huitième de voûte, exprimé par b dans la formule, ce qui donne pour celle de $\frac{b}{af}$ $\frac{15558}{5100}$, qui se réduit à 3,05.

e, étant 2,51, on aura pour la valeur de h, 5,56, et pour celle de $h\,h$, 30,91.

Substituant les valeurs trouvées dans la formule,
$x = \sqrt{\frac{p}{f} + \frac{pd - mc}{af} + hh} - h$, on aura
$x = \sqrt{42 + 7{,}92 + 30{,}91} - 5{,}56$, qui se réduit, après les opérations faites, à $x = 3{,}43$, au lieu de 7,42, trouvé pour la voûte d'arc de cloître, dont le plan serait formé par le carré circonscrit. Cette différence vient de ce que les murs droits qui répondent à chaque quart de voûte n'ont pour bras de levier que la moitié de leur épaisseur, tandis que dans les voûtes sphériques, la partie de mur correspondante a un bras de levier trois fois plus considérable.

Application par la méthode des centres de gravité.

Pour cette application, nous allons faire usage d'un moyen fort simple de déterminer les centres de gravité des voûtes sphériques, que j'ai déduit des principes de théorie établis dans un ouvrage de mathématiques de l'abbé Deidier, intitulé, *Mesure des Surfaces et des Solides par l'arithmétique des infinis et les centres de gravité* (1).

(1) Volume in-4°. avec des planches. Paris, 1740, chez C. A. Jombert.

Considérant la voûte réduite à sa circonférence moyenne, pour avoir le centre de gravité de la partie supérieure, indiqué par K G, fig. 44, on tirera par le milieu 2 de G L une horizontale qui coupera l'arc K G au point 3; portant ensuite la distance 2, 3 sur le plan, on décrira un arc 5, 6, dont on cherchera le centre de gravité, en multipliant sa corde par son rayon, et divisant le produit par le contour de l'arc (comme nous l'avons ci-devant expliqué, pag. 114); le quotient 29,68 indiquera la distance dn centre de gravité à l'axe, qu'on portera sur le profil de 2 en 4. N n étant $= 38,18$, la différence N 4 sera 8,50, désignant le bras de levier du poids de la partie supérieure de voûte exprimée par son cube.

N g sera, comme dans l'application précédente, 24,82, exprimant le bras de levier de la puissance horizontale qui soutient la partie de voûte supérieure snr son joint H N.

Le cube de cette partie étant $7102\frac{1}{3}$, l'effort de la puissance sera exprimé par $\frac{7102\frac{1}{3} \times 8,50}{24,82}$, qui se réduit à 2432,32 pour la valeur de p, et $\frac{p}{f}$ $\frac{2432,32}{42,5} = 57,23$.

b, qui exprime le poids des deux parties de voûte réunies, sera 24447,93.

c, indiquera, dans ce cas-ci, la distance de la verticale abaissée du centre de gravité des deux parties de voûte réunies, au point B.

Pour avoir ce centre de gravité, on tirera une horizontale du milieu 7 de G O, qui coupera la circonférence moyenne au point 8; portant ensuite la distance 7,8 sur le plan, on décrira un arc 9, 10, dont on cherchera le centre de gravité, qu'on trouvera à 49,36 de l'axe, et

à 4,64 du point B, qui sera la valeur de c. Ainsi, on aura $\frac{bc}{af} = \frac{24447,03 \times 4,64}{120 \times 42,5}$, qui se réduit a 22,24.

h, qui représente, comme dans l'application précédente, $e + \frac{b}{af}$, sera $2,51 + \frac{24447,03}{5100}$, qui se réduit à 7,3, et hh à 53,29.

Toutes ces valeurs, étant substituées dans la formule $x = \sqrt{\frac{p}{f} - \frac{bc}{af} + hh} - h$, donneront $x = \sqrt{57,23 - 22,24 + 53,29} - 7,3$, qui se réduit à $x = 2,09$, au lieu de 3,43, que donne l'autre méthode; différence qui vient de ce que, par la première méthode, les efforts verticaux sont un peu faibles : au reste, cette différence est à l'avantage des pieds-droits.

Il résulte des applications faites aux quatre modèles de voûte précédens, qui sont les plus en usage,

1°. Que pour la voûte en berceau en plein cintre, dont la longueur est égale au diamètre, la superficie des deux murs parallèles qui la soutiennent est de 4698.

2°. Que celle des quatre piliers à base carrée, qui soutiennent la voûte d'arête, est de 7056.

3°. Que celle des quatre murs de la voûte en arc de cloître, est de 3425 $\frac{2}{3}$.

4°. Que celle du mur circulaire de la voûte sphérique, est de 1238 $\frac{1}{2}$. Ainsi en n'ayant égard qu'au diamètre de ces voûtes, qui est le même pour toutes, on trouvera que si l'on désigne la superficie du mur circulaire de la voûte sphérique par 1,

Celle des murs de la voûte en arc de cloître, sera un peu moins de 3, ou

Celle des murs de la voûte en berceau, moins de 4;

Et celle des piliers de la voûte d'arête, moins de 6.

Mais si l'on a égard à l'espace que chacune de ces voûtes occupe, avec leurs murs et point d'appui, on trouvera qu'à superficie égale, les murs de la voûte en berceau en seraient les $\frac{2}{7}$.

Ceux de la voûte en arc de cloître, moins du quart.

Les piliers de la voûte d'arête, en la supposant continuée dans l'épaisseur des piliers, un peu plus du septième.

Et le mur circulaire de la voûte sphérique, un peu plus des deux dix-septièmes.

En sorte que si l'on suppose que l'espace occupé par chacune de ces voûtes est 400,

Les murs de la voûte en berceau seront.	115
Ceux de la voûte en arc de cloître.	91
Les piliers de la voûte d'arête.	60
Le mur circulaire de la voûte sphérique. . . .	48

D'où il résulte qu'après les voûtes sphériques, ce sont les voûtes d'arête qui exigent le moins de points d'appui : conclusion à laquelle il semble qu'on ne devait pas s'attendre, d'après ce que nous avons dit de leur poussée; mais qui est justifiée par l'expérience.

On pourra peut-être regarder comme une chose extraordinaire, que ces formules donnent pour les voûtes d'arc de cloître et les voûtes sphériques, des épaisseurs de murs moindres que celle de ces voûtes. Quoique ce résultat soit constaté par l'expérience, nous ne prétendons pas en conclure qu'il faille donner à ces murs moins d'épaisseur qu'aux voûtes qu'ils soutiennent, mais qu'ils peuvent n'être pas pleins dans toute leur longueur.

Nous nous bornerons à démontrer, d'après les principes ci-devant établis, pag. 256 et 257, n°. 5, 6, 7, 8

et 9, et notamment ce dernier, où l'on fait voir que le poussée est égale à la différence des efforts horizontaux des parties de voûte qui agissent en sens contraire; en sorte que si ces deux efforts étaient égaux, n'y ayant pas de différence, il n'y aurait pas de poussée : c'est ce qui arrive dans les voûtes en arc de cloître et les voûtes sphériques.

Preuve pour la voûte en arc de cloître.

Supposant cette voûte réduite à sa superficie moyenne, la partie qui cause la poussée sera indiquée dans le profil, par KL (pl. LXXXI, fig. 40 et 41), et en plan, par le triangle E*ed*, égal au carré *keg*E; la partie qui lui résiste, sera indiquée dans le profil par IK, et en plan par le trapèze *enqd*, égal à la partie formant équerre *enmgek*. Cela posé, si l'on fait attention que le côté du grand carré *enm*E, est égal à la diagonale du petit *keg*E; la superficie de ce dernier sera égale à la moitié de celle du grand; donc la partie en équerre, qui exprime l'effort de la partie de voûte inférieure, sera égale au carré exprimant l'effort de la partie supérieure; donc elle ne doit pas avoir de poussée. Celle que nous avons trouvée dans l'application des deux méthodes, vient de ce que nous avons supprimé de l'expression de la partie inférieure, le petit trapèze B*nq*C, formant la moitié de son épaisseur; parce qu'en considérant cette partie inférieure d'une seule pièce, elle tend à tourner autour de la ligne BC, ce qui n'arriverait pas si elle était composée d'une infinité de voussoirs qui pussent agir.

La même démonstration peut s'appliquer aux voûtes sphériques; car, en tirant les lignes M*n*, *dn*, figure 43

il est facile de voir que le rayon O*h* étant égal à la moitié de la diagonale *n*O, la superficie du cercle décrit avec le rayon O*h*, sera moitié de celle du cercle décrit avec le rayon O*m*. Donc la couronne, qui exprime l'effort de la partie inférieure, étant égale au cercle qui exprime celui de la partie supérieure, cette voûte, de même que celle en arc de cloître, n'aura pas de poussée.

Cette propriété des voûtes sphériques peut encore se démontrer d'une autre manière, en faisant voir que le produit de la partie supérieure de voûte, multiplié par KL, est égal à celui de la partie inférieure, multiplié par IK; car, supposant cette voûte réduite à sa circonférence moyenne, l'effort de la partie supérieure sera égal au produit de la circonférence qui lui sert de base, que nous désignerons par C, par LG, et par son bras de levier KL. Celui de la partie inférieure sera
$C \times TI \times IK$; et comme $LG = IK$, et $TI = KL$, on aura $C \times LG \times KL = C \times TI \times IK$.

On peut voir dans le Mémoire historique que j'ai fait imprimer sur le dôme du Panthéon, l'application que nous avons faite de cette théorie aux voûtes du dôme et des pendentifs, pages 61 — 64 et 71 — 73.

Les voûtes composées, régulières ou irrégulières, n'étant qu'un assemblage de parties de voûtes simples, si l'on a bien compris tout ce que nous avons dit à ce sujet, et qu'on ait répété les opérations en les lisant, on parviendra facilement à déterminer les efforts de toutes sortes de voûtes; c'est pourquoi nous nous sommes étendus sur le détail de ces opérations, qui sont immédiates et justifiées par des expériences que tout le monde peut répéter.

Les solutions plus savantes et plus générales, données par les géomètres du premier ordre, ne sont presque jamais consultées, parce que, comme il faut toujours finir, lorsqu'on veut en faire usage, par substituer des valeurs aux lettres, la résolution de leurs formules et leur application à des cas particuliers devient extrêmement difficile; c'est la réponse que m'ont faite plusieurs personnes fort instruites dans les mathématiques transcendantes auxquelles j'indiquais ces formules.

ARTICLE VI.

De la force avec laquelle le mortier ou le plâtre peuvent unir les pierres ou les briques, et de la construction des voûtes.

Il est évident que cette force doit être en raison de la surface des joints, comparée au volume des pierres, briques ou moëllons. Ainsi, un voussoir en pierre de taille, d'un pied cube, pourra être lié aux voussoirs voisins par quatre joints, de chacun 1 pied de surface, qui produiront ensemble 4 pieds. Mais si à ce voussoir on substitue trois moellons, au lieu de 4 pieds de surface de joints, on en aura 8. Enfin, si l'on emploie des briques à la place de moellons, il en faudra 27 pour former le même volume, qui donneront pour le développement des surfaces qui se joignent, 13 pieds. Ainsi, désignant la force qui lie le voussoir en pierre de taille par 4, celle qui unit les moellons sera 8, et celle pour les briques 13; d'où il résulte que les voûtes en

moellons doivent pousser moitié moins que celles en pierre de taille, et celles en briques, plus de trois fois moins.

Nous avons cité au second livre, pages 312 et 313, des expériences sur la force avec laquelle le mortier et le plâtre peuvent unir différentes espèces de pierres et de briques; il résulte de ces expériences, qu'au bout de six mois, le mortier peut unir les briques avec assez de force pour supprimer entièrement les efforts de la poussée dans une voûte surbaissée d'un tiers, de 15 pieds de diamètre et 4 pouces d'épaisseur, extradossée également; et le plâtre, celle d'une voûte de 18 pieds de diamètre, de même cintre et épaisseur. Cette force est plus grande pour les voûtes extradossées inégalement, dont la moindre épaisseur est à la clef; elle augmente en raison de l'épaisseur prise vers milieu des reins où se ferait la fraction : en sorte que, quels que soient le diamètre et le cintre de la voûte, la force du mortier, au bout de six mois, dans les voûtes bien faites, est capable de supprimer la poussée, toutes les fois que l'épaisseur, prise au milieu des reins, est plus forte que la dixième partie de K L, fig. 25; pour celles maçonnées en mortier, et le douzième dans celles maçonnées en plâtre : mais il est bon de répéter l'observation que nous avons déjà faite : tant que les ouvrages en plâtre sont à l'abri des intempéries de l'air et de l'humidité, ils conservent leur solidité; et dans le cas contraire, quelquefois 7 ou 8 ans suffisent pour les détruire, tandis que la durée des ouvrages en mortier n'a pas de bornes.

Le peu de mortier ou de plâtre qu'on emploie dans les voûtes en pierres de taille, dont les joints ne sont souvent que coulés, fait qu'on ne peut guère compter sur leur

force, pour l'union des voussoirs; mais il y a d'autres moyens qu'on peut employer avec autant de succès, tels que les goujons et les crampons, employés par les anciens Romains dans les constructions de ce genre. Ces moyens sont préférables aux chaînes et tirans de fer employés par les modernes.

Des précautions qu'il faut prendre pour bien construire les voûtes.

Les voûtes peuvent être construites en pierres de taille en moellons, en briques, en béton, en plâtre, en bois, et même en métal.

On fait quelquefois un mélange de ces différentes constructions; ainsi, on construit des voûtes partie en pierres de taille, partie en moellons ou en briques, et quelquefois en plâtre pigeonné, comme dans certains édifices gothiques.

On peut désigner sous le nom de voûtes solides, celles tout en pierres de taille; de voûtes légères, celles en tuf, en pierre ponce ou lave poreuses, en briques creuses, en plâtre et en bois; de voûtes moyennes, celles en moellons ou en briques pleines; et de voûtes mixtes, celles composés d'un assemblage de ces différentes constructions.

Nous avons détaillé dans les livres III et IV, tout ce qui a rapport à la formation des voûtes en pierres de taille : une partie de ce que nous avons dit à ce sujet, peut être appliqué aux voûtes en moellons et en briques : ainsi, pour former des voûtes solides, il faut que les rangs de briques ou de moellons soient disposés comme

nous l'avons ci-devant expliqué aux pages 101, 161 et suivantes du troisième livre; c'est-à-dire que pour les voûtes d'arête, ou d'arc de cloître, il faut qu'ils soient parallèles à l'axe des parties de voûte en berceau dont elles se composent : pour les voûtes coniques, il faut qu'ils tendent à la pointe du cône; et que pour les voûtes sphériques, sphéroïdes et conoïdes, ils soient par rangs ou couronnes concentriques, perpendiculaires à l'axe, ainsi qu'on le voit indiqué dans la planche XXXVII, en supposant les lignes des joints plus près les unes des autres.

Voici les détails que j'ai recueillis sur la manière d'opérer des meilleurs ouvriers, dans les pays où l'on construit le mieux, et les raisons de ces procédés, d'après l'expérience et la théorie ci-devant développée.

Les voûtes en moellons ou en briques s'exécutent sur des cintres formés de courbes en planches de sapin, posées de champ et doublées au droit des joints, espacées d'environ un demi-mètre, et arrêtées sur des sablières placées le long des murs, soutenues à la hauteur des naissances par des poteaux : lorsque les cintres ont un grand diamètre, on ajoute d'autres sablières dans le milieu et dans les flancs, avec des poteaux pour les soutenir. Tous ces poteaux sont entretenus au moyen de planches ou de tringles de sapin posées en travers, et clouées dessus.

Lorsque la voûte doit être construite en mortier, on recouvre les courbes en planches de sapin plus minces, posées en travers, et clouées pour former le galbe de la voûte qui doit, pour ainsi dire, lui servir de moule : si elle doit être construite en moellons, après les avoir grossièrement façonnés au marteau, on étend une couche de mortier à l'endroit où ils doivent être placés, tant sur le

cintre que sur ceux déjà posés, avec lesquels ils se raccordent. Avant de les mettre en place, on a soin de les tremper dans un baquet d'eau pour qu'ils prennent mieux le mortier; en les posant on les frappe avec le marteau pour les bien faire joindre, en sorte qu'ils soient toujours bien d'équerre ou perpendiculaires à la surface du cintre, et que le joint du bas soit moins épais que celui du haut; et comme le plus grand effort se fait, pour la partie du milieu, contre les joints du haut, on a soin de les garnir avec des éclats de pierre. Dans plusieurs pays, on se sert pour cela d'une espèce de pierre qui se débite comme l'ardoise.

Il faut encoreavoir soin que les moellons de chaque rang soient posés en liaisons les uns sur les autres. Dans les voûtes d'arête, et dans celles d'arc de cloître, pour former les arêtes saillantes ou rentrantes, on les dispose comme on le voit par les figures 1 et 2 de la planche LXXXXII.

Les procédés que nous venons d'indiquer, sont les mêmes pour les briques; mais comme leur forme est plus régulière, et qu'elles sont d'un moindre volume que les moellons, les joints du haut n'ont pas besoin d'être garnis; il faut les laisser plus long-temps sur les cintres pour éviter le plus grand tassement dont elles sont susceptibles, qui pourrait causer des désunions quelquefois dangereuses, lorsqu'on ôte les cintres avant que le mortier ait acquis une certaine consistance. Beaucoup de voûtes ayant les formes et les dimensions nécessaires pour subsister solidement, sont tombées pour avoir été décintrées trop tôt, ou sans précautions.

Des voûtes antiques.

Les anciens Romains, qui se fiaient à la bonté de leurs mortier, ont construit quelquefois des voûtes toutes en maçonnerie de blocage avec de petites pierres irrégulières, et disposées sans ordre. Dans quelques-uns de leurs édifices, comme aux Thermes de Caracalla, ils employaient pour la partie du milieu des grandes voûtes une espèce de lave poreuse, presque aussi légère que la pierre ponce; mais plus ordinairement, ils reliaient la maçonnerie de blocage A, par les chaînes en briques B, représentées de face par la figure 3, et de profil par la figure 4 : c'est ainsi que sont construites les voûtes des Thermes de Dioclétien, du Colisée, du temple de *Minerva Medica*, vulgairement appelé Galluzo, représenté par la fig. 1 de la pl. LXXXI, dont il a été question pag. 215.

Aux Thermes de Caracalla, et à la ville Adrienne, j'en ai vu qui paraissaient avoir été construites de cette manière: sur les cintres recouverts en planches, dont on voit encore l'empreinte sous l'enduit de stuc dont elles sont recouvertes, on a commencé à étendre une forte couche de mortier de plus d'un pouce d'épaisseur; sur cette couche sont posés à plat de grands carreaux ou briques, dont chaque côté est de 2 pieds romains (22 pouces ou 58 centimètres ½) sur 2 onces d'épaisseur (22 lignes ou 50 millimètres), ponr les grandes voûtes de 50 à 60 pieds de diamètre, et d'un pied et demi romain en carré (16 pouces ½ ou 43 centimètres, et 20 lignes ou 45 millimètres) pour celles au-dessous jusqu'à 30 pieds de diamètre. Après avoir recouvert ce premier carrelage

de grandes briques, d'une seconde couche de mortier d'environ un pouce d'épaisseur, on en formait un second avec des carreaux plus petits, dont chaque côté est de 8 onces, ou ⅔ de pied romain en carré, sur 18 lignes d'épaisseur (40 millimètres), disposé de manière que ses joints croisent ceux du premier.

En établissant ce second carrelage, on formait avec les grands carreaux de deux pieds romains en carré, des espèces de voussoirs creux, dont le fond était composé de petits carreaux formant une bande égale à la largeur des grands, ainsi qu'on le voit représenté par les figures 5 et 6.

Les grands carreaux indiqués par la lettre C, sont posés perpendiculairement à la surface du cintre, et le milieu D, rempli de maçonnerie en blocage. Cette disposition avait pour objet d'empêcher que les désunions ou ruptures qui pouvaient se faire dans les voûtes de cette espèce, où l'on employait une grande quantité de mortier, ne se dirigeassent en contre-sens des coupes; lorsque l'impatience de jouir, ou d'autres motifs obligeaient à ôter les cintres, avant que le mortier eût acquis une consistance suffisante pour les éviter. Ces voûtes qui ont depuis un pied ½ jusqu'à 4 pieds d'épaisseur, sont extradossées de niveau, lorsqu'elles forment plancher ou terrasse au-dessus, et à deux pentes dans la proportion du fronton, lorsqu'elles servent de toit; alors elles sont couvertes en tuiles romaines posées à bain de mortier. Cette espèce de couverture, qui leur sert encore de liaison, leur procure une durée sans bornes : on en trouve dans les restes des anciens monumens de Rome qui existent depuis 16 à 18 siècles, et qui sont encore en bon état.

Les anciens formaient en saillie sur leur cintre toutes les parties qui devaient être renforcées dans la voûte, ainsi que l'ébauche des ornemens qui devaient avoir beaucoup de saillie; en sorte que lorsqu'on ôtait le cintre, il ne restait plus à faire que le ravalement en stuc. On a fait usage de ce procédé pour les voûtes de Saint-Pierre de Rome, qui sont construites en briques et en blocage, à l'imitation de celles des anciens.

Lorsque les voûtes en moellons en briques ou en blocage ont été faites avec soin, qu'on leur a donné une forme d'épaisseur proportionnée à leur diamètre et à la courbure de leur cintre, et qu'on a donné le temps au mortier de faire corps avec les matériaux, elles ne forment dans la suite qu'une seule pièce, qui n'a aucune poussée contre les murs qui les soutiennent. Comme c'est le moment du décintrement qui est l'instant dangereux, il faut tâcher de favoriser plutôt l'action des parties inférieures qui résistent, que celle des parties supérieures qui causent la poussée; c'est pourquoi on ne devrait jamais décintrer une voûte, que ses reins ne fussent garnis jusque vers le milieu. C'est cette partie inférieure qui doit être dégagée la première de dessus le cintre, en allant de bas en haut, afin d'être en état de contrebuter la partie supérieure. Cette opération doit se faire par intervalle, en raison de la grandeur du diamètre de la voûte, et de ce que les mortiers sont plus frais. Pour une grande voûte en moellons ou en briques, de 24 à 30 pieds de diamètre, il faut, dans la bonne saison, environ deux mois pour que le mortier ait acquis assez de consistance pour qu'elle n'éprouve aucun effet au décintrement; il faut encore éviter de faire entrer la clef

à coups de masse, ou de la trop forcer avec des coins, parce que cela ébranle la voûte, et la fait fléchir vers les reins lorsqu'ils ne sont pas garnis. J'ai vu des ouvriers sans expérience, faire rompre, par cette manie, une voûte, et faire écarter les murs avant qu'elle fut ôtée de dessus son cintre.

Les précautions que nous venons d'indiquer doivent être les mêmes pour les voûtes maçonnées en plâtre, à l'exception du cintre, qu'on peut ôter deux ou trois jours après qu'elles ont été achevées; mais il faut se méfier de la poussée du plâtre, qui est bien plus à craindre que celle de la voûte, parce qu'elle agit avec plus de force.

Il est bien nécessaire de connaître la nature du plâtre qu'on emploie, sa force, son degré d'extension, afin d'y avoir égard en ne plaçant les briques ou moellons qui forment clef, qu'après que son effet a eu lieu pour les parties déjà en place.

Dans les voûtes extradossées d'égale épaisseur, qui doivent former plancher au-dessus, lorsqu'on ne remplit pas les reins en maçonnerie, on fait de petits murs d'éperon, espacés entre eux du tiers de la largeur de la voûte : leur épaisseur doit être la dixième partie de leur intervalle, fig. 7.

Si la voûte est en arc de cloître, il en faudra placer un au milieu de chaque face, et deux autres dont les angles forment équerre, comme on le voit par la fig. 9.

Lorsque le plan d'une voûte d'arc de cloître est plus long que large, on distribue les contre-forts sur les grandes faces, de manière que leur intervalle soit le tiers de la largeur, comme dans les voûtes en berceau.

Les voûtes d'arête extradossées de niveau ont besoin d'avoir leur reins tout-à-fait remplis de maçonnerie, fig. 8.

Dans les voûtes sphériques ou sphéroïdes, il faut que les éperons tendent au centre. Les espaces entre les contre-forts seront remplis de gravois secs, recouverts d'une aire en plâtre ou en mortier pour recevoir le carrelage.

Il y a des constructeurs qui, au lieu d'éperons, forment de fausses lunettes au-dessus de l'extrados, dont le diamètre est moitié de celui de la grande voûte. Ce moyen, représenté par la figure 10, est fort bon, surtout pour les voûtes qui ont peu d'épaisseur, telles que les voûtes en briques; il a l'avantage d'éviter une trop grande charge pour remplir les reins qui doivent être extradossés de niveau; mais il est plus dispendieux.

Des voûtes en briques ordinaires pour les appartemens.

Il y a deux manières de disposer les briques pour former une voûte indépendamment de la disposition des rangs. On peut les placer de champ, selon leur largeur ou leur longueur, ou de plat comme pour un carrelage, en raison de la force et de la liaison qu'on veut donner aux voûtes. Nous avons fait voir que les anciens constructeurs romains ont fait usage de ces deux moyens pour fortifier la surface intérieure de leurs grandes voûtes, dont le corps était formé de maçonnerie en blocage, et pour soulager les cintres en planches sur lesquels ils les construisaient.

Les constructeurs modernes ont employé ces deux moyens à la construction des voûtes formant plancher; et, afin de ménager la hauteur, ils ont donné très-peu

d'élevation à leur cintre. Les uns, pour les raccorder avec l'aplomb des murs, ont formé ce cintre avec des demi-ellipses, ou imitation de cette courbe très-surbaissée, qui n'ont que le douzième, et quelquefois le quinzième de la largeur. D'autres les ont formés avec des arcs de cercle. Enfin comme le plâtre a la propriété de faire corps très-promptement, il a presque toujours été préféré au mortier, lorsqu'il a été possible de s'en procurer.

Relativement à ce que nous venons de dire sur ces espèces de voûtes qu'on désigne ordinairement sous le nom de voûtes plates, nous observons 1°. que la position des briques de champ est celle qui convient le mieux pour les grandes voûtes, surtout pour celles maçonnées en mortier.

Les faces de briques étant parallèles, plus le rayon de la courbure du cintre sera grand, mieux elles s'ajusteront, surtout si le cintre est formé par un arc de cercle qui a partout une courbure égale; mais s'il est formé par une demi-ellipse, ou par une courbe de même genre, la courbure variant à chaque point, il en résulte que l'épaisseur de leurs joints à l'extrados augmente en allant du sommet aux naissances; en sorte que le tassement ne pouvant pas se faire d'une manière uniforme, doit être plus grand pour les parties inférieures que pour les parties supérieures, ce qui cause presque toujours une désunion au milieu des reins, surtout lorsque les voûtes sont maçonnées en mortier. Pour éviter cet effet, il faut avoir soin de garnir ces joints à l'extrados avec des tuileaux.

Dans les voûtes maçonnées en plâtre, l'effort de cette matière étant très-considérable, occasione une plus

grande poussée contre les murs ; quant au cintre, indépendamment de ce que nous avons dit au sujet de ces espèces de voûtes, page 129 du troisième livre, et 291 de celui-ci, l'expérience a fait connaître que la courbe qui leur convient le mieux est une arc de cercle, parce que la plus grande courbure des voûtes elliptiques ou en anse de panier, à leur naissance, ne peut avoir lieu qu'aux dépens de celle du milieu; d'où il résulte que dans ces dernières, la partie du milieu étant plus plate, doit occasioner plus de poussée en raison de sa moindre courbure.

A l'ancien hôtel du Bureau de la Guerre, à Versailles, on a exécuté, à la place de planchers en bois, des voûtes plates, maçonnées en plâtre et briques de champ; mais au lieu de les disposer par rangs parallèles à l'axe, on a formé des arcs appliqués les uns contre les autres, comme on le voit représenté par les fig. 11 et 12. Comme ces voûtes sont en berceau formé d'un arc de cercle, dont la flèche ou montée n'est que le quatorzième de sa largeur, on n'a eu besoin pour les construire que d'un cintre mobile en planches, d'environ un mètre de large, qu'on faisait couler après avoir fait la partie de voûte à laquelle il répondait, et ainsi de suite. Pour cela, on avait placé le long des murs, à la hauteur des naissances, des sablières droites et de niveau, arrêtées solidement, sur lesquelles le cintre pouvait glisser sans se déranger : ce cintre était soutenu dans sa portée, par une ou deux autres sablières, en raison de la largeur de la pièce.

Lorsque la voûte d'une pièce était achevée, on garnissait les reins avec de petits moellons maçonnés en plâtre, et on posait sur l'extrados arasé de niveau un

ou deux tirans de fer plat, selon la longueur de la pièce, pour retenir l'écartement des murs. On a construit de cette manière, tant à l'hôtel du Bureau de la Guerre, qu'à celui des Affaires étrangères, cinq étages de voûtes les unes sur les autres, et toutes se sont maintenues jusqu'à présent en bon état: la plupart des pièces ont 18 pieds de largeur sur 25 pieds de long. On a formé sur ces voûtes dans les différens étages, des cloisons de distribution en briques posées de plat, portant avec leur enduit 5 à 6 pouces d'épaisseur. On a soutenu les voûtes au droit des passages des tuyaux de cheminée, par des linteaux de fer coudés et scellés dans les murs.

Cette disposition de briques peut également avoir lieu pour les constructions de voûtes en mortier, en formant le cintre dans toute son étendue, et le laissant jusqu'à ce que le mortier ait acquis une consistance convenable. Je pense même que ces voûtes auraient moins de poussée que celles formées par des rangs de briques parallèles aux murs qui les soutiennent, à cause de la liaison des briques, qui empêcherait qu'il se fasse des désunions dans le sens de leur longueur. Les reins seraient remplis avec de petits moellons maçonnés en mortier, et arasés de niveau avec des tirans de fer plat, comme pour celles en plâtre.

Les voûtes maçonnées en plâtre peuvent être employées avec avantage pour les endroits secs et à l'abri des intempéries de l'air; mais dans tous les autres cas, celles en mortier doivent être préférées, parce que le plâtre se décompose et perd toute sa force à l'humidité.

Des voûtes formées avec des briques posées de plat et maçonnées en plâtre.

Cette manière de construire les voûtes, qui a quelque rapport au procédé que nous avons ci-devant cité, employé par les anciens constructeurs romains, nous vient du département des Basses-Pyrénées, ci-devant Roussillon, où elle est en usage depuis un temps immémorial. M. le maréchal de Belle-Isle, qui en avait vu faire dans le pays, est un des premiers qui en ait fait exécuter, pour mettre à l'abri des incendies les bâtimens des écuries, remises et granges de son château de Bisy, près Vernon. Afin d'être plus sûr de la réussite, il fit venir des ouvriers du pays. Les plus grandes voûtes qu'il fit faire, sont celles des écuries, dont la longueur est d'environ 40 mètres, sur 10 de largeur. Ces voûtes étaient en berceau, avec un cintre en anse de panier, dont la hauteur était le cinquième de la largeur intérieure. Elles ne furent faites qu'un an après l'achèvement des murs et de la couverture, et lorsqu'on jugea qu'ils avaient éprouvé tout le tassement dont ils étaient susceptibles, tant de la part du sol, que de leur construction qui était en moellons, avec des chaînes de pierre éloignées d'un peu moins de 5 mètres. L'épaisseur de ces murs était d'environ 82 centimètres, c'est-à-dire le douzième de la largeur intérieure. On avait pratiqué, en construisant le mur, une espèce de tranchée de 15 à 16 centimètres de profondeur par le bas, avec des assises en encorbellement au-dessus, pour se relier avec le massif des reins, ainsi qu'on le voit exprimé par les fig. 13 et 14.

On ne fit faire pour cette voûte qu'une partie du cintre

en planches d'un mètre de longueur, posées sur des sablières de niveau le long des murs, soutenues par des poteaux à la hauteur des naissances, et d'autres au milieu, solidement arrêtées, de manière à pouvoir faire glisser, dessus, la partie du cintre, après avoir achevé la partie de voûte correspondante, ainsi que nous l'avons déjà dit pour les voûtes de l'hôtel de la Guerre, en observant des harpes pour la liaison de la partie suivante. Pour construire la voûte, on commençait par nettoyer et bien arroser la partie de la tranchée qui devait recevoir la naissance; on posait ensuite un premier rang à plat sur le cintre, en mettant du plâtre sur le grand côté de son épaisseur qui devait lui servir de lit, et sur celui en retour qui devait se joindre avec celle déjà en place : avant de mettre le plâtre, chaque brique était trempée dans un seau ou baquet rempli d'eau, que l'ouvrier avait auprès de lui avec son auge, afin de faciliter une plus forte union du plâtre avec la brique. Après avoir fait ainsi les deux ou trois premiers rangs au-dessus des naissances, on posait un second pour doubler la voûte, de manière à croiser les joints du premier en tous sens : pour cela, on posait le premier rang du doublage sur le petit côté de son épaisseur, et on le réduisait aux trois quarts de sa longueur, afin d'atteindre le milieu du second rang de la partie intérieure. Les autres rangs de briques du doublage se posaient à l'ordinaire sur leur long côté. Avant de poser ces briques, on mettait sur les premières une couche, en forme d'enduit, sur laquelle on appliquait les briques du doublage, après les avoir trempées dans l'eau, et mis du plâtre sur les côtés de leur épaisseur qui devaient se joindre aux autres. La voûte se commençait en même temps par

les deux naissances opposées, afin de charger également le cintre; et lorsqu'on était parvenu au milieu, si l'espace que devait occuper la clef était plus large ou plus étroit que les briques, on les taillait en conséquence, de manière à pouvoir être posées sur leur largeur ou sur leur longueur.

Les ouvriers ont pour cet usage une hachette, ou marteau portant d'un côté un taillant; l'autre côté leur sert à donner un ou deux petits coups pour mieux faire joindre les briques en les mettant en place. Il y a des ouvriers, qui ne font que les mouvoir en poussant sur les joints d'épaisseur; car ce n'est qu'en ce sens qu'il faut les frapper ou les pousser, et jamais sur le plat des briques.

On n'a garni les reins de ces voûtes, qu'après qu'elles ont été entièrement finies, avec de petits moellons maçonnés en plâtre, et arasés à la hauteur du dessus de la clef. Pour les petites voûtes, au lieu de garnir les reins en plein, on a formé de petits murs d'éperon en briques posées de plat, espacés d'environ un mètre. La plupart de ces petites voûtes n'ont de hauteur de cintre que le douzième de leur largeur. Ces voûtes sont terminées, à l'intérieur, par un enduit de 8 à 9 lignes d'épaisseur, avec une corniche prise aux dépens du cintre de la voûte, afin de la faire paraître plus plate; on a même affecté de faire ces corniches avec de très-grandes gorges, pour leur donner plus d'élévation, et effacer le pli qu'elles forment avec les murs, lorsque leur cintre est d'un seul arc de cercle.

Nous observerons que les cintres mobiles ne sont pas d'un aussi grand avantage pour cette manière d'opérer, que pour celle employée aux voûtes du Bureau de la Guerre; parce qu'il est plus difficile de bien faire les rac-

cordemens chaque fois qu'on avance le cintre, à cause des harpes qu'on est obligé de laisser pour former liaison.

D'ailleurs, ces travées de voûtes faites séparément, sont sujettes à agir avec des efforts différens, relativement à la poussée du plâtre. De plus, si l'on considère qu'on est toujours obligé de poser des sablières et des étayemens pour soutenir le cintre et le faire couler dans toute l'étendue de la pièce, et que le temps de faire glisser le cintre mobile, de l'ajuster et de faire les raccordemens, peut produire une dépense plus considérable que l'économie du cintre, pour faire des constructions dont on est moins sûr, on préférera de faire un cintre entier pour chaque pièce, comme cela se pratique. On peut encore considérer que les cintres mobiles ne sont praticables que pour les voûtes en berceau, qui sont celles dont on fait le moins d'usage pour les appartemens; on leur préfère les voûtes en arc de cloître, qui se raccordent mieux avec les corniches, et qui poussent beaucoup moins.

Les voûtes plates, en arc de cloître, sont aussi appelées à impériale, à cause de leur ressemblance au dessus des carrosses qui porte ce nom. Elles s'exécutent comme les précédentes, sur des cintres en planches formées de courbes posées sur des sablières placées de niveau le long de tous les murs. Ces courbes se raccordent avec d'autres courbes disposées selon les diagonales qui répondent aux angles rentrans, ainsi qu'on le voit représenté par les figures 15, 16 et 17.

Pour faciliter l'exécution de ces sortes de voûtes, on ne couvre le cintre en planches qu'à mesure qu'on les construit. Ainsi, après avoir cloué tout autour un premier rang de planches, on pose un ou deux rangs de briques

tout autour, avec leur doublage, en opérant comme nous l'avons ci-devant indiqué. Il faut avoir soin de ne recommencer un second rang, que lorsque le précédent est entièrement fini.

On pose successivement les planches à mesure qu'on avance. Les ouvriers sont placés sur des échafauds légers, en pente, selon la corde du demi-cintre de la voûte, afin d'être plus à portée d'opérer.

On ne finit de couvrir le cintre en planches que lorsque l'espace n'est plus assez grand pour qu'ils puissent s'y tenir. Le surplus s'achève par-dessus, en apportant les mêmes précautions pour que les briques soient bien liées et bien garnies de plâtre dans les joints, et les surfaces qui se touchent, car toute la solidité de ces espèces de voûtes dépend du plâtre qui les unit. Mais cette force, dans les voûtes bien faites, est étonnante. Avant d'exécuter les voûtes du château de Bisy, on fit tomber sur la première qui fut faite, d'environ 4 à 5 pieds de hauteur, une pierre de taille pesant de 4 à 5 milliers, qui ne fit que son trou; le surplus de la voûte resta solide, malgré l'ébranlement.

M. le comte d'Espic, qui a fait un petit ouvrage sur ces espèces de voûtes, rapporte plusieurs faits et expériences qui tendent encore à prouver leur solidité. « Un particulier du Languedoc, ayant fait construire une de ces voûtes plates sur de vieux murs, il y en eut un qui sortit quelque temps après de son aplomb, et se sépara des autres, en sorte qu'il restait entre ce mur et la voûte, une ouverture considérable à sa naissance, de façon qu'elle était en l'air dans toute cette partie, et ne tenait plus que de trois côtés. Les maçons qu'on envoya

chercher pour rebâtir le mur, ne voulurent d'abord pas y toucher; mais quand ils virent le lendemain qu'elle était dans le même état, ils s'enhardirent, démolirent le mur, le rebâtirent, et le lièrent avec la voûte. »

Une antre personne, avant de se déterminer à faire de ces voûtes plates, fit faire un cadre de bois, composé de pièces de bois qui s'emboîtaient par les bouts, arrêtés avec des vis; on construisit dans ce cadre une voûte en impériale, d'une toise en carré, sur environ un pied d'élévation de cintre. Après qu'elle fut faite, et bien sèche, on démonta le cadre, sans que la voûte se démentît; on la fit aller ensuite sur le plancher de la salle où elle avait été construite, en la poussant d'un bout à l'autre, sans que cela pût l'ébranler; après quoi on la chargea de pierres autant qu'on put en mettre, sans qu'elle éprouvât la moindre altération; enfin, on chercha à la détruire, en l'accablant de pierres que plusieurs personnes y jetèrent dessus à grande force : ces pierres, après plusieurs coups réitérés, firent des trous, mais ne la détruisirent pas entièrement : l'on n'en vint à bout qu'en l'abattant par pièces et morceaux.

Une autre personne ayant fait faire une voûte en impériale, la fit scier dans ses quatres côtés, excepté aux quatre angles. Cette voûte, ainsi isolée des murs, fut chargée d'un poids considérable, sans qu'il en résultât le moindre effet.

Voici celle que l'auteur dit avoir fait lui-même sur une voûte en impériale, qu'il avait fait construire dans une pièce dont chaque côté avait plus de quatre toises et demie. A peine fut-elle finie, qu'il la fit charger dans le milieu, en faisant arranger dessus 1750 grandes briques, pesant cha-

cune 25 livres, ce qui produisait un poids de 4375o livres, qu'il laissa dessus pendant deux jours; une si grande charge fit trembler les ouvriers qui l'avaient faite. Ils se plaignirent de ce qu'on mettait leur voûte à une trop grande épreuve, les reins étant encore vides, et ajoutèrent que si l'on faisait remplir les reins, comme ils devraient être, on pourrait mettre dessus tel poids qu'on voudrait, et qu'ils ne craignaient rien. On fit décharger cette voûte, sans qu'elle éprouvât la moindre altération.

Il fit percer une autre voûte, nouvellement faite, en sept ou huit endroits différens. Les trous qui étaient assez près les uns des autres, avaient environ six pouces de diamètre; on marcha sur le bord des trous, on chargea la voûte, on frappa dessus, tout cela ne produisit pas le moindre effet.

Enfin, dans une partie de bâtiment de trois toises de largeur intérieure, sur quatre toises quatre pieds de longueur dans œuvre, dont les murs avaient 2 pieds d'épaisseur et 42 pieds d'élévation, il fit faire trois de ces voûtes, l'une sur l'autre, et sur la dernière, il fit construire ce qu'il appelle un comble briqueté. Pour donner une idée de la pesanteur de ces combles, représentés par les fig. 18, 19 et 20 nous allons en faire la description, d'après le petit ouvrage ci-devant cité. Sur la dernière voûte, qui devait porter le comble briqueté, on éleva des cloisons, formant d'un côté la pente du comble, et de l'autre supportant une voûte surbaissée de 5 p. de diamètre, et formant un corridor au milieu, sous la pointe du comble, afin de pouvoir y aller en cas de nécessité. L'épaisseur de chacune de ces cloisons fut formée de deux briques, posées de champ, avec une couche de plâtre entre, pour les lier; les briques ont 15 pouces

de long sur 10 de large et deux d'épaisseur. Ces cloisons, qui ont un peu plus de 4 pouces d'épaisseur, sont distantes l'une de l'autre d'un pied; elles sont réunies par le haut, pour former la pente, par deux rangs de briques posées à plat en liaison les unes sur les autres. Comme ces briques ont 15 pouces de long, et que les cloisons ne sont éloignées les unes des autres que de 12 pouces, elles portent d'un pouce et demi sur chaque cloison.

La voûte du milieu est soutenue à sa naissance par un rang de ces briques; elle est formée, comme les grandes voûtes, d'un double rang de briques posées de plat. Sur le double rang de briques, qui forme la pente du comble, sont posées des tuiles creuses en terre cuite, maçonnées en mortier. En ajoutant à ce détail que chaque brique pèse 25 livres, on peut juger de la pesanteur énorme de cette espèce de comble, et de la force de la voûte qui le soutient; et ce qu'il y a de plus étonnant, c'est que, d'après le rapport de l'Académie de Toulouse, on n'a employé à cette construction aucune chaîne ni tirant de fer.

D'après tout ce qui vient d'être dit, le comte de l'Espie se croit autorisé à soutenir qu'il ne faut pas une très-grande épaisseur dans les murs bien construits pour soutenir ces espèces de voûtes, qui n'ont point de poussée, et qui ne forment qu'une seule pièce, plus capable d'entretenir les murs que d'agir pour les renverser; l'expérience lui ayant fait connaître que des cloisons de briques de 4 à 5 pouces résistent à des voûtes de 4 toises de diamètre. Les expériences que nous avons ci-devant citées sur la force avec laquelle le plâtre peut unir les briques, semblent justifier cette opinion, et je pense comme cet auteur qu'une voûte de ce genre bien faite, qui n'a éprouvé ni rupture

ni désunion, ne doit avoir aucune poussée; mais comme il y a une infinité d'accidens étrangers à la construction des voûtes qui peuvent en occasioner, surtout dans les voûtes en berceau, il est prudent de ne pas se fier entièrement à la force dn plâtre; quelques chaines de fer convenablement placées peuvent obvier à tous ces accidens. Les voûtes en impériale ou arc de cloître sont moins sujettes à se désunir; il faut même des circonstances extraordinaires pour que ces effets aient lieu.

Des voûtes plates du Palais Bourbon.

Aux voûtes faites dans ce palais, pour éviter les angles rentrans des voûtes en arc de cloître, on a formé des voûtes cintrées sur les quatre côtés, comme des parties de voûtes sphériques; l'arc de cercle qui forme la courbure de ces voûtes a de montée la douzième partie de sa corde ou côté de la pièce.

Ces voûtes sont maçonnées en plâtre de deux manières. La première est avec des carreaux, ou briques carrées de 8 pouces, sur un pouce d'épaisseur, posées de plat, en liaison, et doublées comme celles dont nous venons de parler. On les construisait de même, sur des cintres formés de courbes en planches, posées de champ, sur lesquelles on clouait des lattes au lieu de planches. Les briques étaient posées en lozange; le dessus de l'extrados était fortifié par de petits murs d'éperon, en briques posées de plat, espacés d'environ un mètre. Il y en a qui sont réunis par de petites voûtes, pour éviter de charger les reins.

La seconde manière est avec des briques ordinaires,

posées de champ, et par rangs parallèles à une des diagonales. Elles sont construites sur des cintres semblables aux précédens, et avec des contreforts sur leur extrados, distribués et réunis de même, avec des tirans de fer plats, placés à 9 pieds de distance les uns des autres, et arrêtés à l'extérieur des murs par des ancres. Cette seconde manière est préférable à la précédente, et forme des voûtes plus solides. On a eu soin de diriger en sens contraire les rangs de briques des voûtes qui se joignent, afin qu'elles se contre-butent. Au reste, ces voûtes n'ont rien d'extraordinaire, étant entretenues par de fortes chaînes de fer et des murs très-épais.

Les combles représentés par la figure 21 sont formés avec des briques carrées de 8 pouces sur 1 pouce d'épaisseur, posées à plat et doublées. La voûte intérieure est en plein cintre, avec une partie droite par le bas, inclinée à peu près selon la pente du brisis des toits à la mansarde. Pour la partie au-dessus, on a formé une partie d'arc gothique, et par-dessus, deux autres parties plates, pour former la pointe du comble, dont l'angle est d'environ 104 degrés. On a laissé dans les évidemens intérieurs les triangles de bois qui ont servi à soutenir les briques pour construire ces parties de voûtes. Les lucarnes sont en briques. Cette disposition vaut beaucoup mieux que celle des combles briquetés, proposés par le comte de l'Espie. Le bas est étayé par la partie droite qui forme la pente jusqu'au chêneau, et par les petits murs des jouées des lucarnes; il serait même à propos de ne point laisser de vide dans cette partie, afin de la mettre plus en état de résister à l'effort de la partie supé-

rieure, qui est triple, dans le cas où, par un accident quelconque, il se ferait une rupture au-dessus des lucarnes, qui est la partie la plus faible; au lieu des trois parties qui forment la pointe du comble, il aurait mieux valu ne faire qu'un seul arc gothique depuis la naissance, lié avec la partie droite du bas, afin de lui donner plus de solidité, comme l'indique la figure 22. On observe encore que les briques plates employées à cette construction sont un peu trop minces; elles auraient dû avoir au moins un pouce et demi d'épaisseur.

Des voûtes en poteries creuses.

Comme les voûtes plates en briques de champ ou de plat n'ont pas toujours réussi, quelques constructeurs, sans en examiner les raisons, ont imaginé de faire des voûtes en poteries, ou briques creuses. Ce moyen, qui présente l'avantage de former des voûtes plus légères, a été adopté avec empressement; on a fait de ces voûtes tout-à-fait plates, qui ne sont soutenues qu'à l'aide des tirans de fer, en tous sens, qu'on a prodigués à leur construction; on en a fait aussi de cintrées avec des armatures en fer, au moyen desquelles elles se soutiennent; en sorte que c'est, à l'époque où j'écris, le procédé le plus en usage pour les voûtes et planchers des appartemens où l'on ne veut pas employer du bois.

On a donné à ces briques creuses différentes formes et dimensions; les uns les ont faites à bases carrées, avec des sillons, des renfoncemens et des trous dans les faces, afin que le plâtre s'y attache mieux; il y en a qui sont carrées par le haut, et rondes par le bas; d'autres ont leur base rectangulaire comme de petits moellons. J'en

ai vu à base hexagone, pour former le carrelage au-dessus, fig. 23, 24, 25 et 26. Les côtés, ou diamètres des bases de ces briques, ont depuis 9 jusqu'à 20 centim., et depuis 11 jusqu'à 25 centim. de haut. Au reste, comme presque toujours on les fait faire exprès, chacun leur donne la forme et les dimensions qu'il croit les plus avantageuses, ce qui les rend plus ou moins chères, et leur moindre prix est toujours au-dessus du prix des briques pleines. Aussi, ce n'est pas l'économie qui les fait préférer, mais la certitude de réussir. Les figures 27 et 28 indiquent les briques en place, et les fig. 29, 30, 31, 32 et 33 leur arrangement en plan, tant en dessus qu'en dessous.

Lorsqu'on veut construire avec ces briques des planchers tout-à-faits plats, il vaut mieux faire passer les tirans ou armatures dans leur épaisseur qu'au-dessus; elles doivent être le plus près du dessous qu'il est possible, et en fer plat, posé de champ. La fig. 24 indique l'entaille faite dans les briques pour faire passer ces tirans. Il ne faut pour leur cintre que quelques solives, étayées en dessous, avec des planches en travers, ou des lattes pour soutenir les rangs de briques à mesure qu'on les pose : on doit apporter à cette opération les mêmes soins et les mêmes précautions que nous avons indiqués pour les briques pleines, c'est-à-dire, les tremper dans l'eau avant de les mettre en place, et bien garnir leurs joints de plâtre ou de mortier, (car on pourrait s'en servir pour les endroits humides) et les poser en liaison. Les voûtes tout-à-fait plates ont besoin de plus d'épaisseur que celles qui sont cintrées; cette épaisseur ne saurait être moindre de la trentième partie de la largeur, encore faut-il leur donner un peu de raide au milieu, c'est-à-dire un centième de la largeur au-

dessus de la ligne de niveau. On ne conseille pas d'en faire pour des pièces dont la largeur excède 7 à 8 mètres. Comme les briques creuses ne peuvent pas se tailler ni se couper, il est presque toujours nécessaire de former la clef avec des briques ordinaires, de même que les angles des voûtes d'arête ou en arc de cloître. Quant au reste, les voûtes à surfaces courbes en briques creuses peuvent s'exécuter sur des cintres en planches, comme celles en briques plates.

Expériences pour servir de base à la manière de calculer la force du plâtre et du mortier dans la construction des voûtes.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

Une tringle de plâtre, ou parallélipipède dont la base avait 16 lignes, sur 9 lignes $\frac{1}{2}$, et 15 pouces de longueur, étant posée de champ sur deux appuis éloignés l'un de l'autre de 12 pouces, a porté dans son milieu, avant de se rompre, 17 liv. 10 onces 5 gros, fig. H, planc. LXXXXII.

Le même morceau, tiré par les deux bouts, a soutenu, avant de se rompre, un poids de 80 livres 6 onces. Connaissant la force qu'il faut pour rompre un solide d'une texture simple, tel que la pierre, le plâtre, le mortier, en le tirant par les deux bouts, on peut connaître celle capable de le rompre, étant posé sur deux appuis, en multipliant la première par l'épaisseur perpendiculaire du solide, et divisant le produit par la distance de cette puissance ou poids aux points d'appui. Ainsi, dans cet exemple, la force pour rompre le solide tiré par les deux bouts, étant 80 livres 6 onces, ou $\frac{4}{3}$, l'épaisseur perpendiculaire du

solide de 16 lignes, la distance du poids aux points d'appui de 72, on aura la valeur du poids ou de la force pour le rompre, étant posé eu travers sur deux appuis, $= \frac{80\frac{1}{4} \times 16}{72}$, qui donne 17 livres $\frac{1}{2}$, au lieu de 17 livres 10 onces 5 gros, ou $\frac{2}{3}$, qui ne diffère que d'uu sixième de livre, c'est-à-dire de moins de 3 onces.

Deuxième expérience.

Un morceau de plâtre gâché depuis trois jours, de 11 lignes $\frac{1}{2}$ sur 7 lignes de gros, scellé dans un mur par un bout, comme l'indique la figure G, et posé de champ, s'est rompu sous un poids de 4 livres 2 onces suspendu à l'autre bout : sa longueur A B était de 6 pouces.

Troisième expérience.

Un autre morceau du même plâtre, de 15 pouces de long sur même grosseur, et posé aussi de champ sur deux appuis éloignés l'un de l'autre d'un pied, figure H, s'est rompu sous un poids de 4 livres 2 onces 7 gros.

Quatrième expérience.

Un troisième morceau de plâtre, de mêmes dimensions que le précédent, et posé de même, mais scellé avec les appuis placés à même distance l'un de l'autre, a porté avant de se rompre 12 livres 12 onces.

OBSERVATION.

Dans les deuxième et troisième expériences, il ne s'est fait qu'une fracture ; savoir : auprès du scellement, dans

la deuxième, et au milieu dans la troisième; mais, dans la quatrième, il s'en est fait trois, une auprès de chaque appui, et l'autre dans le milieu.

Il résulte de ces expériences et de plusieurs autres que j'ai répétées sur des morceaux de plâtre de différentes grosseur et longueur, que, si l'on connaît la force absolue d'un solide à texture simple, on peut connaître sa force relative dans quelqne position qu'il se trouve.

2°. Que la force nécessaire pour rompre un solide de ce genre, est pour ceux de même forme et dimension, en raison inverse de la distance du poids au point d'appui.

3°. Que cette distance étant la même, la force est égale, soit que le poids soit placé à une des extrémités ou dans le milieu.

4°. Que cette force est proportionnelle au nombre des ruptures et à leur superficie.

Les expériences faites sur la force des bois prouvent que ce dernier effet n'est pas le même pour les corps dont la texture est composée de fibres susceptibles de plier. En sorte qu'un morceau de bois arrêté des deux bouts, n'exige, pour se rompre, qu'une force double, tandis qu'elle se trouve triple pour les solides à texture simple, tels que le plâtre, le mortier et les pierres.

Cinquième expérience.

Dix cubes en pierre dure ordinaire, de 2 pouces sur tous sens, scellés l'un au bout de l'autre depuis un mois, et posés en linteau, sur deux appuis éloignés de 16 pouces, en sorte que les deux des extrémités posaient sur les appuis sans y être scellés, se sont désunis dans le milieu,

sous un poids de 25 livres $\frac{1}{4}$, deux de ces cubes scellés en même temps, ne sont séparés en tirant par les deux bouts que sous un poids de 121 livres.

En appliquant à cette expérience le calcul indiqué pour la première, on aura $\frac{121 \text{ l.} \times 2 \text{ po.}}{8 \text{ po.}}$, qui donne 30 livres 4 onces; le poids sous lequel les cubes se sont désunis, n'étant que de 25 livres 12 onces, si on y ajoute le poids des 8 cubes intermédiaires, qui pèsent chacun 12 onces, on aura pour l'effort qui les a désunis 31 livres 12 onces, au lieu de 30 livres 4 onces que donne la règle.

J'observe que 25 livres $\frac{3}{4}$ est le moindre poids trouvé par plusieurs expériences que j'ai répétées : il y en a qui ont donné 26 livres, d'autres 27 $\frac{1}{2}$ et jusqu'à 28.

Les mêmes expériences, faites avec des cubes scellés sur les pieds-droits, ont donné 79 livres, 81 livres et 82 livres $\frac{1}{2}$.

Sixième expérience.

Cette expérience ne diffère des précédentes, que parce que les cubes étaient scellés en mortier; elle n'a été faite qu'un mois après que les cubes ont été scellés. Il a fallu pour en séparer deux, en les tirant par les deux bouts, un poids de 64 livres. Ainsi, l'application de la règle donnera $\frac{64 \times 2}{8}$, qui donne 16 livres pour le poids qu'il faudrait pour les désunir, étant posés en linteau sans être scellés aux pieds-droits; l'expérience donne pour le moindre résultat 10 livres $\frac{3}{4}$, et pour le plus fort 13 liv. .; en ajoutant comme ci-devant le poids des cubes inter-

médiaires, qui est de 6 livres, on trouvera pour la moindre force 16 $\frac{3}{4}$, et pour la plus grande 19 livres $\frac{1}{2}$.

Septième expérience.

Cette expérience a été faite sur un modèle de voûte en pierre de Conflans, en plein cintre extradossé également de 12 pouces de diamètre, un pouce d'épaisseur, et divisé en 4 parties par un joint vertical au sommet. Deux autres inclinés de 45 degrés vers le milieu des reins.

Ayant scellé le joint vertical du milieu, il a fallu un poids de 16 livres $\frac{3}{4}$ pour les désunir. Si, outre le joint du milieu, on scelle ceux à 45 degrés, il faut un poids de 52 livres pour la désunir. Enfin, si l'on scelle de plus les joints horizontaux qui séparent la voûte des pieds-droits, elle ne se désunit que sous un poids de 85 livres.

Des expériences faites sur d'autres modèles de voûtes surbaissées et surhaussées, m'ont fait connaître que la force du mortier ou du plâtre qui lie les pierres ou les briques dont elles se composent, paraît être proportionnelle au produit de la superficie des joints où se feraient les désunions par LG, divisé par KL, planches LXXXIX et LXXXX. Il est essentiel de remarquer que moins la voûte a d'épaisseur, moins cette force est considérable, et que dans les voûtes extradossées de niveau, elle est la plus grande possible.

Application.

On veut savoir si la force du plâtre peut suffire pour lier les briques d'une voûte en berceau et en plein cintre,

extradossée également à 4 pouces d'épaisseur, son diamètre étant de 28 pieds : comme la longueur n'influe en rien, nous allons, pour faciliter le calcul, opérer pour une tranche d'un pied de longueur.

Le poids des contructions en briques et plâtre, de 4 pouces d'épaisseur, étant d'environ 42 livres par pied superficiel, le poids de cette tranche sera de 1848, qui représentera le poids que nous avons suspendu au milieu pour faire les expériences précédentes.

Comme la force qu'il faudrait pour désunir le joint horizontal au droit des naissances, est toujours plus considérable que la résistance des murs, on ne peut avoir égard qu'au trois joints au-dessus, qui, en s'ouvrant, peuvent occasioner la ruine de la voûte.

La superficie de chacun de ces joints étant de 48 pouces, celle des trois sera de 144 : cette superficie étant multipliée par 50, qui indique pour chaque pouce la force avec laquelle le plâtre peut lier les briques, donnera pour la force totale 7200. Cette force étant encore multipliée par le rapport de L G à K L, qui, dans les voûtes en plein cintre est toujours $\frac{7}{17}$, on trouvera 2983 pour l'effort du poids auquel cette force pourrait résister. Le poids de la voûte n'étant que de 1848, il en résulte que le plâtre suffit pour lier les parties de la voûte en brique, dont il s'agit, en la supposant bien construite, de manière à n'occasioner aucun effort contre les murs qui la soutiennent : ce qui se trouve confirmé par les expériences du comte d'Espie, ci-devant citées et une infinité d'autres.

Comme la superficie des joints ne change point pour une voûte en berceau de même longueur, quel que puisse

être son diamètre; en divisant 2983 par 42, qui indique le poids d'un pied superficiel de voûte en brique et plâtre, on trouvera que la force du plâtre, dans une voûte de 4 pouces d'épaisseur, ne peut plus suffire, dès que sa circonférence a plus de 71 pieds, répondant à une voûte en plein cintre de 45 pieds de diamètre.

Pour les voûtes d'arête, il suffit d'opérer pour un pendentif, si elles sont régulières; mais si elles sont irrégulières, il faut faire l'opération pour chacun.

Quant aux voûtes en arc de cloître, sur un plan carré, et aux voûtes sphériques, la force du plâtre ou du mortier est toujours plus que suffisante pour lier les briques ou moellons, quel que puisse être leur diamètre.

CONCLUSION.

J'ai déjà eu l'occasion de dire plusieurs fois, et principalement dans mon Mémoire sur la reconstruction de la coupole de la Halle au Blé de Paris, que la poussée dont on a cherché à effrayer les constructeurs, dépend presque toujours de la manière dont les voûtes sont construites.

Elle ne peut être dangereuse, que lorsqu'on a négligé de prendre les précautions que nous nous sommes fait un devoir d'indiquer d'après la théorie et l'expérience, tant pour la forme de leur cintre, de leur épaisseur, de leur extrados, que par rapport au genre de matériaux employés à leur construction, leur disposition, leur appareil, afin d'éviter les effets du tassement irrégulier, dont elles sont susceptibles, ainsi que ceux de leurs murs ou point d'appui, qui sont les plus à craindre.

Nous avons fait voir que la moindre rupture, ou désunion dans une voûte trop mince, extradossée d'égale épaisseur, peut causer sa ruine. Nous ajouterons, que ce défaut est plus dangereux dans les voûtes où les joints sont très-multipliés, telles que celles construites en briques de champ : car si elles sont maçonnées en mortier, elles sont sujettes à un tassement considérable, qui ne se fait jamais bien également : si elles sont en plâtre, il en résulte un renflement qui les brise vers les flancs quand ils ne sont pas appuyés, ou qui renverse les murs lorsqu'ils le sont, et qu'on n'a pas pris toutes les précautions nécessaires pour éviter ces inconvéniens. Il faudrait pour y obvier, pouvoir faire un emploi du plâtre et du mortier, tel que le renflement du premier pût compenser le tassement du second. Ainsi, on pourrait maçonner en mortier les parties inférieures, et le remplissage des reins et les parties supérieures en plâtre.

Quels que soient les matériaux qu'on emploie à la contruction des voûtes, il faut prendre toutes les précautions nécessaires pour qu'il ne puisse pas se faire des désunions, et que, dans le cas où, par quelqu'accident imprévu, il viendrait à s'en faire, la résistance des parties inférieures puisse balancer l'effort des parties supérieures. Les désunions qui se font dans les voûtes en berceau, sont les plus dangereuses, parce qu'elles se font en lignes droites, qui se continuent dans toute leur longueur, parallèlement aux murs qui les soutiennent. C'est pour éviter les suites de cet effet, qu'il faut que les reins soient remplis, au moins, jusqu'à la hauteur où se ferait la désunion, indiquée par K, K^{I}, K^{II}, K^{III} fig. 8, planche LXXXIX, et le surplus, en diminuant d'épaisseur jusqu'au milieu de la clef.

J'ai trouvé, comme M. Couplet, que la moindre épaisseur qu'on puisse donner à un arc extradossé d'égale épaisseur, pour qu'il se soutienne, ne devait pas être plus petite que la cinquantième partie du rayon.

Cependant, comme les pierres et les briques qu'on emploie à la construction des voûtes, ne sont jamais aussi parfaites que le suppose la théorie, on peut réduire la moindre épaisseur pour des voûtes en berceau, depuis 9 pieds jusqu'à 15 pieds de rayon à 4 pouces, soit qu'on les forme d'un rang de briques posées de champ, ou de deux rangs de briques posées de plat, comme dans des voûtes à la manière du Roussillon; et de 5 pouces pour les voûtes en pierres tendres comme celles du Panthéon Français, en augmentant cette épaisseur depuis le milieu de la clef jusqu'à l'endroit où leur extrados se détache des murs ou pieds-droits qui les soutiennent.

Mais si les reins sont garnis jusqu'à l'endroit indiqué par N dans la figure 8 de la planche LXXXIX, on trouve que pour l'arc gothique, cette épaisseur pourrait n'être que $\frac{1}{144}$ du rayon pour la voûte en plein cintre $\frac{1}{[illegible]}$.

Pour les voûtes surbaissées, formées d'un seul arc de cercle, on prendra pour la moindre épaisseur, la cinquième partie de la flèche de l'arc KG, ou du sinus verse de la moitié de cet arc. Ce dernier moyen est aussi applicable aux voûtes gothiques, et à toutes sortes de voûtes en berceau. Au résultat que donne cette opération, on ajoutera pour les voûtes maçonnées en plâtre, une ligne par pied de la longueur, ou $\frac{1}{144}$ de la corde KG que soutient la partie extradossée.

Pour les voûtes maçonnées en mortier, on ajoutera $\frac{1}{96}$, et $\frac{1}{72}$, pour celles exécutées en pierre de taille tendre, qui

n'ont pas de charge à porter. Cette épaisseur ira en augmentant, à partir du milieu de la clef, jusqu'au point N, où la voûte se détache des reins, où elle aura une fois et demie celle trouvée pour le milieu de la clef. C'est ainsi qu'ont été réglées les épaisseurs de toutes les voûtes en berceau du Panthéon Français, exécutées en pierre de Conflans.

Les voûtes d'arête, d'arc de cloître, et les voûtes sphériques de même diamètre que les voûtes en berceau, peuvent avoir moins d'épaisseur ; ainsi, on peut se dispenser de rien ajouter à l'opération pour les profils qui leur correspondent.

D'après toutes les observations que nous avons faites, la construction en pierre de taille me paraît préférable, pour les voûtes d'un très-grand diamètre, à celles en briques ou en moellons, lorsqu'on ne peut leur donner que très-peu d'épaisseur, et pour celles des édifices publics qui doivent être décorées d'ornemens, comme au Panthéon Français. C'est le moyen que j'ai proposé pour la reconstruction de la coupole de la Halle-au-Blé de Paris, dans le Mémoire que j'ai publié en 1813, auquel je renvoie pour les détails et les observations sur les moyens de construire cette coupole en briques, en bois et en fer.

Les voûtes construites en pierre de taille ont l'avantage de n'être sujettes à aucun tassement, et de se soutenir indépendamment du plâtre ou du mortier qu'on y emploie. Il est vrai que ces matières ne peuvent pas lier les vonssoirs en pierre de taille avec autant de force que les moellons, mais on peut y suppléer d'une manière encore plus sûre, par des crampons et des goujons en fer, scellés dans les

joints. Il y a des constructeurs qui, au lieu de goujons, se sont servi de cailloux ronds, scellés dans des cavités hémisphériques, creusées dans les joints qui se réunissent afin de fortifier leurs coupes, et d'empêcher les voussoirs de glisser lorsque les voûtes éprouvent quelques mouvemens ou quelques désunions, qui, par cette précaution, ne deviennent pas dangereuses. J'ai trouvé dans les restes de plusieurs voûtes antiques de Rome, construites en pierre de taille, des bossages pratiqués dans le joint d'un des voussoirs, et encastrés dans l'autre, de manière à produire le même effet; on y remarque aussi les entailles des crampons, qui liaient entre eux ceux d'un même rang. Enfin, dans la démolition de plusieurs édifices gothiques, on a trouvé des têtes d'os, au lieu de cailloux dans les joints des nervures en pierre de taille, pour les empêcher de se déranger et de glisser sur leurs joints.

Nous allons terminer ce livre par des tables calculées en mètres et en pieds, contenant les épaisseurs qu'il convient de donner aux voûtes en berceau en plein cintre, et aux murs qui doivent les soutenir, depuis un mètre de largeur, jusqu'à 42 $\frac{1}{2}$, et depuis 3 pieds jusqu'à 130.

On a réuni dans ces tables les trois états où elles ont coutume de se trouver ; savoir : entièrement extradossées de niveau pour former plancher; moitié de niveau, et moitié d'égale épaisseur; enfin, moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur, pour les voûtes qui ne forment pas planchers au-dessus, comme celle des églises et autres grands édifices.

Quoique ces tables ne soient calculées que pour des voûtes en plein cintre, on peut, à l'aide d'une figure sem-

blable à celle numérotée 8 dans la planche LXXXIX, trouver les dimensions correspondantes pour les voûtes en berceau surbaissées et surhaussées.

Ayant tracé la moitié de la courbe surhaussée ou surbaissée du cintre de la voûte dont il s'agit, on tirera du point B une ligne indéfinie B 4, formant un angle de 45 degrés avec la verticale B 6; on portera sur cette ligne de B en 4, l'épaisseur trouvée dans la table, pour une voûte en plein cintre, de même diamètre et forme d'épaisseur, et on décrira le quart de cercle 1, 4, 6; ensuite on tirera du milieu du cintre la corde G B, qu'on prolongera jusqu'à la rencontre de ce quart de cercle : si par le point où elle le coupe, on mène une parallèle à la verticale B 6, elle indiquera l'épaisseur du mur qui convient à la voûte surhaussée ou surbaissée dont il s'agit. Ainsi, pour une voûte surbaissée d'un tiers, la corde G' B prolongée, donnera le point 3, par lequel on mènera la verticale 3 *c*, qui indiquera l'épaisseur du mur pour cette voûte.

Lorsque les épaisseurs à la clef et vers le milieu des reins doivent être plus fortes ou plus faibles que celles indiquées dans les tables; il faudra, si la partie extradossée en ligne courbe est d'égale épaisseur, prendre la racine carrée du double de l'épaisseur de cette partie, multipliée par *m* L, qu'on portera de B en 4, pour décrire le quart de cercle 1, 4, 6, qui déterminera par la longueur de la corde prolongée au delà du point B, l'épaisseur du pieddroit.

Supposons une voûte de 30 pieds de diamètre, extradossée moitié de niveau et moitié d'égale épaisseur; si l'on voulait ne donner que 6 pouces d'épaisseur à la clef, au lieu de 10 pouces indiqués par la table, le rayon étant 15,

on aura $KL = \frac{15 \times 70}{99} = 10{,}6$, et $iK = 15 - 10{,}6 = 4{,}4$, ce qui donne $mL = 6{,}2$, qui étant multiplié par 1 pied, double de l'épaisseur à la clef, donnera 6,2, dont la racine carrée est 2,49, ou à très-peu de chose près 2 pieds 6 pouces, au lieu de 2 pieds 8 pouces 9 lignes marqués dans la table. Ce sont ces 2 pieds $\frac{49}{100}$, ou 2 pieds 6 pouces, qu'on portera de B en 4, pour tracer le quart de cercle qui doit fixer l'épaisseur par le prolongement de la corde B G, en raison de ce que la voûte sera plus ou moins surbaissée.

On peut trouver cette racine carrée par la méthode géométrique ci-devant indiquée, c'est-à-dire en portant le double de l'épaisseur de la voûte de B en n, et m L de B en h, pour décrire sur $n\,h$, comme diamètre, une demi-circonférence qui coupe l'horizontale B O en un point, qui indiquera l'épaisseur qu'il faudra porter de B en 4, sur la ligne inclinée de 45 degrés : pour le reste on opérera comme ci-devant.

Si les épaisseurs G D, K N de la partie extradossée en ligne courbe, ne sont pas semblables à celles indiquées dans les tables, on portera la somme des épaisseurs que l'on veut donner de B en n et m L de B en h, pour opérer comme ci-devant.

Il est facile de voir qu'au moyen de ces opérations et des tables, on pourra trouver facilement les épaisseurs des murs pour toutes sortes de voûtes en berceau, extradossées des trois manières indiquées par les tables, tant surbaissées que surhaussées.

Comme dans les calculs de ces tables on a fait abstraction des efforts verticaux qui tendent à affermir les pieds-droits, les résultats pourront convenir, quelle que soit la hauteur des murs ou pieds-droits, ainsi que nous l'avons ci-

devant démontré, pag. 273; et on peut les adopter avec sécurité pour toutes les voûtes dont la hauteur des pieds-droits n'est pas plus grande que le diamètre.

Pour les voûtes en arc de cloître, on ne prendra que les deux tiers de l'épaisseur trouvée, et pour les voûtes sphériques, seulement la moitié. Quant aux voûtes d'arête, on déterminera les dimensions de leurs points d'appui par les méthodes que nous avons ci-devant expliquées, pages 321 et 325.

Remarque.

Nous nous sommes souvent servi de pieds au lieu de mètres, 1°. parce que le pied est plus connu, et que sa grandeur est plus proportionnée aux dimensions qu'on a coutume de donner aux parties des édifices;

2°. Parce que la subdivision par 12, qui permet de prendre les demies, les tiers, les quarts et les sixièmes, dont on fait beaucoup d'usage dans les arts, est plus avantageuse que la division décimale qui ne peut donner que les demies et les cinquièmes.

On faciliterait beaucoup l'usage du mètre en le divisant en trois pieds métriques; ce nouveau pied serait partagé en 12 pouces, et le pouce en 12 lignes. Ce pied serait plus grand que l'ancien pied de roi, ou pied de Paris, d'un peu plus de 3 lignes ¼, ou d'un trente-neuvième, en sorte que 39 pieds métriques vaudraient 40 pieds anciens.

39 pouces métriques, 40 pouces anciens.

39 lignes métriques, 40 lignes anciennes.

On voit qu'il serait très-facile, d'après ce rapport, d'évaluer les pieds anciens en pieds métriques, ou les pieds métriques en pieds anciens, et de faire usage des tables en pieds comme de celles en mètres.

TABLE des différentes épaisseurs qu'il faut donner aux voûtes en berceau, en plein cintre, et à leurs pieds-droits, en raison de leur diamètre et de la manière dont elles sont extradossées.

VOUTES EXTRADOSSÉES.

Diamètres indiqués de quart de mètre en quart de mètre.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR Des voûtes à la clef.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR Des pieds-droits.	Moitié de niveau et moitié d'égale épais. ÉPAISSEUR Des voûtes à la clef.	Moitié de niveau et moitié d'égale épais. ÉPAISSEUR Des pieds-droits.	Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR Des voûtes Au milieu des reins.	Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR Des voûtes A la clef.	Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR Des pieds-droits.
4. 0	0.083	0.363	0.111	0.444	0.125	0.083	0.400
4.25	0.088	0.386	0.118	0.472	0.132	0.088	0.425
4.50	0.093	0.409	0.125	0.500	0.140	0.093	0.450
4.75	0.098	0.432	0.131	0.527	0.148	0.098	0.475
5. 0	0.104	0.454	0.138	0.550	0.156	0.104	0.500
5.25	0.109	0.477	0.145	0.583	0.164	0.109	0.525
5.50	0.114	0.500	0.152	0.611	0.171	0.114	0.550
5.75	0.119	0.522	0.159	0.638	0.179	0.119	0.575
6. 0	0.125	0.545	0.166	0.666	0.187	0.125	0.600
6.25	0.130	0.568	0.173	0.694	0.195	0.130	0.625
6.50	0.135	0.590	0.180	0.722	0.203	0.135	0.650
6.75	0.140	0.613	0.187	0.750	0.210	0.140	0.675
7. 0	0.145	0.636	0.194	0.777	0.218	0.145	0.700
7.25	0.151	0.659	0.201	0.805	0.226	0.151	0.725
7.50	0.156	0.681	0.208	0.833	0.234	0.156	0.750
7.75	0.161	0.704	0.215	0.861	0.242	0.161	0.775
8. 0	0.166	0.727	0.222	0.888	0.250	0.166	0.800
8.25	0.171	0.745	0.229	0.916	0.257	0.171	0.825
8.50	0.176	0.772	0.236	0.944	0.265	0.176	0.850
8.75	0.182	0.795	0.243	0.972	0.272	0.182	0.875
9. 0	0.187	0.818	0.250	1.000	0.281	0.187	0.900
9.25	0.192	0.841	0.256	1.027	0.289	0.192	0.925
9.50	0.197	0.863	0.263	1.055	0.296	0.197	0.950
9.75	0.202	0.886	0.273	1.083	0.304	0.202	0.975
10. 0	0.207	0.909	0.277	1.111	0.312	0.207	1.000
10.25	0.213	0.932	0.284	1.138	0.320	0.213	1.025
10.50	0.218	0.954	0.291	1.166	0.328	0.218	1.050
10.75	0.223	0.977	0.298	1.194	0.335	0.223	1.075



VOUTES EXTRADOSSÉES.

Diamètres indiqués de quart de mètre en quart de mètre.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'égale épais. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes au milieu des reins.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.
11. 0	0.228	1.000	0.305	1.222	0.343	0.228	1.100
11.25	0.233	1.022	0.312	1.250	0.351	0.233	1.125
11.50	0.239	1.045	0.319	1.277	0.359	0.239	1.150
11.75	0.244	1.068	0.326	1.305	0.367	0.244	1.175
12. 0	0.250	1.090	0.333	1.333	0.375	0.250	1.200
12.25	0.255	1.113	0.340	1.361	0.382	0.255	1.225
12.50	0.260	1.136	0.347	1.388	0.390	0.260	1.250
12.75	0.265	1.159	0.354	1.416	0.398	0.265	1.275
13. 0	0.270	1.181	0.361	1.444	0.406	0.270	1.300
13.25	0.276	1.204	0.368	1.472	0.414	0.276	1.325
13.50	0.281	1.227	0.375	1.500	0.421	0.281	1.350
13.75	0.286	1.250	0.382	1.527	0.429	0.286	1.375
14. 0	0.291	1.273	0.389	1.555	0.437	0.291	1.400
14.25	0.296	1.295	0.396	1.583	0.445	0.296	1.425
14.50	0.302	1.318	0.402	1.611	0.453	0.302	1.450
14.75	0.307	1.340	0.409	1.638	0.460	0.307	1.475
15. 0	0.312	1.363	0.416	1.666	0.468	0.312	1.500
15.25	0.317	1.385	0.423	1.694	0.476	0.317	1.525
15.50	0.322	1.409	0.430	1.722	0.484	0.322	1.550
15.75	0.328	1.431	0.437	1.750	0.492	0.328	1.575
16. 0	0.333	1.454	0.444	1.777	0.500	0.333	1.600
16.25	0.338	1.477	0.451	1.805	0.508	0.238	1.625
16.50	0.343	1.500	0.458	1.833	0.516	0.343	1.650
16.75	0.348	1.522	0.465	1.861	0.523	0.348	1.675
17. 0	0.353	1.545	0.472	1.888	0.531	0.353	1.700
17.25	0.359	1.568	0.479	1.916	0.539	0.359	1.725
17.50	0.364	1.590	0.486	1.944	0.546	0.364	1.750
17.75	0.369	1.613	0.493	1.972	0.554	0.369	1.775
18. 0	0.374	1.636	0.500	2.000	0.561	0.374	1.800
18.25	0.379	1.659	0.507	2.027	0.570	0.379	1.825
18.50	0.385	1.681	0.514	2.055	0.578	0.385	1.850
18.75	0.390	1.704	0.521	2.083	0.585	0.390	1.875
19. 0	0.395	1.727	0.528	2.111	0.593	0.395	1.900
19.25	0.401	1.750	0.535	2.138	0.601	0.401	1.925
19.50	0.406	1.773	0.542	2.166	0.609	0.406	1.950
19.75	0.411	1.795	0.549	2.194	0.617	0.411	1.975



VOUTES EXTRADOSSÉES.

Diamètres indiqués de quart de mètre en quart de mètre	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'égale épais. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes: Au milieu des reins.	Des voûtes: A la clef.	Des pieds-droits.
20. 0	0.416	1.818	0.556	2.222	0.625	0.416	2 000
20.25	0.421	1.840	0.563	2.250	0.632	0.421	2.025
20.50	0.426	1.863	0.570	2.277	0.640	0.426	2.050
20.75	0.432	1.886	0.576	2.305	0.648	0.432	2.075
21. 0	0.437	1.909	0.583	2.332	0.656	0.437	2 100
21.25	0.442	1.931	0.590	2.361	0.664	0.442	2.125
21.60	0.447	1.954	0.597	2.388	0.672	0.447	2.150
21.75	0.453	1.977	0.604	2.416	0.679	0.453	2.175
22. 0	0.458	2.000	0.611	2.444	0.687	0.458	2.200
22.25	0.463	2.022	0.618	2.472	0.695	0.463	2.225
22.50	0.468	2.045	0.625	2.500	0.703	0.468	2.250
22.75	0.473	2.068	0.631	2.527	0.711	0.473	2.275
23. 0	0.479	2 090	0.638	2.555	0.718	0.479	2.300
23.25	0.484	2.114	0.645	2.583	0.726	0.484	2.325
23.50	0.489	2.136	0 651	2.611	0.734	0.489	2.350
23.75	0.494	2.159	0.659	2.638	0.742	0.494	2.375
24. 0	0.499	2.181	0.666	2.666	0.750	0.499	2.400
24.25	0.505	2.204	0.673	2.694	0.757	0.505	2.425
24.50	0.510	2.227	0.680	2.722	0.765	0.510	2.450
24.75	0.515	2.250	0.687	2.750	0.773	0.515	2.475
25. 0	0.520	2.272	0 694	2.777	0.781	0.520	2.500
25.25	0.526	2.295	0.701	2.805	0.789	0.526	2.525
25.50	0.531	2.318	0.708	2.833	0.796	0.531	2.550
25.75	0.536	2.340	0.715	2.861	0.804	0.539	2.575
26. 0	0.541	2.363	0.723	2.888	0.812	9.541	2.600
26.25	0.546	2.386	0.729	2.916	0.820	0.546	2.625
26.50	0 551	2 409	0.736	2.944	0.828	0.551	2.650
26.75	0.557	2.431	0.743	2.971	0.835	0.557	2.675
27. 0	0.562	2.454	0.750	3.000	0.843	0.562	2.700
27.25	0.567	2.472	0.757	3.027	0.851	0.567	2.725
27.50	0.572	2.500	0.763	3,055	0.859	0.572	2.750
27.75	0.578	2.522	0.770	3.083	0.867	0.578	2.775
2 . 0	0.583	2.545	0.777	3.111	0.875	0.583	2.800
28.25	0.588	2.568	0.784	3.138	0.882	0.588	2.825
28.50	0.593	2.590	0 791	3.166	0.890	0.593	2.850
28.75	0.598	2.613	0.798	3.194	0.898	0.598	2.875



VOUTES EXTRADOSSÉES.

Diamètres indiqués de quart de mètre en quart de mètre.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'égale épais. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes. Au milieu des reins.	Des voûtes. A la clef.	Des pieds-droits.
29. 0	0 604	2.636	0.805	3.222	0.906	0.604	2.900
29.25	0.609	2.659	0.812	3.250	0.914	0.609	2 925
29.50	0.614	2 681	0.819	3.273	0 921	0.614	2 950
29.75	0.619	2 704	0.826	3.305	0.929	0.619	2.975
30. 0	0.624	2.727	0.833	3.333	0.937	0.624	3.000
30.25	0.630	2.750	0.840	3 361	0.945	0.630	3.025
30.50	0.635	2.772	0.847	3.388	0.953	0.635	3.050
30.75	0.640	2.795	0.854	3.416	0.960	0.640	3.075
31. 0	0.645	2.818	0.861	3.444	0.968	0 645	3.100
31.25	0.650	2.841	0.868	3.472	0 976	0.650	3.125
31.50	0.656	2.863	0.875	3.500	0.984	0.656	3.150
31.75	0.661	2.886	0.881	3.527	0.992	0.661	3.175
32. 0	0.666	2.909	0.888	3.555	1.000	0.666	3.200
32.25	0.671	2.932	0.895	3.587	1.007	0.671	3.225
32.50	0.676	2.954	0.902	3.611	1.015	0.676	3.250
32.75	0.682	2 977	0 909	3.638	1.023	0.682.	3.275
33. 0	0.687	3.000	0.916	3.666	1.031	0.687	3.300
33.25	0.692	3.022	0.923	3.694	1.039	0.692	3.325
33.50	0.697	3.045	0.930	3.722	1.046	0.697	3.350
33.75	0.703	3.068	0.937	3.750	1.054	0.703	3.375
34. 0	0.708	3.090	0.944	3.777	1.062	0.708	3.400
34.25	0.713	3.113	0.951	3.805	1.071	0.713	3.425
34.50	0.718	3.136	0.958	3.833	1.078	0.718	3.450
34.75	0.723	3.159	0.965	3.861	1.085	0.723	3.475
35. 0	0.729	3.181	0.972	3.888	1.093	0.729	3.500
35.25	0.734	3.204	0.979	3.916	1.101	0.734	3.525
35.50	0.739	3.227	0.986	3.944	1.109	0.739	3.550
35.75	0.744	3.250	0.993	3 972	1.117	0.744	3.575
36. 0	0.750	3.272	1.000	4.000	1.125	0.750	3.600
36.25	0.755	3.295	1.006	4.027	1.132	0.755	3.625
36.50	0 760	3.317	1.013	4.055	1.140	0.760	3.650
36.75	0.765	3.340	1.020	4.083	1.148	0.765	3.675
37. 0	0.770	3.363	1.027	4.111	1 156	0.770	3.700
37.25	0.776	3.386	1.034	4.138	1.164	0.776	3.725
37.50	0.781	3.409	1.041	4.166	1.171	0.781	3.750
37.75	0.786	3.431	1.048	4.194	1.179	0.786	3.775



VOUTES EXTRADOSSÉES.

Diamètres indiqués de quart de mètre en quart de mètre.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'égale épais. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes au milieu des reins.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.
38.00	0.792	3.454	1.055	4.222	1.187	0.792	3.800
38.25	0.797	3.477	1.062	4.250	1.195	0 797	3.825
38.50	0.802	3.500	1.069	4.277	1.203	0.802	3.850
38.75	0.807	3.522	1.076	4.305	1.210	0.807	3.875
39.00	0.812	3.545	1.083	4.333	1.218	0.812	3.900
39.25	0.817	3.568	1.090	4.361	1.226	0.817	3.925
39.50	0.822	3.590	1.097	4.388	1.234	0.822	3.950
39.75	0.828	3.613	1.104	4.416	1.242	0.828	3.975
40.00	0.833	3.636	1.111	4.444	1.250	0.833	4.000
40.25	0.838	3.659	1.118	4.472	1.256	0.838	4.025
40.50	0.843	3.681	1.125	4.500	1.265	0 843	4.050
40.75	0.848	3.704	1.131	4.527	1.273	0.848	4.075
41.00	0.854	3.727	1.138	4.555	1.281	0.854	4.100
41.25	0.859	3.750	1.145	4.583	1.287	0.859	4.125
41.50	0.864	3.772	1.152	4.611	1.296	0.864	4.150
41.75	0.869	3.795	1.159	4.638	1.304	0.869	4.175
42.00	0.874	3.818	1.166	4.666	1.312	0.874	4.200
42.25	0.880	3.840	1.173	4.694	1.320	0.880	4.225
42.50	0.885	3.863	1.180	4.722	1.328	0.885	4.250



TABLE des différentes épaisseurs qu'il faut donner aux voûtes en berceau en plein ceintre et à leurs pieds-droits, en raison de leur diamètre et de la manière dont elles sont extradossées.

VOUTES EXTRADOSSÉES.

Diametres en pieds.	Entièrement de niveau.		Moitié de niveau et moitié d'égale épais.		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur.		
	ÉPAISSEUR		ÉPAISSEUR		ÉPAISSEUR		
					Des voûtes		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Au milieu des reins.	A la clef.	Des pieds-droits.
	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.
12	0. 3.0	1. 1. 1	0. 4.0	1. 4.0	0. 4. 6	0. 3.0	1. 2.5
13	0. 3.3	1. 2. 2	0. 4.4	1. 5.4	0. 4.10	0. 3.3	1. 3.7
14	0. 3.6	1. 3. 3	0. 4.8	1. 6.8	0. 5. 3	0. 3 6	1. 4.9
15	0. 3.9	1. 4. 4	0. 5.0	1. 8.0	0. 5. 7	0. 3 9	1. 6.0
16	0. 4.0	1. 5. 6	0. 5.4	1. 9.4	0. 6. 0	0. 4.0	1. 7.2
17	0. 4.3	1. 6. 6	0. 5 8	1.10.8	0. 6. 4	0. 4.3	1. 8.4
18	0. 4.6	1. 7. 7	0. 6.0	2. 0.0	0. 6. 9	0. 4.6	1. 9.7
19	0. 4 9	1. 8. 8	0. 6.4	2. 1.4	0. 7. 1	0. 4.9	1.10.9
20	0. 5.0	1. 9.10	0. 6.8	2. 2.8	0. 7. 6	0. 5.0	2. 0.0
21	0. 5.3	1.11. 0	0. 7.0	2. 4.0	0. 8. 0	0. 5.3	2. 1.2
22	0. 5 6	2. 0. 0	0. 7.4	2. 5.4	0. 8. 3	0. 5.6	2. 2.5
23	0. 5.9	2. 1. 1	0 7.8	2. 6.8	0. 8. 7	0. 5.9	2. 3.7
24	0. 6 0	2. 2. 2	0. 8.0	2. 8.0	0. 9. 0	0. 6.0	2. 4 9
25	0. 6.3	2. 3. 3	0. 8.4	2. 9 4	0. 9. 4	0. 6.3	2. 6.0
26	0. 6.6	2. 4. 4	0. 8.8	2.10.8	0. 9. 9	0. 6.6	2. 7 2
27	0. 6 9	2. 5 6	0. 9.0	3. 0.0	0.10. 1	0. 6.9	2. 8.5
28	0. 7.0	2. 6. 7	0. 9 4	3. 1.4	0.10. 2	0. 7.0	2. 9.7
29	0. 7 3	2. 7. 8	0. 9 8	3. 2.8	0.10.10	0. 7.3	2.10.9
30	0. 7 6	2. 8. 9	0.10.0	3. 4 0	0.11. 3	0. 7.6	3. 0.0
31	0. 7 9	2. 9.10	0.10.4	3. 5 4	0.11. 8	0. 7 9	3. 1.2
32	0. 8 0	2.11. 0	0.10.8	3. 6.8	1. 0. 0	0. 8.0	3. 2.5
33	0. 8.3	3. 0. 0	0.11.0	3. 8.0	1. 0. 4	0. 8.3	3. 3.7
34	0. 8.6	3. 1. 1	0.11.4	3. 9.4	1. 0. 9	0. 8.6	3. 4.9
35	0. 8.9	3. 2. 2	0 11.8	3.10.8	1. 1. 1	0. 8 9	3. 6.0
36	0. 9 0	3. 3. 3	1. 0.0	4. 0.0	1. 1. 6	0. 9.0	3. 7.2
37	0. 9.3	3. 4. 4	1. 0.4	4. 1.4	1. 1.10	0. 9 3	3. 8.5
38	0. 9.6	3. 5. 6	1. 0.8	4. 2 8	1. 2. 3	0. 9.6	3. 9.7

VOUTES EXTRADOSSÉES.

Diamètres en pieds.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'egale épais. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes: Au milieu des reins.	Des voûtes: A la clef.	Des pieds-droits.
	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.
39	0. 9 9	3. 6. 7	1. 1.0	4. 4 0	1. 2. 7	0. 9.9	3.10.9
40	0.10.0	3. 7. 8	1. 1 4	4. 5.4	1. 3. 0	0.10.0	4. 0 0
41	0.10.3	3. 8. 9	1. 1.8	4. 6.8	1. 3. 4	0.10.3	4. 1 2
42	0.10.6	3. 9.10	1. 2.0	4. 8 0	1. 3. 9	0.10.6	4. 2 5
43	0.10 9	3.10.11	1. 2 4	4. 9 4	1. 4. 1	0 10.9	4. 3.7
44	0.11.0	4. 0. 0	1. 2.8	4.10.8	1. 4. 6	0.11.0	4. 4.9
45	0.11.3	4. 1. 1	1. 3 0	5. 0.0	1. 4.10	0 11.3	4. 6 0
46	0.11.6	4. 2. 2	1. 3.4	5. 1.4	1. 5. 3	0.11.6	4. 7.2
47	0.11.9.	4. 3. 3	1. 3 8	5. 2.8	1. 5. 7	0.11.9	4. 8 5
48	1. 0.0	4. 4. 4	1. 4.0	5. 4.0	1. 6. 0	1. 0.0	4. 9.7
49	1. 0.3	4. 5. 5	1. 4.4	5. 5.4	1. 6. 6	1. 0.3	4 10 9
50	1. 0.6	4. 6. 7	1. 4.8	5. 6.5	1. 6. 9	1. 0.6	5. 0.0
51	1. 0.9	4. 7. 8	1. 5.0	5. 8.0	1. 7. 1	1. 0.9	5. 1.2
52	1. 1.0	4. 8. 9	1. 5.4	5. 9.4	1. 7. 6	1. 1.0	5. 2.5
53	1. 1.3	4. 9.10	1. 5.8	5.10.8	1. 7.10	1. 1.3	5. 3.7
54	1. 1.6	4 10.11	1. 6.0	6. 0.0	1. 8. 3	1. 1.6	5. 4.9
55	1. 1.9	5. 0. 0	1. 6.4	6. 1.4	1. 8. 7	1. 1.9	5. 6.0
56	1. 2.0	5. 1. 1	1. 6.8	6. 2.8	1. 9. 0	1. 2.0	5. 7.2
57	1. 2.3	5. 2. 2	1. 7.0	6. 4.0	1. 9. 4	1. 2.3	5 8.5
58	1. 2.6	5. 3. 3	1. 7 4	6. 5.4	1. 9. 9	1. 2.6	5. 9.7
59	1. 2.9	5. 4. 4	1. 7.8	6. 6.8	1.10. 1	1. 2.9	5.10.9
60	1. 3.0	5. 5. 6	1. 8 0	6. 8.0	1.10. 6	1. 3 0	6. 0.0
61	1. 3.3	5. 6. 7	1. 8.4	6. 9 4	1.10.10	1. 3.3	6. 1.2
62	1. 3 6	5 7. 8	1. 8.8	6.10.8	1.11. 3	1. 3.6	6. 2.5
63	1. 3.9	5. 8. 9	1. 9 0	7. 0.0	1.11. 7	1. 3.9	6. 3.7
64	1. 4.0	5. 9.10	1. 9.4	7. 1.4	2. 0. 0	1. 4.0	6. 4.9
65	1. 4.3	5.10.11	1. 9 8	7. 2 8	2. 0. 4	1. 4.3	6. 6.0
66	1. 4.6	6. 0. 0	1.10.0	7. 4.0	2. 0. 9	1. 4.6	6. 7.2
67	1. 4.9	6. 1. 1	1.10.4	7. 5.4	2. 1. 1	1. 4.9	6. 8.5
68	1. 5.0	6. 2. 2	1.10 8	7. 6.8	2. 1. 6	1. 5.0	6. 9.7
69	1. 5.3	6. 3 3	1.11.0	7. 8.0	2. 1.10	1. 5.3	6.10.9
70	1. 5.6	6. 4. 4	1.11.4	7. 9.4	2. 2. 3	1. 5.6	7. 0.0
71	1. 5.9	6. 5. 5	1.11.8	7.10.8	2. 2. 7	1. 5.9	7. 1.2
72	1. 6.0	6. 6. 7	2. 0.0	8 0.0	2. 3. 0	1. 6.0	7. 2.5
73	1. 6.3	6. 7. 8	2. 0.4	8. 1.4	2. 3. 4	1. 6.3	[illegible]

VOUTES EXTRADOSSÉES.

Diamètres en pieds.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'égale épais. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes. Au milieu des reins.	Des voûtes. A la clef.	Des pieds-droits.
	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.
74	1. 6.6	6. 8. 9	2. 0.8	8. 2.8	2. 3. 9	1. 6.6	7. 4.9
75	1. 6.9	6. 9.10	2. 1.0	8. 4.0	2. 4. 1	1. 6.9	7. 6.0
76	1. 7.0	6. 10.11	2. 1.4	8. 5.4	2. 4. 6	1. 7.0	7. 7.2
77	1. 7.3	7. 0. 0	2. 1.8	8. 6.8	2. 4.10	1. 7.3	7. 8.5
78	1. 7.6	7. 1. 1	2. 2.0	8. 8.0	2. 5. 3	1. 7.6	7. 9.7
79	1. 7.9	7. 2. 2	2. 2.4	8. 9.4	2. 5. 7	1. 7.9	7.10.9
80	1. 8.0	7. 3. 3	2. 2.8	8.10.8	2. 6. 0	1. 8.0	8. 0.0
81	1. 8.3	7. 4. 4	2. 3.0	9. 0.0	2. 6. 4	1. 8.3	8. 1.2
82	1. 8.6	7. 5. 5	2. 3.4	9. 1.4	2. 6. 9	1. 8.6	8. 2.4
83	1. 8.9	7. 6. 7	2. 3.8	9. 2.8	2. 7. 1	1. 8.9	8. 3.7
84	1. 9.0	7. 7. 8	2. 4.0	9. 4.0	2. 7. 6	1. 9.0	8. 4.9
85	1. 9.3	7. 8. 9	2. 4.4	9. 5.4	2. 7.10	1. 9.3	8. 6.0
86	1. 9.6	7. 9.10	2. 4.8	9. 6.8	2. 8. 3	1. 9.6	8. 7.2
87	1. 9.9	7.10.11	2. 5.0	9. 8.0	2. 8. 7	1. 9.9	8. 8.5
88	1.10.0	8. 0. 0	2. 5.4	9. 9.4	2. 9. 0	1.10.0	8. 9.7
89	1.10.3	8. 1. 1	2. 5.8	9.10.8	2. 9. 4	1.10.3	8.10.9
90	1.10.6	8. 2. 2	2. 6.0	10. 0.0	2. 9. 9	1.10.6	9. 0.0
91	1.10.9	8. 3. 3	2. 6.4	10. 1.4	2.10. 3	1.10.9	9. 1.2
92	1.11.0	8. 4. 4	2. 6.8	10. 2.8	2.10. 7	1.11.0	9. 2.5
93	1.11.3	8. 5. 5	2. 7.0	10. 4.0	2.11. 0	1.11.3	9. 3.7
94	1.11.6	8. 6. 7	2. 7.4	10. 5.4	2.11. 4	1.11.6	9. 4.9
95	1.11.9	8. 7. 8	2. 7.8	10. 6.8	2.11. 9	1.11.9	9. 6.0
96	2. 0.0	8. 8. 9	2. 8.0	10. 8.0	3. 0. 0	2. 0.0	9. 7.2
97	2. 0.3	8. 9.10	2. 8.4	10. 9.4	3. 0. 4	2. 0.3	9. 8.5
98	2. 0.6	8.10.11	2. 8.8	10.10.8	3. 0. 9	2. 0.6	9. 9.7
99	2. 0.9	9. 0. 0	2. 9.0	11. 0.0	3. 1. 1	2. 0.9	9.10.9
100	2. 1.0	9. 1. 1	2. 9.4	11. 1.4	3. 1. 6	2. 1.0	10. 0.0
101	2. 1.3	9. 2. 2	2. 9.8	11. 2.8	3. 1.10	2. 1.3	10. 1.2
102	2 1.6	9. 3. 3	2.10.0	11. 4.0	3. 2. 3	2. 1.6	10. 2.4
103	2. 1.9	9. 4. 4	2.10.4	11. 5.4	3. 2. 7	2. 1.9	10. 3.7
104	2. 2.0	9. 5. 5	2.10.8	11. 6.8	3. 3. 0	2. 2.0	10. 4.9
105	2. 2.3	9. 6. 7	2.11.0	11. 8.0	3. 3. 4	2. 2.3	10. 6.0
106	2. 2.6	9. 7. 8	2.11.4	11. 9.4	3. 3. 9	2. 2.6	10. 7.2
107	2. 2.9	9. 8. 9	2.11.8	11.10.8	3. 4. 1	2. 2.9	10. 8.5
108	2. 3.0	9. 9.10	3. 0.0	12. 0.0	3. 4. 6	2. 3.0	10. 9.7

VOUTES EXTRADOSSÉES.

Diamètres en pieds.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR Des voûtes à la clef.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR Des pieds-droits.	Moitié de niveau et moitié d'égale épais. ÉPAISSEUR Des voûtes à la clef.	Moitié de niveau et moitié d'égale épais. ÉPAISSEUR Des pieds-droits.	Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR Des voûtes Au milieu des reins.	Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR Des voûtes A la clef.	Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR Des pieds-droits.
	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.	p. po. li.
109	2. 3.3	9.10.11	3. 0.4	12. 1.4	3. 4.10	2. 3.3	10.10 9
110	2. 36	10. 0. 0	3. 0.8	12. 2 8	3. 5. 3	2. 3.6	11. 0.0
111	2. 39	10. 1. 1	3. 1.0	12. 4.0	3. 5. 7	2. 3.9	11. 1.2
112	2. 4 0	10. 2. 2	3. 1 4	12. 5.4	3. 6 0	2. 4.0	11. 2.
113	2. 4.3	10. 3. 3	3. 1.8	12. 6.8	3. 6. 4	2. 4.3	11. 3.7
114	2. 4.6	10. 4. 4	3. 2 0	12. 8.0	3. 6. 9	2. 4.6	11. 4.9
115	2. 4.9	10. 5. 5	3. 2.4	12. 9 4	3. 7. 1	2. 4.9	11. 6.0
116	2. 5.0	10. 6. 7	3. 2.8	12.10.8	3. 7. 6	2. 5.0	11. 7.2
117	2. 5.3	10. 7. 8	3. 3.0	13. 0.0	3. 7.10	2. 5.3	11. 8.5
118	2. 5.6	10. 8. 9	3. 3 4	13. 1.4	3. 8. 3	2. 5 0	11. 9.7
119	2. 5.9	10. 9.10	3. 3.8	13. 2.8	3. 8. 7	2. 5.9	11.10.9
120	2. 6.0	10.10.11	3. 4.0	13. 4.0	3. 9. 0	2. 6.0	12. 0.0
121	2. 6.3	11. 0. 0	3. 4.4	13. 5.4	3. 9 4	2. 6.3	12. 1.2
122	2. 6.6	11. 1. 1	3. 4 8	13. 6.8	3. 9. 9	2. 6.6	12. 2.5
123	2. 6.9	11. 2. 2	3. 5 0	13. 8.0	3.10. 1	2. 6.9	12. 3.7
124	2. 7.0	11. 3. 3	3. 5.4	13. 9.4	3.10. 6	2. 7.0	12. 4.9
125	2. 7.3	11. 4. 4	3. 5.8	13.10.8	3.10.10	2. 7.3	12. 6.0
126	2. 7.6	11. 5. 5	3. 6 0	14. 0.0	3.11. 3	2. 7.6	12. 7.2
127	2. 7 9	11. 6. 7	3. 6.4	14. 1.4	3.11. 7	2. 7.9	12. 8.5
128	2. 8 0	11. 7. 8	3. 6 8	14. 2.8	4. 0. 0	2. 8 0	12. 9.7
129	2. 8 3	11. 8. 9	3. 7.0	14. 4 0	4. 0. 4	2. 8 3	12.10.9
130	2. 8.6	11. 9 10	3. 7.4	14. 5.4	4. 0. 9	2. 8.6	13. 0.0

Addition à l'article 139, page 193.

Manière de faire un polygone régulier égal à une superficie donnée. Pl. LXXIV, fig. 8.

On supposera le polygone divisé en autant de triangles qu'il a de côtés, par des lignes qui aboutissent au centre *c* : sur un de ces triangles A C B, on abaissera du sommet une perpendiculaire C D, sur la base ou côté A B. La superficie de ce triangle sera égale au produit de D B, moitié de A B par C D, ou au rectangle D C F B ; si l'on désigne D B par x, et C D par y, et la surface donnée par p, on aura pour le triangle équilatéral,

$x \times y \times 3 = p$, ou $x y = \frac{p}{3}$.

Pour le carré $x y \times 4 = p$ ou $x y = \frac{p}{4}$.

Pour le pentagone, $x y \times 5 = p$ ou $x y = \frac{p}{5}$.

Pour l'hexagone, $x y \times 6 = p$ ou $x y = \frac{p}{6}$.

Afin de résoudre ces équations, qui contiennent deux inconnues, il faut connaître le rapport de x à y, qui doit être comme le sinus des angles opposés aux côtés DB et CD.

Dans le triangle équilatéral, ce rapport est comme le sinus de 60 degrés est au sinus de 30, comme 50000 : 86603, comme 8 $\frac{2}{3}$ est à 5, comme 26 : 15, ce qui donne

$x : y :: 26 : 15$; et $15\,x = 26\,y$, d'où l'on tire $y = \frac{15\,x}{26}$: substituant cette valeur dans l'équation $x\,y = \frac{p}{3}$, on aura $\frac{15\,x\,x}{26} = \frac{p}{3}$, qui devient $x\,x = \frac{26\,p}{45}$, et $x = \sqrt{\frac{26\,p}{45}}$. Suppo-

sant que la superficie donnée est 3600, on aura $x = \sqrt{\frac{3600 \times 26}{40}}$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 45,6$ et le côté $AB = 91, 2$.

Pour le pentagone $x : y :: \sin. 36 : 5, 54$, comme $58779 : 80902$; ce qui donne la valeur de $y = \frac{80902\, x}{58779}$. Substituant cette valeur dans l'équation $x\,y = \frac{p}{5}$, il vient $\frac{80902\, x\, x}{58779} = \frac{3600}{5}$, et $x = \sqrt{\frac{58779 \times 720}{80902}}$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 22, 87$, et le côté $AB = 45, 74$.

Pour l'hexagone, on a $x : y :: \sin. 30 : \sin. 60$, comme $50000 : 86603 :: 5 : 8\frac{1}{5}$, ce qui donne la valeur de $y = \frac{26\, x}{15}$. Cette valeur étant substituée dans l'équation $x\,y = \frac{p}{6}$, donnera $\frac{26\, x\, x}{15} = 600$, qui devient $x\,x = \frac{600 \times 15}{26}$, ensuite $x = \sqrt{346, 15}$, et enfin $x = 18, 61$, et la valeur du côté $AB = 37, 22$.

Méthode géométrique pour faire la même opération.

Snpposons que ce soit un pentagone, on en décrira un d'une grandeur quelconque, ou seulement nn des triangles égaux ACB, dont il se compose, ayant pour base un des côtés et le sommet au centre; du sommet on abaissera sur la base une perpendiculaire CD, qui la divisera en deux parties égales; d'où il résulte que la superficie de ce triangle sera égale à celle du rectangle CDBF.

Sur le côté AB, prolongé s'il est nécessaire, on portera CD de D en E, et du milieu de BE comme centre,

on décrira une demi-circonférence de cercle, qui coupera C D au point G, et G D sera le côté d'un carré de même superficie que le rectangle C D B F. Les côtés des figures semblables étant entr'eux comme les racines carrées de leur superficie, on cherchera la racine de la superficie donnée, qu'on portera de D en *g*, et du point *g* on mènera des parallèles à G E et à G B, qui détermineront sur A B ces points *e* et *b*, qui donneront d'une part D *b* = à la moitié d'un côté du polygone cherché, et de l'autre le rayon D *e* de la circonférence dans laquelle il serait inscrit ; ce qui est évident, à cause des triangles semblables E G B et *e g b*, qui donnent B D : D E :: *b* D : D *e*.

On peut déduire en général de ce que les côtés des figures semblables sont entr'eux comme les racines de leurs superficies, un moyen fort simple de réduire une figure quelconque à une surface donnée : pour cela, il faut former un angle de réduction, figure 10, dont un des côtés soit égal à la racine de la plus grande superficie, et la corde de l'arc qui détermine l'ouverture de cet angle, égale à la racine de la plus petite superficie. Supposant que la plus grande superficie soit 1156, et la plus petite à laquelle on veut réduire la figure = 529, on tirera une ligne indéfinie, sur laquelle on portera de A en B la racine 34 de 1156; ensuite, du point A comme centre ayant décrit un arc indéfini, on fera, avec une grandeur égale à la racine 23 de 529, une section *g* ; on tirera A *g* qui formera l'angle de réduction *g* A B, par le moyen duquel on réduira la figure, en portant toutes les mesures de la grande sur la ligne A D, avec lesquelles on décrira des arcs, dont les cordes seront les côtés cherchés.

S'il n'est pas question de réduire, mais de faire une figure dont la superficie et la forme soient données, on fera une figure d'une superficie quelconque, mais plus grande, qu'on réduira à celle proposée.

FIN DU CINQUIÈME LIVRE.

SOMMAIRE

OU

TABLE

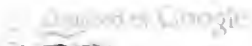
DES OBJETS CONTENUS DANS LE CINQUIÈME LIVRE
DU TRAITÉ DE L'ART DE BÂTIR.

SECTION PREMIÈRE.

SECTION DEUXIÈME.

SECTION QUATRIÈME.

De la théorie des voûtes.



de celles construites au château de Bizy pour le maréchal de Belle-Isle. Expérience pour prouver leur force et leur solidité lorsqu'elles sont bien faites; de celles rapportées par le Comte d'Espie, et des voûtes de ce genre qu'il a fait exécuter à Toulouse. Des combles briquetés de son invention; description de ces combles; leur pesanteur qui prouve la force des voûtes sur lesquelles il les a établis. Il est cependant prudent de les entretenir par des tirans ou chaînes de fer placés à trois ou quatre mètres de distance les uns des autres pour prévenir les effets des désunions qui pourraient résulter de quelques accidens étrangers à leur construction : les voûtes en arc de cloître ou en impériale sont moins sujettes à se désunir que celles en berceau. Pages 362—370.

Des voûtes plates du Palais Bourbon, actuellement corps Législatif, pages 370—372.

Des voûtes en poteries creuses; des différentes formes de ces briques; des précautions qu'exigent leurs constructions. Pages 372—374.

Expériences pour servir de base à la manière de calculer la force du plâtre et du mortier dans la construction des voûtes, avec des observations et des applications. Pages 374—379.

Conclusion. Les voûtes bien proportionnées et bien faites poussent très-peu; leur action n'est jamais dangereuse et est facile à contenir. Les voûtes trop minces sont d'autant plus sujettes à se rompre, qu'elles ont un plus grand diamètre et que les joints sont plus multipliés. Moyen de modifier le gonflement du plâtre par le tassement du mortier. Nécessité de remplir les reins des voûtes jusqu'à l'endroit où peut se faire la rupture. Avantage des voûtes dont l'épaisseur va en diminuant. Résultat des calculs faits pour trouver la moindre épaisseur des voûtes. Méthode facile pour la déterminer : lorsqu'on ne peut donner que peu d'épaisseur aux voûtes d'un grand diamètre, il vaut mieux les construire en pierre de taille qu'en briques ou moellons. De l'avantage des voûtes en pierre de

taille; moyen de réunir les voussoirs indépendamment du plâtre ou mortier; de fortifier leur coupe, de les empêcher de glisser et d'agir comme des coins; citation d'exemples tirés des édifices antiques et de ceux des Goths. Pages 379—384.

Tables calculées en mètres et en pieds, qui indiquent les épaisseurs des voûtes en berceau en plein cintre, extradossées de niveau, partie de niveau et partie d'égale ou d'inégale épaisseur depuis 1 mètre jusqu'à 42 mètres et demi, et depuis 5 pieds jusqu'à 130, et celles qu'il faut donner aux murs qui les soutiennent; manière d'en faire usage pour toutes sortes de voûtes tant surhaussées que surbaissées, avec des applications. Pages 384—398.

Manière de faire un polygone régulier égal à une superficie donnée, par le calcul et par une méthode géométrique. Page 397.

ADDITION POUR LE CINQUIÈME LIVRE.

TABLE des épaisseurs de murs pour des modèles de voûtes en berceau, de différens cintres, trouvées par les méthodes du Père Déran, de M. Gauthier, et de la formule de M. Bélidor, comparées à celles que donnent pour les mêmes modèles, les méthodes analytiques et géométriques que je propose, et l'expérience.

Nota. Cette Table devrait être placée à la fin de l'article IV de la quatrième section, page 314.

Application.	Pages.	DÉSIGNATION DES VOUTES.	MÉTHODES DE					Expériences.
			Déran.	Gauthier.	Bélidor.	Rondelet. Analytique.	Rondelet. Géométrique.	
			lignes.	lignes.	lignes.	lignes.	lignes.	lignes
1	240	Modèle de voûte en plein cintre de 36 pouces ½ de diamètre extradossée également, à 3 pouces d'épaisseur, divisée en 4 parties et élevée sur des pieds-droits de 40 pouces 4 lignes.	108 ¼	152 ⅔	104	69 ⅘	84	75
2	269	Modèle de voûte *idem*, de 9 pouces de diamètre, extradossée à 21 lignes d'épaisseur élevée sur des pieds-droits de 16 pouces ¼, et divisée en 9 voussoirs.	27	39	40 $\frac{1}{11}$	28 ⅔	33 ½	30
3	270	Modèle de voûte *idem*, de 9 pouces de diamètre, extradossée à 9 lignes d'épaisseur et divisée en quatre parties, élevée sur des pieds-droits de 10 pouces.	27	39	26	20 ⅙	21 ⅖	21
4	275	Modèle de voûte surhaussée de même diamètre et épaisseur, sur 6 pouces 9 lignes de hauteur de cintre, divisée aussi en quatre parties, pieds-droits de 10 pouces de haut et cintre elliptique.	23	39	22 ¾	16 ⅚	18 ¼	17
5	276	Modèle de voûte *idem*, pour les dimensions, divisée de même, mais dont le cintre est formé par une courbe plus ouverte que l'ellipse appelée cassinoïde.	22	39	24	19 ⅔	20 ½	20 ¼
6	279	Modèle de voûte *idem*, pour les dimensions, divisée de même, dont le cintre est formé par une courbe plus fermée que l'ellipse appelée cycloïde.	24	39	21 ⅓	14 $\frac{2}{7}$	17 ¼	15
7	280	Modèle de voûte gothique de mêmes dimensions, divisée de même en quatre parties, dont le cintre est formé par deux arcs de cercle formant un angle au sommet.	25 ¼	39	22 ¼	12 ⅔	15 $\frac{3}{10}$	14



Applications.	Pages.	DÉSIGNATION DES VOUTES.	MÉTHODES DE Déran.	Gauthier.	Bélidor.	Rondelet. Analytique.	Rondelet. Géométrique.	Expériences.
8	281	Modèle de voûte de même dimension, divisée de même, dont le cintre est formé par une parabole.	$26 \frac{1}{2}$	39	$19 \frac{1}{2}$	$15 \frac{5}{8}$	$21 \frac{3}{10}$	17
9	283	Autre *idem*, pour les dimensions et la division dont le cintre est formé par la chaînette.	26	39	$16 \frac{2}{3}$	$14 \frac{2}{3}$	20	16
10	287	Modèle de voûte surbaissée de même diamètre, dont la hauteur du cintre est de 35 lignes, et la courbe une ellipse divisée de même.	31	38	$31 \frac{1}{6}$	$25 \frac{1}{4}$	$25 \frac{4}{5}$	26
11	288	Modèle de voûte *idem*, en tout pour les dimensions, divisée de même, dont la courbe du cintre est formée par la cassinoide.	30	38	$28 \frac{9}{10}$	$26 \frac{1}{3}$	$26 \frac{4}{5}$	27
12	289	Modèle de voûte *idem*, en tout pour les dimensions et la division, dont la courbe du cintre est formée par la cycloïde.	$31 \frac{1}{2}$	38	$29 \frac{1}{7}$	$24 \frac{5}{8}$	$25 \frac{2}{3}$	$25 \frac{1}{2}$
13	293	Modèle de voûte en arc rampant de 9 pouces de diamètre, extradossée à 9 lignes d'épaisseur, divisée en quatre parties : pour le grand pied-droit de 14 pouces ½ de haut.	$33 \frac{1}{4}$	50	$25 \frac{1}{8}$	23	$23 \frac{1}{2}$	$23 \frac{1}{4}$
		petit pied-droit de 10 pouces. . . .	$18 \frac{1}{2}$	$26 \frac{1}{2}$	$21 \frac{5}{6}$	16	19	18
14	296	Modèle de voûte *idem* pour les dimensions, mais dont la courbe du cintre est différente; pour le grand pied-droit	$39 \frac{3}{4}$	$55 \frac{3}{4}$	27	$23 \frac{1}{4}$	$23 \frac{1}{8}$	$23 \frac{1}{6}$
		pour le petit.	$13 \frac{3}{4}$	$19 \frac{1}{4}$	$25 \frac{1}{11}$	$18 \frac{3}{10}$	$21 \frac{1}{2}$	$19 \frac{1}{2}$
15	298	Modèle de voûte en plein cintre de 9 pouces de diamètre extradossée à 9 lignes d'épaisseur; jusqu'à l'endroit où elle se détache du pied-droit élevé à cette hauteur.	27	39	$24 \frac{3}{4}$	18	21	$19 \frac{1}{2}$
16	299	Modèle de voûte de même diamètre et hauteur extradossée de niveau par-dessus.	27	39	$29 \frac{1}{2}$	$12 \frac{9}{10}$	$17 \frac{9}{10}$	14
17	304	Modèle de voûte *idem*, avec un étage au-dessus composé de deux murs et un toit.	27	39	18	$9 \frac{10}{13}$	13	11
18	306	Modèle d'arc composé de onze voussoirs à crossettes, pour se raccorder avec des assises horizontales. . .	27	39	49	15	19	16
19	309	Modèle de voûte extradossée inégalement, en sorte que son épaisseur à la clef est de 4 lignes, et de 14 ½ aux naissances.	27	39	$18 \frac{1}{2}$	$16 \frac{3}{4}$	$18 \frac{1}{3}$	$17 \frac{1}{2}$

OBSERVATIONS.

La méthode du père Déran consiste à diviser la courbe du demi-cintre intérieur d'une voûte quelconque, en trois parties égales, figures 1, 2 et 3, Pl. LXXXX *bis*. Ayant ensuite tiré la corde A 2, prolongée indéfiniment, on porte la longueur A 2 de A en 4, et par ce dernier point on tire une verticale D 4 F, qui détermine avec A E l'épaisseur à donner au mur.

On voit que par ce procédé, qui ne paraît fondé sur aucun principe, on n'a point d'égard à l'épaisseur de la voûte, ni à la forme d'extrados; c'est pourquoi il donne pour le second modèle une épaisseur trop faible et une trop grande pour tous les autres, surtout pour le modèle de voûte gothique et celui en plein cintre extradossé de niveau, où cette règle donne une épaisseur presque double de l'expérience. Il est étonnant que cette méthode ait été adoptée par le grand Blondel et le père Dechalles, qui étaient géomètres. Cette méthode est cependant moins vicieuse que celle de M. Gauthier qui a prétendu la corriger. Par cette dernière, on n'a égard qu'au diamètre et à la hauteur du cintre.

Ainsi, quelle que soient la courbe du cintre de la voûte, son épaisseur et sa forme d'extrados, on commence par tirer de sa naissance au milieu de la clef, la ligne B C; ensuite du point B comme centre, et avec cette ligne B C pour rayon, on décrit un quart de circonférence du cercle D C G, dont on tire la corde D G, qui coupe B C en un point I, par lequel ayant tiré une horizontale indéfinie, on porte I L de L en K, et on abaisse de ce dernier point une verticale K R, qui forme avec la parallèle B P l'épaisseur du mur

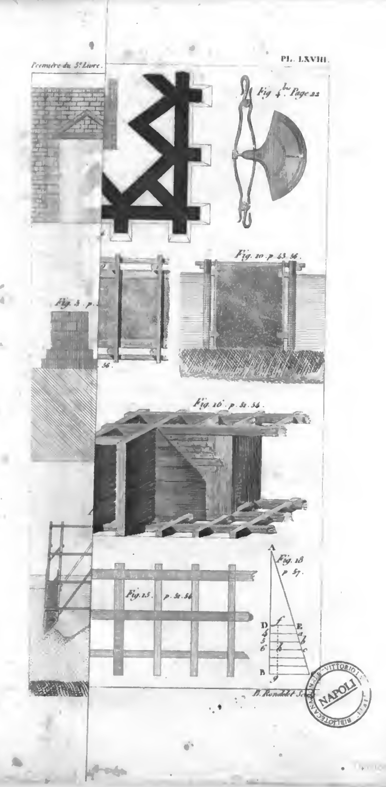
ou pied-droit. Cette méthode, fondée sur un faux principe, donne des épaisseurs beaucoup plus considérables que la précédente, et qui sont presque les mêmes pour toutes sortes de voûtes. L'épaisseur pour les voûtes gothiques et pour celles en plein cintre extradossées de niveau, est presque triple de celle qu'indique l'expérience.

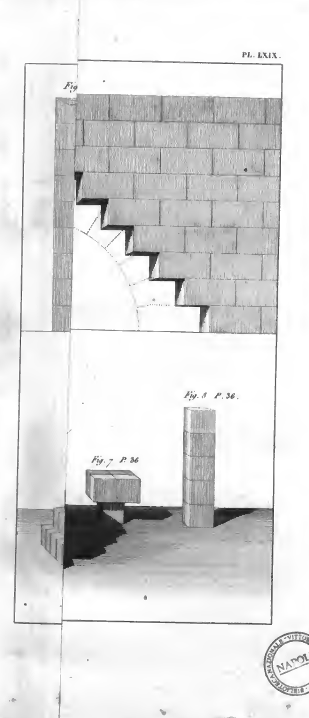
On voit que la méthode analytique de M. Bélidor, quoique fondée sur les vrais principes de la mécanique, donne cependant des résultats plus forts que l'expérience, mais c'est que l'hypothèse sur laquelle les calculs sont établis est exagérée; d'ailleurs on peut remarquer que les résultats sont plus proportionnels à l'expérience que ceux des méthodes pratiques du père Déran et de M. Gauthier; d'où l'on peut conclure que lorsqu'on fait usage de la formule de M. Bélidor, il n'est pas nécessaire d'ajouter quelque chose à l'épaisseur qu'elle donne.

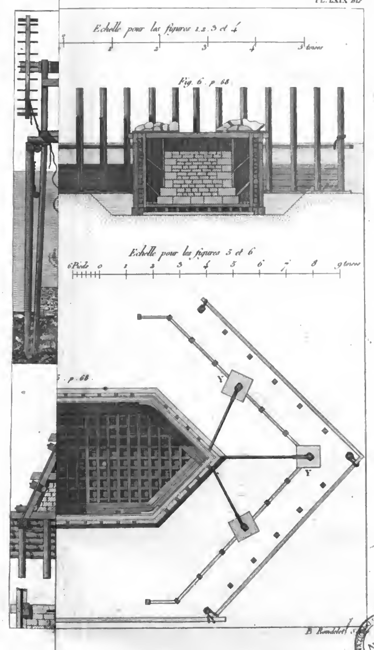
Cette table sert encore à faire connaître que la méthode analytique que je propose est celle qui s'accorde le mieux avec l'expérience, qui ne donne des résultats un peu plus forts, que parce qu'il est impossible d'exécuter des modèles avec assez de précision, et des matières assez parfaites pour répondre à des résultats mathématiques. C'est pourquoi il faut, pour avoir toute la solidité requise, ajouter un sixième à ce que donne la formule.

Comme ma méthode géométrique donne des résultats plus forts, il suffit d'y ajouter un huitième; et comme l'effort des voûtes est d'autant plus grand qu'elles ont moins d'élévation de cintre, on portera cette augmentation sur le prolongement d'une ligne tirée du milieu de la clef aux naissances.




Fig 4bis Page 22
Fig. 8. p.
56.
Fig. 20. p. 43. 56.
Fig. 16. p. 51. 56.
Fig. 15. p. 51. 56.
Fig. 18
p. 57.
A
D
E
f
a
b
c
4
5
6
B
9
B. Rondelet Sc.


Fig
Fig. 8 P. 36.
Fig. 7 P. 36


Echelle pour les figures 1.2.3 et 4
0
1
2
3
4
5 toises
Fig. 6. p. 68
Echelle pour les figures 5 et 6
6 Pieds
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9 toises
5. p. 68.
Y
Y
B. Rondelet

PL. LXX.

Fig 7 . p. 109.

Fig 8 p. 109.

Fig 9.

Fig. 16. p. 115.

Fig 17 p. 115.

Fig 18 p. 116.

Fig 24 p. 116.

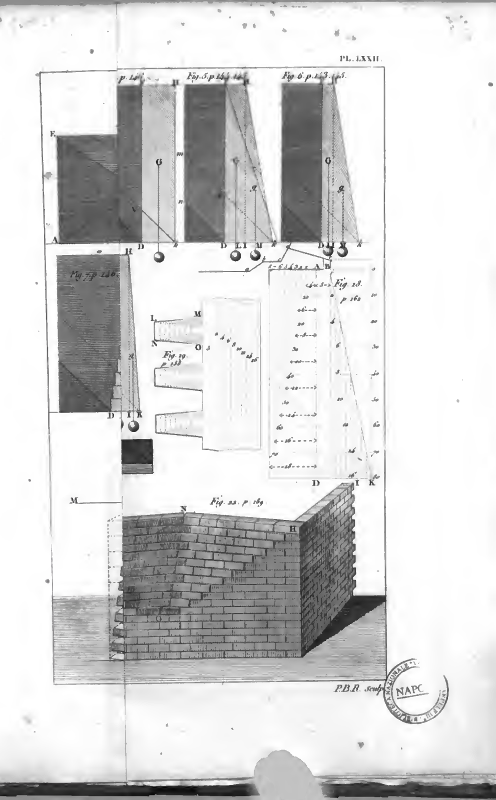
Fig 25

Fig 32 p. 133.

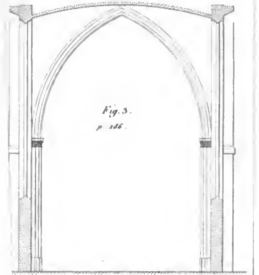
Fig 28 p. 125

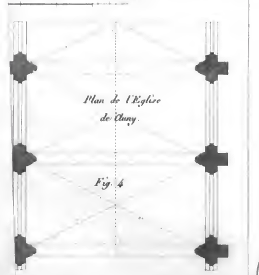
P. B. Rondelet Sculp.




Fig. 5. p. 143. 145.
Fig. 6. p. 143. 145.
Fig. 7. p. 150
Fig. 19.
p. 158
Fig. 18.
p. 162
Fig. 22. p. 189
P.B.R. Sculp.

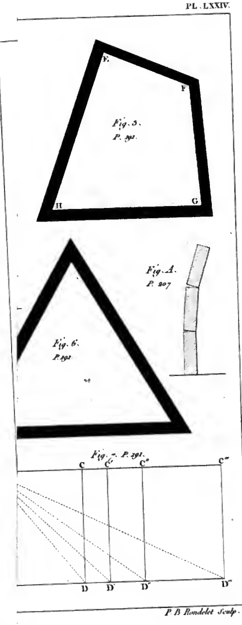
Coupe de la petite Eglise de Cluny Place de la Sorbonne à Paris.





P. B. Rondelet Sculp.





P. B. Rondelet Sculp.

PL. LXXV.

Fig. 4.
p. 202 . 220 .

... Rome.

... 4 3 2 1 6 Pieds

St Philippe de Néri à Naples

Temple de la Concorde à Girgenti

Fig. 7.
p. 221 .

P. B. Roudelet Sculp.



Coupe de la Basilique de S.t Paul hors les Murs à Rome.

P. 196. 209.

D

E

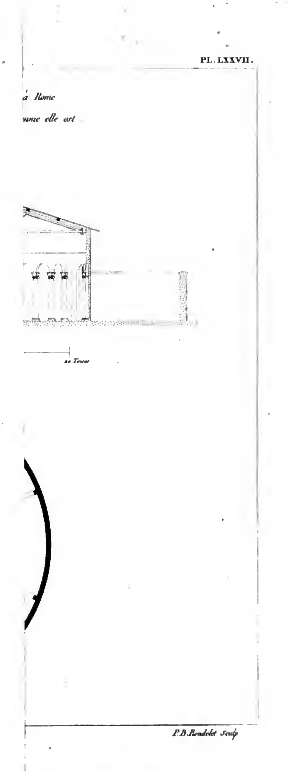
10.o

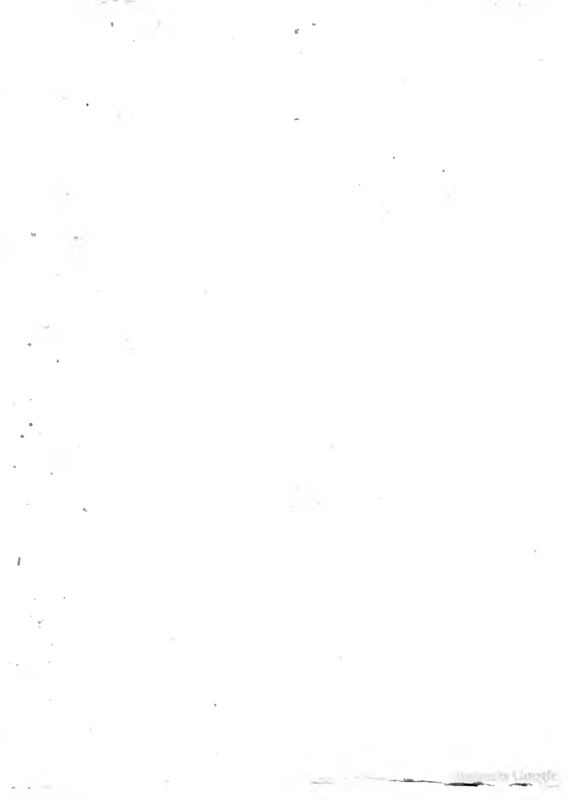
73 Pds

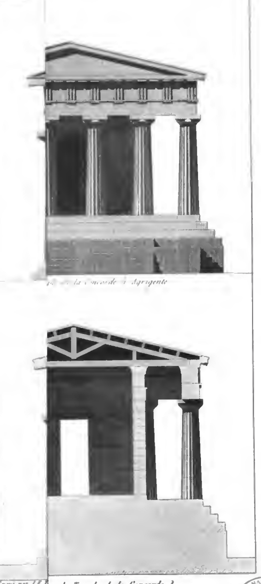
6.o

9

A. Mooy Sculpsit


a Rome
mme elle est
20 Toises
P.B. Rondelet Sculp

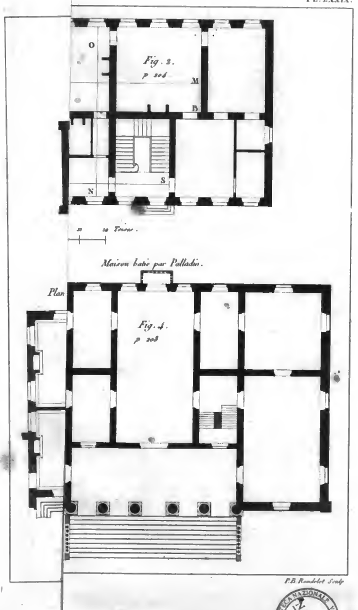




...pl... de la Concorde à Agrigente

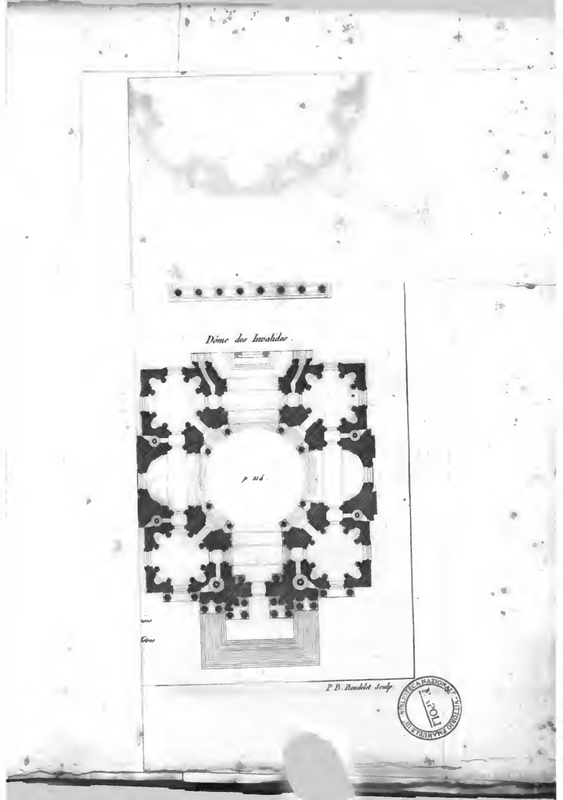
Gravé par J. E. ...e du Temple de la Concorde ?.

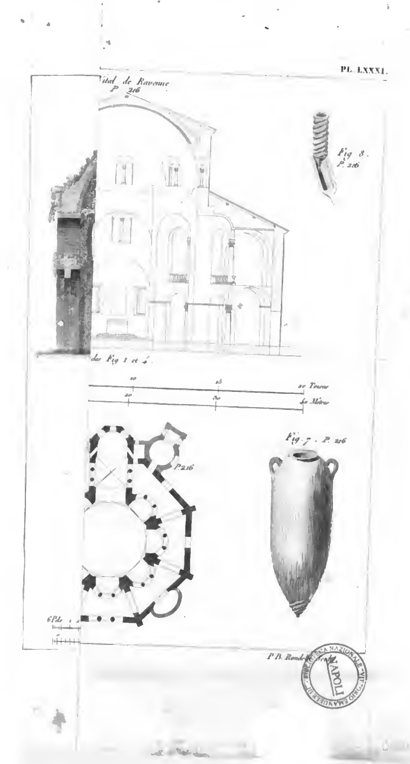




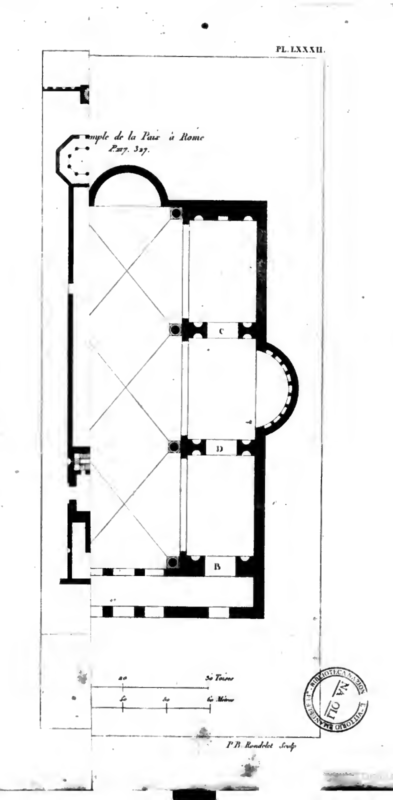
P.B. Rondelet Sculp.




Dôme des Invalides.
p. 216.
P. B. Rondelet Sculp.



Vital de Ravenne
P. 216
Fig. 8.
P. 216
des Fig. 1 et 4.
10
15
20 Toises
20
30
40 Mètres
Fig. 7. P. 216
P. 216
6 Pds
P. B. Rondelet sculp.


…mple de la Paix à Rome
P. 217. 327.
C
D
B
20
30 Toises
40
60 Mètres
P. B. Rondelet Sculp.

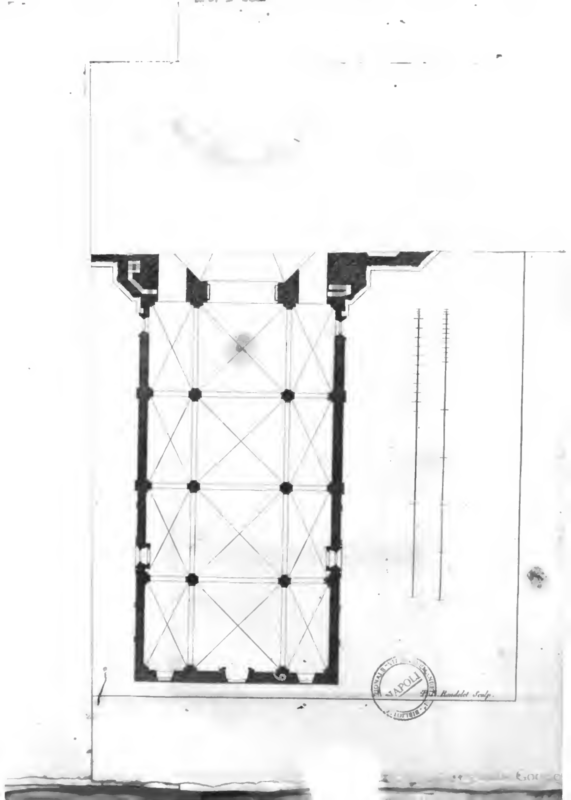
Caracalla

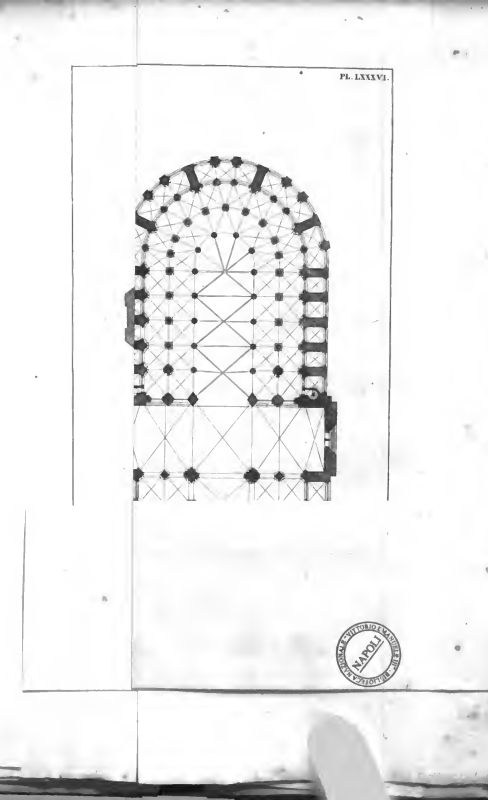
10 20 30 40 Toises

P. B. Haudebot Sculp.

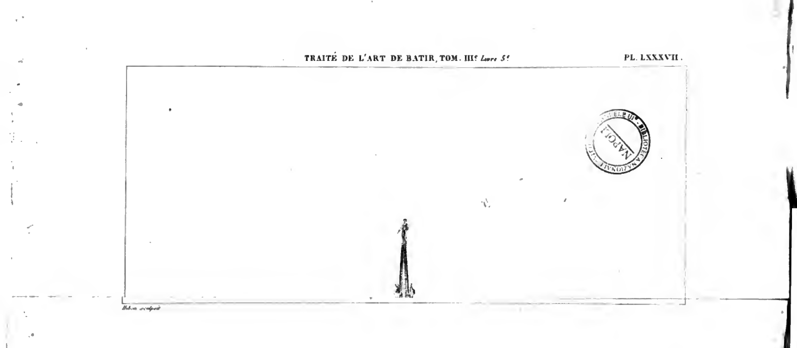
Plan de l'Eglise de St Pierre de Rome.
P. 222.

Thierry Fils, Lith.

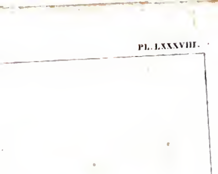

P. B. Rondelet Sculp.

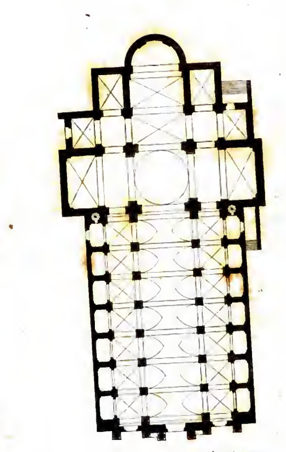






Bibon sculpsit

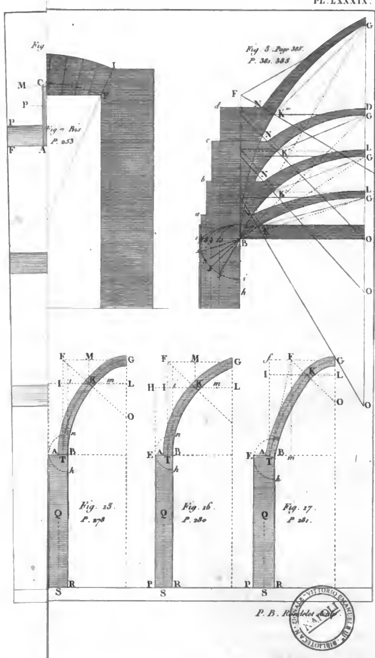




S.t Dominique le Grand à Palerme.
P. 230.

P.B. Rondelet Sculp.





P. B. Rondelet sculp.

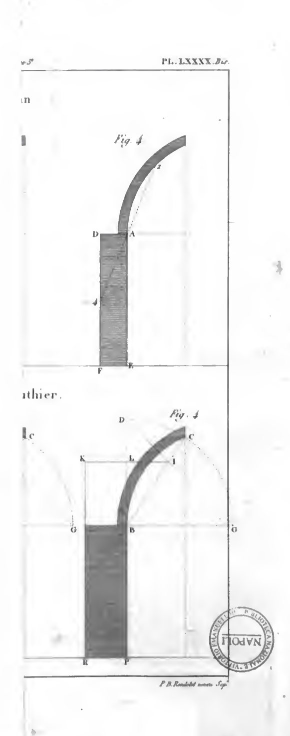


Fig. 26
P. 298

Fig. 25
P. 309

Fig. 28
P. 306

P.B. Rondelet Sculp.


...n
Fig. 4
D
A
F
E
...thier.
Fig. 4
D
C
K
L
I
G
B
R
P
P. B. Rondelet sculp.

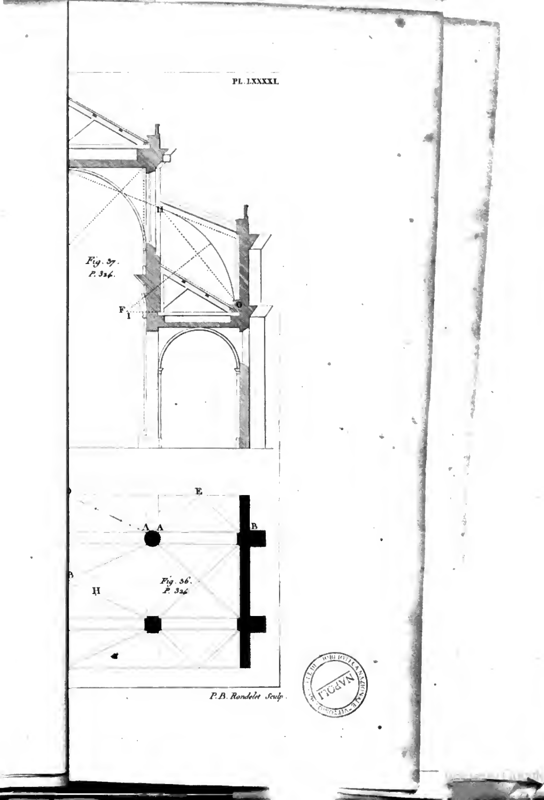

H
Fig. 37.
P. 324.
F
I
G
E
A A
B
Fig. 36.
P. 324.
H
B
P. B. Rondelet Sculp.



Fig. 6. P. 355.

c

Fig. 18. P. 368.

Fig. 19 P. 368.

6 12 Pieds.

Fig. 20 P. 368

Fig. G. P. 376.

Fig. H. P. 376.

Fig. 21. P. 371.

Fig. 22. P. 372.

P. B. Rondelet Sculp.